

М.О. Ходак, к.т.н., доц.  
О.А. Вишневський, асист.

Київський національний авіаційний університет

### ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА НЕТРАДИЦІЙНОГО УДОСКОНАЛЕНОГО ТА КЛАСИЧНОГО ПОЛІНОМІАЛЬНОГО МЕТОДІВ АПРОКСИМАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ АБРАЗИВНОГО ЗНОСУ ПОВЕРХОНЬ МАТЕРІАЛІВ

*Розглядаються експериментальні залежності абразивного зносу поверхонь титанового сплаву ВТ6 та сталі 30ХГСА при нежорстко закріплених абразивних частинках та пропонується нетрадиційний вдосконалений спосіб їх апроксимації підвищеної точності. Дається порівняльна оцінка запропонованого способу із класичним поліноміальним методом найменших квадратів.*

**Загальна постановка проблеми та її зв'язок з науково-практичними задачами.** Абразивне зношування газоповітряного тракту, особливо на гелікоптерних ГТД, змінює геометричні характеристики поперечних перерізів лопаток, і це, в свою чергу, приводить до змін силових факторів, що діють на лопатки компресорів і турбін ГТД і які обумовлюють розтягнення, згинання і кручення лопаток в робочому стані. Визначення напружень, що діють на лопатку при всіх цих видах навантажень, як відомо, пов'язано з обчисленням величин силових параметрів і геометричних характеристик поперечних перерізів лопаток, які поступово змінюються в процесі експлуатації від дії абразивного зношування.

Для проведення порівняльного аналізу експериментальних залежностей необхідно мати достовірні дані з апроксимації залежностей абразивного зношування поверхонь матеріалів та їх покриттів у залежності від шляху, величини абразивних частинок та величини сили їх взаємодії з поверхнями деталей.

Підвищення точності апроксимації експериментальних залежностей є невід'ємною складовою процесу обробки результатів наукових досліджень. Більш точна апроксимуюча функція дозволяє передбачити результати абразивного зносу поверхонь матеріалів з вищою вірогідністю. Абразивний знос елементів авіаційних конструкцій, деталей вузлів тертя автомобілів, деталей сільськогосподарських, будівельних, гірських та інших машин відіграє важливу роль у визначенні працездатності цих машин і механізмів.

**Огляд публікацій та аналіз невирішених проблем.** Види і механізми абразивного зношування конструкційних матеріалів описані в роботах [1–9].

Дослідники відзначають розмаїтість факторів, що визначають той або інший вид зношування і механізм його розвитку. В основі механізму цього процесу лежить взаємодія абразивної частинки з металом, що складається з двох етапів: 1) укорінення абразивної частинки в метал; 2) поступальне переміщення її уздовж поверхні. У більшості випадків дослідження проводили на залізобуглецевих сплавах. Питання дослідження властивостей покриттів, нанесених на різні сталі, на сьогодні ще недостатньо широко вивчені.

Безпосередньо питаннями моделювання й апроксимації експериментальних залежностей процесів абразивного зносу різних матеріалів займалися найбільш відомі провідні спеціалісти в області тертя і зносу [5], [8], [9].

Відомо, що задачі на встановлення зв'язку між ваговим зносом і максимальною глибиною лунки або зносом і площею поверхні лунки не знаходили розв'язання дослідниками. У роботі [10] зроблена спроба знайти розв'язок цієї задачі. Однак отриманий результат виявився громіздким і незручним у використанні.

У роботі [11] отримана модель абразивного зносу, що не враховує залежності вагового зносу від лінійного. У ній не вказані методи побудови універсальної моделі для всіх матеріалів, тобто відсутній універсальний узагальнений принцип побудови моделі абразивного зношування.

У деяких існуючих моделях [12], [13] основу складає ймовірнісно-статистичний підхід, але недоліком зазначених моделей є громіздкість і незручність у використанні, оскільки вони включають обмежене число характерних параметрів, які впливають на зносостійкість. У цьому зв'язку виникає необхідність створення універсальної та узагальненої моделі, яка повинна враховувати вплив багатьох характерних факторів на процес зношування. Зрозуміло, що для моделювання процесів абразивного зносу, проведення порівняльного аналізу та оцінки матеріалів і покриттів на абразивну зносостійкість необхідно мати точні вищі апроксимуючих функцій експериментальних залежностей, з допомогою яких можна підтвердити або заперечити вірність моделювання.

