

Ю.В. Батигін, д.т.н., проф.
Т.В. Гаврилова, к.ф.-м.н., доц.
С.О. Шиндерук, к.т.н., доц.
Г.С. Серіков, к.т.н., доц.
Д.А. Коваленко, студент

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Безпосереднє збудження послідовного резонансного контуру прямокутними імпульсами напруги. Аналіз, чисельні оцінки

Практичні розробки електротехнічних пристроїв, де дієвість відповідних елементних складових практично можлива лише в умовах з достатнім ступенем близьких до резонансних, потребують проведення аналізу процесу при безпосередньому підключенні до резонансного електричного контуру ангармонічного джерела напруги.

У статті проведений аналіз резонансного збудження послідовного активно-реактивного контуру періодичними серіями з прямокутних уніполярних або осцилюючих імпульсів напруги з резонансною частотою їх слідування і, відповідно, визначення його реакції на збудження.

У результаті розв'язання відповідної задачі сформульовано диференціальні рівняння, а також за допомогою операторного методу отримані їх вирішення у вигляді виразів для струмів, що збуджуються в контурі. Визначені часові форми струму в послідовному активно-реактивному контурі при резонансному збудженні періодичними серіями з прямокутних уніполярних або осцилюючих імпульсів напруги з резонансною частотою їх слідування. Виявлено, що перша гармоніка в амплітудно-частотному розкладанні як в разі уніполярного, так і в осцилюючого збудження визначає гармонічну складову струму, що збуджується, з частотою, яка є рівною резонансній частоті, і амплітудою, що дорівнює відношенню амплітуди першої гармоніки напруги, що збуджує, і активного опору послідовного резонансного контуру. Відзначена децю більша ефективність уніполярного збудження гармонічних процесів порівнянню зі збудженням осцилюючими послідовностями періодичних імпульсів напруги. Показано, що, як у разі уніполярного, так і в осцилюючого збудження, зі збільшенням добротності резонансного контуру внесок вищих спектральних складових незалежно від виду вхідної напруги істотно падає, а при значному збільшенні добротності струм, що збуджується, стає строго гармонічним.

Ключові слова: ангармонічне джерело напруги; резонанс; активно-реактивний контур; амплітудно-частотне розкладання; форми струму; добротність.

Актуальність теми. Явище резонансу відомо з давніх часів. Найбільш широко дане явище представлено набором історичних прикладів у механіці. До таких, наприклад, належить подія 1905 року в Петербурзі, де після переходу церемоніальним маршем кавалерійського ескадрону обрушився Єгипетський міст через річку Фонтанку. Його опори не витримали внутрішніх перенапруг, збуджених резонансом при збігу власної частоти мосту, як коливальної системи, з частотою ударів копит коней по дорожньому покриттю [1]. Не зупиняючись на перерахуванні інших відомих прикладів негативного прояву резонансу, необхідно вказати і на використання резонансу як корисного явища. Мова йде про різні високоефективні електротехнічні пристрої з резонансними компонентами, проектування яких потребує детального аналізу процесів, що відбуваються.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Використання резонансних явищ має місце в техніці великих струмів і сильних магнітних полів [2–6]. Крім того, «резонанс напруг» використовується, наприклад, в схемах для живлення підвищеною напругою високоомних навантажень, в пристроях індукційного нагріву та ін. [7–9]. Як впливає з простих феноменологічних міркувань, при «резонансі напруг» відбувається не тільки зростання напруги, а й посилення електричної потужності. Дійсно, в послідовному активно-реактивному контурі при потужності джерела, що дорівнює добутку напруги і струму, потужність у реактивних елементах, наприклад на індуктивності, зростає пропорційно добутку резонансної частоти на індуктивність, поділеному на активний опір контуру. Тобто, при відповідному виборі параметрів можна досягти багаторазового посилення потужності. Варто підкреслити, що цей резонансний ефект може проявлятися тільки для синусоїдального сигналу на певній частоті, величина якої тісно пов'язана з параметрами контуру [7, 10]. Умови «резонансу напруг» вимагають досліджень його виникнення в практично цікавих випадках, коли послідовний активно-реактивний контур

збуджується не тільки синусоїдальними в часі напругою і струмами, а й ангармонічними сигналами, спектр яких поряд з основною частотою коливань містить і вищі амплітудно-частотні гармоніки [10, 11].