**Мета статті.** В даній роботі пропонується спосіб, який полегшує процес визначення оптимального виду апроксимуючих функцій експериментальних залежностей абразивного зносу та значно підвищує точність їх апроксимації, що, в свою чергу, дає можливість підвищити якість прогнозування зносостійкості матеріалів та покриттів при різних умовах експлуатації елементів конструкцій.

**Результати досліджень.** Для перевірки способу були проведені експериментальні випробування ряду матеріалів на абразивну зносостійкість на машині тертя Брінеля.

Для інженерної практики необхідно прогнозувати величину зносу як при дії абразивних частинок різної твердості і розмірів, так і при зміні швидкості їх переміщення по поверхні матеріалів, а також від протяжності шляху тертя та зусиль взаємодії частинок з поверхнею матеріалів.

На рис. 1 показані експериментальні залежності вагового зносу від протяжності шляху тертя для двох матеріалів, які відрізняються своєю твердістю. Наведені експериментальні залежності отримані при умовах стандартного навантаження ( $P_0 = 44,1\text{Н}$ ) згідно з ГОСТ 23.208-79.

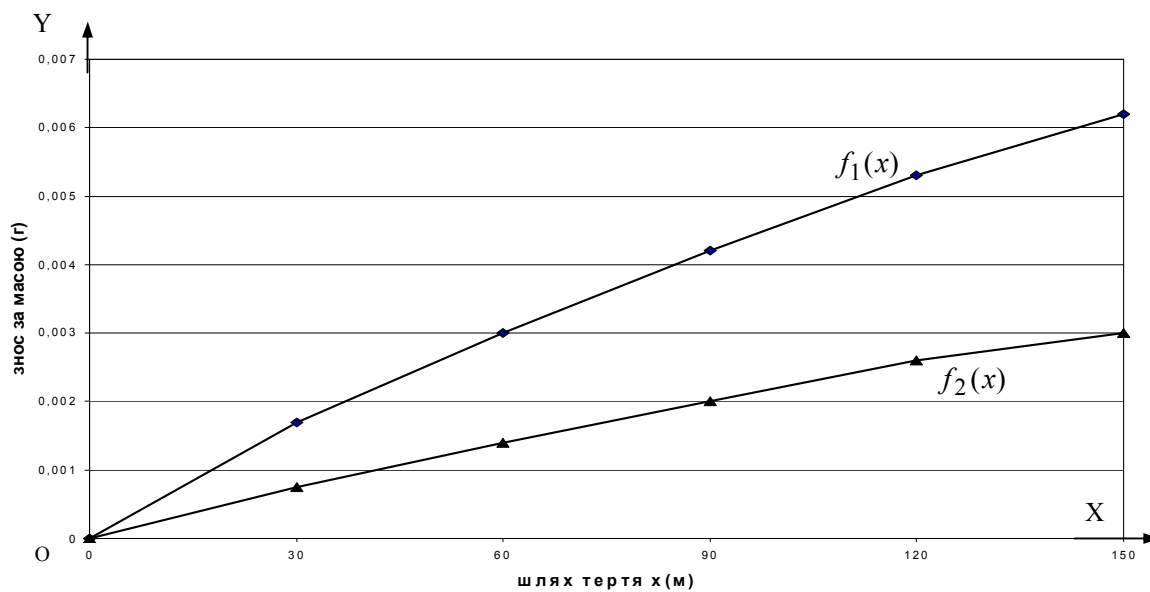


Рис. 1. Експериментальні залежності абразивного зносу за масою поверхонь матеріалів від величини шляху тертя для наступних матеріалів:  
 а) для титанового сплаву VT6 ( $f_1(x)$ );  
 б) для Ст. 30 ХГСА нормалізованої ( $f_2(x)$ )

Співвідношення між величиною вагового абразивного зносу поверхонь матеріалів підтверджується відповідними значеннями твердості даних матеріалів, наведених у табл. 1 (виміри твердості проводилися на приладі ТШ-2М).