Метою статті є аналіз безпосереднього резонансного збудження послідовного активно-реактивного контуру періодичними серіями з прямокутних уніполярних або осцилюючих в часі імпульсів напруги і, відповідно, визначення часової форми струмів, що збуджуються.

Викладення основного матеріалу. Вираз для струмів, що збуджуються, можна отримати інтегруванням системи диференціальних рівнянь, які описують перехідний процес у двоконтурній резонансній схемі. Опускаючи громіздкі математичні перетворення, запишемо вираз для струмів, що збуджуються [10], а саме:

а) при осцилюючих прямокутних імпульсах напруги джерела

$$I_{\text{sum}}(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{E_m}{(R_0 + R)} \cdot \left(\sin(\omega_0 t) + \frac{1}{Q} \cdot G_1(t) \right), \quad (1)$$

де E_m – амплітуда напруги;

R_0 – внутрішній опір джерела;

R – активний опір контуру;

ω_0 – резонансна частота;

L – індуктивність контуру;

$Q = \omega_0 L / (R_0 + R)$ – добротність контуру.

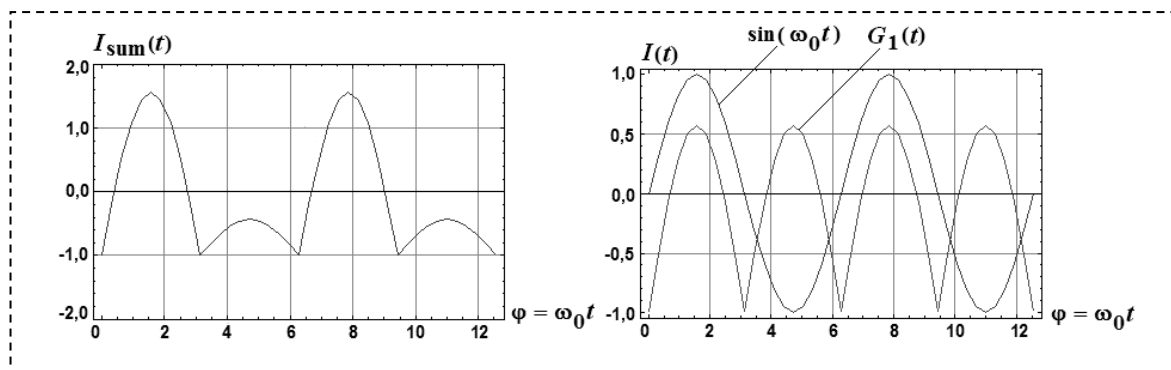
$$G_1(t) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n - 1}{n^2 - 1} \right) \cdot \cos(n(\omega_0 t));$$

б) при уніполярних прямокутних імпульсах напруги джерела

$$I_{\text{sum}}(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{E_m}{(R_0 + R)} \cdot \left(\sin(\omega_0 t) + \frac{1}{Q} \cdot G_2(t) \right), \quad (2)$$

$$\text{де } G_2(t) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n \cdot \pi/2)}{n} \cos(n(\omega_0 t - \pi/2)).$$

Чисельні оцінки (1), що ілюструють формування резонансного струму в розглянутих умовах збудження послідовного активно-реактивного контуру, зазначені на рисунку 1.



а)

б)

Рис. 1. Часові залежності струму, що збуджується, з нормуванням на амплітуду резонансної гармоніки:

а) сумарний сигнал, що включає всі гармонічні складові;

б) резонансна гармоніка $\sin(\omega_0 t)$, сума вищих гармонік – $G_1(t)$

Проаналізуємо отримані результати.

– Перша гармоніка напруги, що збуджує, визначає гармонічну складову струму з частотою, яка дорівнює резонансній частоті, і амплітудою, яка дорівнює відношенню амплітуди першої гармоніки напруги, що збуджує, і активного опору послідовного резонансного контуру.

– Внесок вищих гармонік пропорційний функції $G_1(t)$ і обернено пропорційний добротності контуру – Q .

– Сумарна амплітуда вищих гармонік (при $Q = 1$) дорівнює амплітуді резонансної гармоніки ($G_{1\text{max}} \approx 1$).

– При достатньому збільшенні добротності і виконанні умови – $G_{1\text{max}} / Q \ll 1$ вхідна напруга з серії коливальних імпульсів з частотою проходження, що є рівною резонансній частоті контуру, збуджує виключно гармонічний струм. Внесок вищих гармонік є нескінченно малою величиною порядку $\sim G_{1\text{max}} / Q$.

Розрахункові залежності струму від часу за формулою (2) наведені на графіках рисунку 2.

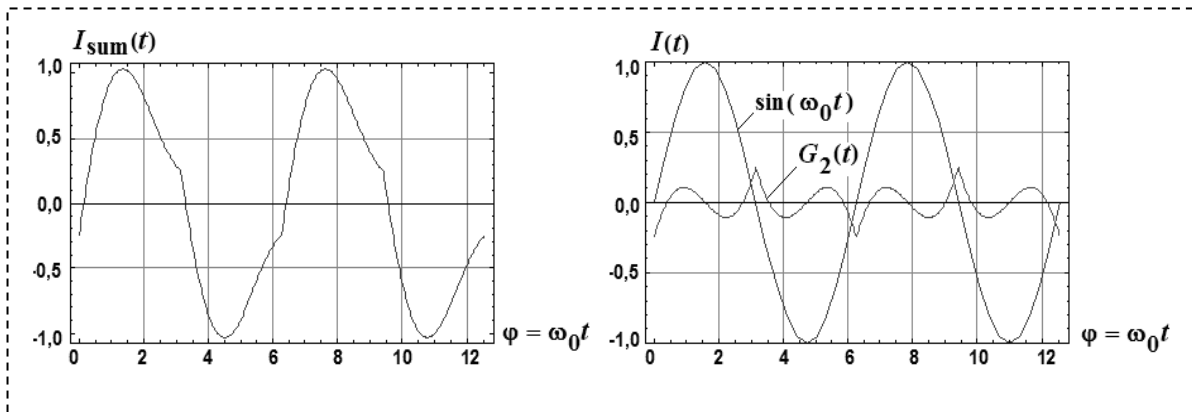


Рис. 2. Часові залежності струму, що збуджується, з нормуванням на амплітуду резонансної гармоніки:
а) сумарний сигнал, що включає всі гармонічні складові;
б) резонансна гармоніка – $\sin(\omega_0 t)$, сума вищих гармонік – $G_2(t)$.

У тій самій послідовності, що і раніше, сформулюємо основні результати аналізу при збудженні уніполярними імпульсами напруги, що слідує із частотою, яка дорівнює частоті резонансного контуру.

– Перша гармоніка визначає гармонічну складову струму з частотою, яка дорівнює резонансній частоті, і амплітудою, що дорівнює відношенню амплітуди першої гармоніки напруги, що збуджує, і активного опору послідовного резонансного контуру.

– Із графіків на рисунку 2 також випливає, що внесок вищих гармонік пропорційний функції $G_2(t)$ і обернено пропорційний добротності контуру – Q .

– Сумарна амплітуда вищих гармонік (при $Q = 1$) менше аналогічної величини при збудженні осцилюючими імпульсами ($G_{1\max} \approx 1$) і більш ніж в 4 рази менша за амплітуду резонансної гармоніки ($|G_{2\max}| \approx 0,25$).