Таблиця 1

Марка матеріалу	Стан	НВ(d) мм	НВ <sub>5/750</sub>
VT6	—		163
30 ХГСА	Нормалізована	2,05	217

При цьому, застосування методу найменших квадратів для апроксимації експериментальних залежностей алгебраїчними поліномами базується на знаходженні коефіцієнтів полінома  $A_0, A_1, A_2, \dots$  [5–18].

$$Y = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots + A_mx^m. \tag{1}$$

Коефіцієнти  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_m$  визначають положення апроксимуючої кривої, при якому крива (1) найближче проходить від усіх  $n$  заданих точок  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , отриманих експериментально. Значення коефіцієнтів  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_m$  можна знайти [18], розв'язуючи лінійну систему рівнянь (2):



$$f_1(t) = 9,4 \cdot 10^{-14} + 7,04999999952 \cdot 10^{-4} \cdot t - 6,3425925922 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 6,790123457 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 - 3,60082305 \cdot 10^{-7} \cdot t^4 + 6,858711 \cdot 10^{-9} \cdot t^5. \quad (10)$$

Для переходу до початкового аргументу  $x$  зробимо заміну (5), тоді

$$f_{11}(x) = 9,4 \cdot 10^{-14} + 7,04999999952 \cdot 10^{-5} \cdot x - 6,3425925922 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 6,790123457 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - 3,60082305 \cdot 10^{-11} \cdot x^4 + 6,858711 \cdot 10^{-14} \cdot x^5. \quad (11)$$

Знайдемо середньоквадратичну похибку  $\delta_{11}$  апроксимації кривою  $y = f_1(x)$  експериментальних залежностей на рис. 1:

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i^2}{n}},$$

де  $\varepsilon = Y_{\text{експерим.}} - Y_{\text{апроксим.}}$ ; (12)

$$\delta_{11} = 0.00000000132979.$$

Апроксимація функцій алгебраїчними поліномами у класичній формі методом найменших квадратів потребує значного об'єму і часу.

Обчислення значно спрощуються, якщо апроксимуюча функція буде знайдена за допомогою програми системи "MathCAD-2001".

У зв'язку з цим розглянемо алгоритм визначення видів апроксимуючих функцій стосовно залежностей величин масового зносу поверхонь зразків із титанового сплаву ВТ6 та сталі 30ХГСА від шляху тертя, показаних на рис. 1.

Виконаємо обчислення для зразків з титанового сплаву ВТ6 при даних (13) з точністю  $10^{-15}$  з використанням системи „MathCAD-2001”.

$$data := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0.0017 \\ 60 & 0.0030 \\ 90 & 0.0042 \\ 120 & 0.0053 \\ 150 & 0.0062 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Компоненти апроксимуючого полінома задає матриця  $F(x)$ :

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, \quad S := \text{linfit}(X, Y, F).$$

Коефіцієнти апроксимуючої функції задає матриця  $S$ :

$$S = \begin{pmatrix} 0.000000793651337 \\ 0.000067402998236 \\ -0.000000456790123 \\ 0.00000000010288 \end{pmatrix},$$

звідки апроксимуюча функція має вигляд (14):

$$f_{12}(x) := 7,93651337 \cdot 10^{-7} + 6,7402998236 \cdot 10^{-5} \cdot x - 4,56790123 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 3,429355 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - 1,0288 \cdot 10^{-11} \cdot x^4. \quad (14)$$

При цьому середньоквадратична похибка апроксимації становить  $\delta_{12} \approx 0,000005143465098$ .

Порівнюючи похибку  $\delta_{12}$  і попередню  $\delta_{11}$ , можна зробити висновок, що остання має меншу точність на декілька порядків.

Апроксимуюча функція (14) має меншу точність тому, що включає не оптимальний набір компонент, які призводять до більшої похибки в порівнянні з класичним методом найменших квадратів.

Для підвищення точності апроксимуючої функції розглянемо інші її складові компоненти.  
При тих самих даних (13) нехай

$$F(x) := \begin{pmatrix} x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \\ \ln(x+1) \end{pmatrix},$$

тоді

$$S = \begin{pmatrix} 0,00005039093532 \\ -0,000000017119271 \\ 0,000000001298641 \\ -0,000000000000463 \\ 0,000090574805868 \end{pmatrix},$$

а апроксимуюча функція має вигляд (15):

$$f_{13}(x) := 56039093532 \cdot 10^{-5} \cdot x - 1,7119271 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 + 1,298641 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - 4,63 \cdot 10^{-13} \cdot x^4 + 9,0574805868 \cdot 10^{-5} \cdot \ln(x+1). \quad (15)$$

Величина середньоквадратичної похибки  $\delta_{13} = 0,000000097491672$  на два порядки менша від похибки  $\delta_{12}$ , але на два порядки більша, ніж похибка  $\delta_{11}$ .

Для визначення оптимальних компонент апроксимуючої функції розглянемо удосконалений нами спосіб, який значно підвищує точність апроксимації і вибору виду емпіричної залежності. Для цього розглянемо особливий клас монотонних двопараметричних функцій  $f(x, a, b)$  [16–18].

Нехай ці функції будуть визначені одним із наступних рівнянь (16–19):

$$y = (ax^p + b)^{\frac{1}{q}}, \text{ якщо } p \neq 0, q \neq 0; \quad (16)$$

$$y = (a \ln x + b)^{\frac{1}{q}}, \text{ якщо } q \neq 0; \quad (17)$$

$$y = e^{ax^p} + b, \text{ якщо } p \neq 0; \quad (18)$$

$$y = bx^q. \quad (19)$$

Як видно, функції (16–19) об'єднані за формою в один клас.

Узагальнені середні від додатних величин  $z_1, z_2, \dots, z_n$  визначимо як

$$M_z(t) = \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k^t \right)^{\frac{1}{t}}. \quad (20)$$

Для визначення середнього гармонічного формула має вигляд (21):

$$H_z = \left( \frac{1}{n} \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right) \right)^{-1} = M_z(-1), \quad (21)$$

а для середнього геометричного (22):

$$G_z = (z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n)^{\frac{1}{n}} = \lim_{t \rightarrow 0} M_z(t) = M_z(0). \quad (22)$$

Відповідно формули для обчислення значень середнього арифметичного мають вигляд (23):

$$A_z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} = M_z(1), \quad (23)$$

а для обчислення середнього квадратичного (24):

$$S_z = \sqrt{\frac{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2}{n}} = M_z(2). \quad (24)$$

Розглянемо наступні класи середніх величин:

$$K_z = \sqrt[n]{z_1^3 + z_2^3 + \dots + z_n^3} = M_z(3) \tag{25}$$

і при  $t = -2$  маємо:

$$F_z = \left( \frac{1}{n} \left( \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \dots + \frac{1}{z_n^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}} = M_z(-2). \tag{26}$$

При цьому має місце співвідношення між вищевизначеними середніми додатних величин за формулами (21–24):

$$\min z \leq F_z \leq H_z \leq G_z \leq A_z \leq S_z \leq K_z \leq \max z.$$

Визначимо основну властивість класу функцій (16–19), яка полягає у рівності значення функції від узагальненого середнього від  $p$  узагальненому середньому від  $q$ .

$$f(M_x(p)) = M_y(q).$$

Для функції  $y = bx^q$   $p$  і  $q$  візьмемо рівними нулю.

Отримаємо  $f(M_x(0)) = M_y(0)$ , аналогічно можна показати, що  $f(G_x) = G_y$ .

Розглянемо даний клас функцій зі змінними  $p$  і  $q$ , які будуть приймати значення  $-2; -1; 0; 1; 2; 3$ , а потім визначимо 30 різних функцій, які часто використовуються в інженерній практиці при моделюванні різних процесів. Види запропонованих нами функцій і функцій, взятих з робіт [16–18], зведені в табл. 2.

Таблиця 2

№ з/п	$y = f(x, a, b)$	$p$	$q$	$M_x(p)$	$M_y(q)$
1	$ax + b$	1	1	$A_x$	$A_y$
2	$ba^x$	1	0	$A_x$	$G_y$
3	$1/(ax + b)$	1	-1	$A_x$	$H_y$
4	$A \ln x + b$	0	1	$G_x$	$A_y$