– За умови – $|G_{2\max}| / Q \ll 1$ вхідна напруга з серії уніполярних імпульсів збуджує виключно гармонічний струм. Внесок вищих гармонік у формування струму, що збуджується, є нескінченно мала величина порядку $\sim |G_{2\max}| / Q$.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Визначені часові форми струму при резонансному збудженні періодичними серіями з прямокутних уніполярних або осцилюючих імпульсів напруги з резонансною частотою їх слідування.

Відмічена дещо більша ефективність уніполярного збудження гармонічних процесів порівняно зі збудженням осцилюючими послідовностями періодичних імпульсів напруги.

Показано вплив добротності резонансного контуру на форму струму, що збуджується, а саме, із збільшенням добротності резонансного контуру – Q внесок вищих спектральних складових незалежно від виду вхідної напруги істотно знижується, і при $Q \gg 1$ струм, що збуджується стає строго гармонічним.

Перспективним у напрямку подальших досліджень є експериментальні дослідження процесів у послідовному резонансному RLC – контурі, що збуджуються часовою послідовністю імпульсів ангармонічної напруги джерела, що підключається безпосередньо до входу контуру.

Робота виконана в Харківському національному автомобільно-дорожньому університеті в межах науково-дослідної роботи за держбюджетною темою № 08-53-19: «Енергозберігаючі маловитратні технології створення та ремонту гібридних транспортних засобів різного призначення», а саме другого її напрямку, який виконується кафедрою фізики ХНАДУ: «Енергозберігаючі маловитратні технології живлення та ремонту транспортних засобів», які є складовою частиною наукової тематики, що розвивається в університеті.

Список використаної літератури:

1. Почему обрушился египетский мост в Санкт-Петербурге? [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://petrogazeta.ru/history/246>.
2. Резонансный усилитель мощности тока промышленной частоты [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://allpowr.su/ru/33>.
3. Mesyats G.A. Pulsed Power / G.A. Mesyats. – US : Springer Publ, 2005. – 568 p.
4. Tesla N. My Inventions: and Other Writings / N. Tesla. – New York : Dover Publ., 2016. – 144 p.

5. Denicolai M. Optimal performance for Tesla transformers / M. Denicolai // Review of Scientific Instruments. – 2002. – Vol. 73. – № 9. – P. 3332–3336.
6. On the Optimum Design of Air-Cored Tesla Transformers / [E.Agheb, A.Hayati Soloot, K.Niayesh, E.Hashemi, J.Jadidian] // Acta Physica Polonica-Series A General Physics. – 2009. – Vol.115. – №. 6. – P. 1152–1154.
7. Batygin Yu.V. The quantitative indices of the induction effects and the resonance phenomena in the Tesla transformer / Yu.V. Batygin, S.A. Shinderuk, G.S. Serikov // Danish Scientific Journal. – 2018. – №11–1. – P. 72–79.
8. Бакалов В.П. Основы теории цепей / В.П. Бакалов, В.Ф. Дмитриков, Б.И. Крук ; под ред В.П. Бакалов. – М. : Горячая линия «Телеком», 2013 – 596 с.
9. Пат. 95481 Україна, МПК В 21 D 26/14. Спосіб індукційного нагріву металевих елементів автомобільних конструкцій / Ю.В. Батигін, А.В. Гнатів, Е.О. Чаплигін, О.С. Сабокар ; заявник та патентовласник ХНАДУ. – № 201407576 ; заявл. 07.07.14 ; опубл. 25.12.14, Бюл. № 24.
10. Индуктор, индукционное оборудование [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.индуктор-авто.рф>.
11. Особенности электромагнитных процессов при индукционном нагреве ферромагнетиков плоским круговым многовитковым соленоидом / Е.А. Чаплыгин, М.В. Барбашова, О.С. Сабокар, І.О. Рябуха // Вісник ПДТУ. Технічні науки. – 2017. – № 35. – С. 190–96.
12. Стрельникова В.А. Особенности индукционного нагрева массивных металлических заготовок индукторами с ферромагнитными сердечниками / В.А. Стрельникова // Вісник НТУ«ХП». Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. – 2018. – № 32. – С. 99–104.
13. Атабеков Г.И. Основы теории цепей / Г.И. Атабеков. – Л. : Энергия, 2006. – 220 с.
14. Korn Granino A. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review / G.A. Korn, T.M. Korn. – New York : Dover Publ, 2000. – 1152 p.