Закінчення таблиці 2

№ з/п	$y = f(x, a, b)$	$p$	$q$	$M_x(p)$	$M_y(q)$
5	$b + a/x$	-1	1	$H_x$	$A_y$
6	$bx^a$	0	0	$G_x$	$G_y$
7	$x/(bx + a)$	-1	-1	$H_x$	$H_y$
8	$ba^{\frac{1}{x}}$	-1	0	$H_x$	$G_y$
9	$1/(a \ln x + b)$	0	-1	$G_x$	$H_y$
10	$ax^2 + b$	2	1	$S_x$	$A_y$
11	$ba^{x^2}$	2	0	$S_x$	$G_y$
12	$1/(ax^2 + b)$	2	-1	$S_x$	$H_y$
13	$\sqrt{ax^2 + b}$	2	2	$S_x$	$S_y$
14	$\sqrt{ax + b}$	1	2	$A_x$	$S_y$
15	$\sqrt{a \ln x + b}$	0	2	$G_x$	$S_y$
16	$\sqrt{\frac{a}{x} + b}$	-1	2	$H_x$	$S_y$
17	$e^{ax+b}$	1	0	$A_x$	$G_y$

18	$e^{ax^2+b}$	2	0	$S_x$	$G_y$
19	$\sqrt[3]{ax^2+b}$	2	3	$S_x$	$K_y$
20	$\sqrt[3]{ax+b}$	1	3	$A_x$	$K_y$
21	$\sqrt[3]{a \ln x + b}$	0	3	$G_x$	$K_y$
22	$\sqrt[3]{\frac{a}{x} + b}$	-1	3	$H_x$	$K_y$
23	$ax^3 + b$	3	1	$K_x$	$A_y$
24	$e^{ax^3+b}$	3	0	$K_x$	$G_y$
25	$\sqrt[3]{\frac{a}{x^2} + b}$	-2	3	$F_x$	$K_y$
26	$\sqrt[4]{ax+b}$	1	4	$A_z$	$Q_z$
27	$\sqrt[5]{ax+b}$	1	5	$A_z$	$B_z$
28	$\sqrt[5]{ax^2+b}$	2	5	$S_z$	$B_z$
29	$\sqrt[4]{ax^3+b}$	3	4	$K_z$	$Q_z$
30	$\sqrt[5]{ax^3+b}$	3	5	$K_z$	$B_z$

Для визначення оптимальної апроксимуючої формули треба відмітити параметри  $p$  і  $q$  на рис. 2 і відповідні середні  $F_x, H_x, G_x, A_x, S_x, K_x, F_y, H_y, G_y, A_y, S_y, K_y$ . Після цього на відповідних координатних осях треба провести через них прямі лінії, паралельні осям. Ці лінії перетнуться в тридцять шість точках, кожна з яких відповідає одній із наведених в табл. 2 функцій.

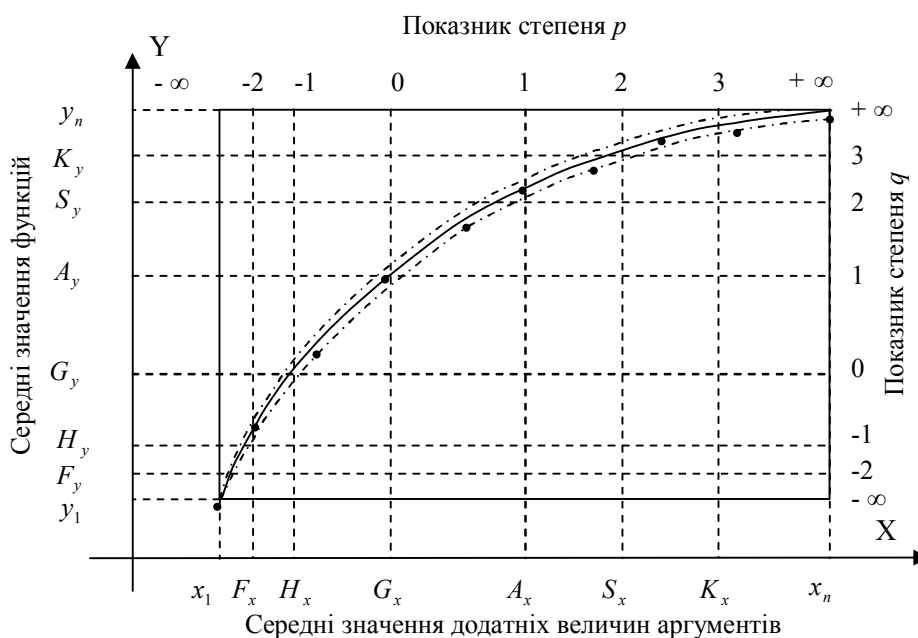


Рис. 2. Алгоритм знаходження оптимальної апроксимуючої функції

За наведеним алгоритмом визначимо оптимальну компоненту для експериментальної залежності абразивного зносу поверхні зразка із титанового сплаву ВТ6  $f_1(x)$  на рис. 1 за даними (13).