References:

1. «Pochemu obrushilsya egipetskii most v Cankt-Peterburge?», [Online], available at: <http://petrogazeta.ru/history/246>
2. «Rezonansnyi usilitel' moshchnosti toka promyshlennoi chastoty», [Online], available at: <http://allpowr.su/ru/33>
3. Mesyats, G.A. (2005), *Pulsed Power*, Springer Publ, US, 568 p.
4. Tesla, N. (2016), *My Inventions: and Other Writings*, Dover Publ, New York, 144 p.
5. Denicolai, M. (2002), «Optimal performance for Tesla transformers», *Review of Scientific Instruments*, Vol. 73, No. 9, pp. 3332–3336.
6. Agheb, E., Hayati Soloot, A., Niayesh, K., Hashemi, E. and Jadidian, J. (2009), «On the Optimum Design of Air-Cored Tesla Transformers», *Acta Physica Polonica-Series A General Physics*. Vol. 115, No. 6, pp. 1152–1154.
7. Batygin, Yu.V., Shinderuk, S.A., and Serikov, G.S. (2018), «The quantitative indices of the induction effects and the resonance phenomena in the Tesla transformer», *Danish Scientific Journal*, No. 11, pp. 72–79.
8. Bakalov, V.P., Dmitrikov, V.F. and Kruk, B.I. (2013), *Osnovy teorii tsepei: Uchebnik dlya vuzov*, in Bakalova, V.P. (ed), Goryachaya liniya, Telekom, Moskow, 596 p.
9. Batigin, Yu.V., Gnatov, A.V., Chaplygin, E.O. and Sabokar, O.S. (2014), *Sposib induktsiinogo nagrivu metalevikh elementiv avtomobil'nikh konstruksii*, Patent Україна, №. 95481.
10. «Индуктор, индуксионное оборудование», [Online], available at: <http://www.индуктор-авто.рф>
11. Chaplygin, E.A., Barbashova, M.V., Sabokar, O.S. and Rjabuha, I.O. (2017), «Osobennosti jelektromagnitnyh processov pri indukcionnom nagreve ferromagnetikov ploskim krugovym mnogovitkovym solenoïdom», *Visnik PDTU, Tehnichni nauki*, No. 35, pp. 190–196.
12. Strel'nikova, V.A. (2018), «Osobennosti indukcionnogo nagreva massivnyh metallicheskih zagotovok induktorami s ferromagnitnymi serdechnikami», *Visnik NTU «HPD», Problemi udoskonallennja elektrichnih mashin i aparativ*, No. 32, pp. 99–104.
13. Atabekov, G. I. (2006), *Osnovy teorii tsepei*, Energiya, Leningrad, 220 p.
14. Korn, G.A. and Korn, T.M. (2000), *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review*, Dover Publ Inc., New York, 1152 p.

Батигін Юрій Вікторович – доктор технічних наук, професор кафедри фізики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка;
- електротехніка.

E-mail: yu.v.batygin@gmail.com.

ORCID: 0000-0002-1278-5621.

Гаврилова Тетяна Володимирівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка;
- електротехніка.

E-mail: gavrilova.tatyana@i.ua

Шиндерук Світлана Олександрівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри фізики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка;
- електротехніка.

E-mail: s.shinderuk.2016102@ukr.net.

ORCID: 0000-0002-6354-4174.

Серіков Георгій Сергійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобільної електроніки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка;
- електротехніка.

E-mail: georgy301212@gmail.com.

ORCID: 0000-0002-9578-1211.

Коваленко Дмитро Анатолійович – студент Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка;
- електротехніка.

E-mail: Kovalenkodima406@gmail.com

Стаття надійшла до редакції 02.05.2019.