Знайдемо  $A_x, A_y, G_x, G_y, S_x, S_y$ .

Нанесемо отримані середні значення на осі OX і OY на рис. 3. Проведемо графік експериментальної залежності  $f_1(x)$ .

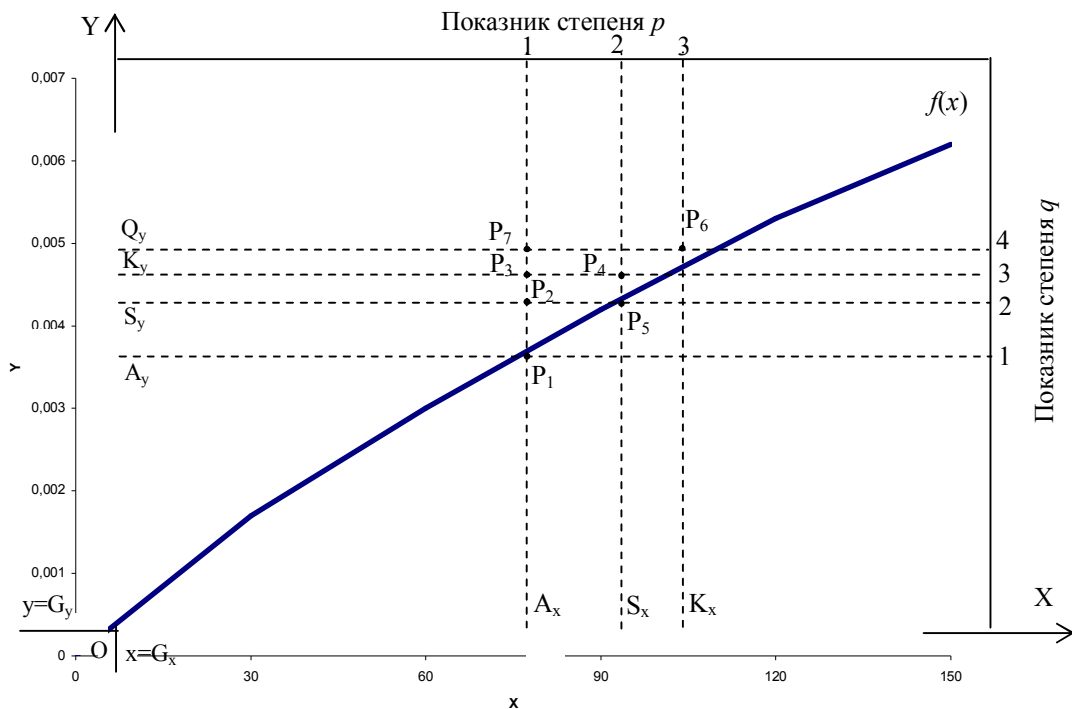


Рис. 3. Метод знаходження оптимальних компонент апроксимуючої функції

Для значного підвищення точності апроксимації за даними (13) необхідно до складу апроксимуючої функції включити тільки ті компоненти, які можна знайти за новим запропонованим алгоритмом, показаним на рис. 2.

Знаходимо точки перетину прямих  $y = A_y, y = S_y, y = K_y, y = G_y, x = A_x, x = S_x, x = G_x$ . Серед дванадцяти точок перетину цих прямих шукаємо точки  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ , які найближче розташовані від графіка експериментальної залежності. Точкам  $P_5$  і  $P_4$  відповідає однакова компонента  $x$ .

За таблицею 2 визначаємо оптимальні компоненти апроксимуючої функції за таким алгоритмом. Точці  $P_1$  відповідають значення  $p = 1, q = 1$ , тому відповідна компонента має значення  $y = kx + b$ . З того, що графік проходить через початок координат (0;0), отримуємо, що  $b = 0$ , а коефіцієнт  $a$  знайдемо за допомогою програми “MathCAD-2001”.

Аналогічно знаходимо й інші компоненти:  $x^{\frac{1}{2}}, x^{\frac{1}{3}}, x^{\frac{2}{3}}, x^{\frac{3}{4}}$ .

$$F(x) := \begin{pmatrix} x \\ x^{\frac{1}{2}} \\ x^{\frac{1}{3}} \\ x^{\frac{2}{3}} \\ x^{\frac{3}{4}} \end{pmatrix}, \text{ а } S = \begin{pmatrix} -0,005158861098376 \\ 0,327436319776868 \\ -0,146199366496467 \\ -0,370476066306267 \\ 0,186775768109601 \end{pmatrix}.$$

Оптимальна апроксимуюча функція для залежності  $y = f_1(x)$  має вигляд (27):

$$f_{14}(x) := -0,005158861098376 \cdot x + 0,327436319776868 \cdot x^2 - 0,146199366496467 \cdot x^{\frac{1}{3}} - 0,370476066306206 \cdot x^{\frac{2}{3}} + 0,186775768109601 \cdot x^{\frac{3}{4}}. \tag{27}$$

При цьому середньоквадратична похибка становить  $\delta_{14} \approx 0,00000000000049$ .



Порівнюючи похибки, бачимо, що точність апроксимації за функцією (27) підвищилась на 4 порядки в порівнянні з  $\delta_{11}$ .

Якщо внести до складу компонент неоптимальні складові, то точність значно погіршиться.

Для прикладу розглянемо апроксимуючу функцію для залежності  $y = f_1(x)$  з наступними складовими:

$$F(x) = \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ x^3 \\ x^4 \\ x^5 \\ x^7 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти апроксимуючої функції показує матриця S.

$$S = \begin{pmatrix} 0,000985525958973 \\ 7,78429017714708 \\ -2,31117219158363 \\ -12,1709910865981 \\ 6,67985956194843 \end{pmatrix}.$$

Відповідна апроксимуюча функція залежності процесу абразивного зносу зразків із титанового сплаву ВТ6 від шляху тертя буде мати наступний вигляд:

$$f_{15}(x) = -0,000985525958973 \cdot x + 7,78429017714708 \cdot x^{\frac{1}{3}} - 2,31117219158363 \cdot x^{\frac{1}{4}} - 12,170991086598 \cdot x^{\frac{2}{5}} + 6,67985956194843 \cdot x^{\frac{3}{7}}. \quad (28)$$

Точність апроксимації складає  $\delta_{15} \approx 0,00000000014936$ , що на порядок менша за  $\delta_{21}$  що на 3 порядки поступається точності оптимальної апроксимації  $\delta_{14}$ .

При апроксимації залежності абразивного зносу сталі 30ХГСА в класичній формі методом найменших квадратів через алгебраїчний поліном з даними (29) маємо:

$$data := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0.00075 \\ 60 & 0.0014 \\ 90 & 0.0020 \\ 120 & 0.0026 \\ 150 & 0.0030 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 45 & 495 & 6075 & 79299 & 1075275 \\ 45 & 495 & 6075 & 79299 & 1075275 & 14955435 \\ 495 & 6075 & 79299 & 1075275 & 14955435 & 211756275 \\ 6075 & 79299 & 1075275 & 14955435 & 211756275 & 3037605219 \\ 79299 & 1075275 & 14955435 & 211756275 & 3037605219 & 44000657595 \\ 1075275 & 14955435 & 211756275 & 3037605219 & 44000657595 & 642115064475 \end{pmatrix},$$

$$B := \begin{pmatrix} 0,00975 \\ 0,10485 \\ 1,26855 \\ 16,39845 \\ 220,78575 \\ 3054,25485 \end{pmatrix}, \quad X := A^{-1} \cdot B.$$

Коефіцієнти функції подано у матриці X :

$$X := \begin{pmatrix} 0,000000000000046 \\ 0,000255555555532 \\ 0,00003240740743 \\ -0,000002391975309 \\ 0,000000257201646 \\ -0,00000000873388 \end{pmatrix}.$$

Апроксимуюча функція має вигляд (30):

$$f_{21}(t) = -0,00000000873388 \cdot t^5 + 0,000000257201646 \cdot t^4 - 0,000002391975309 \cdot t^3 + 0,00003240740743 \cdot t^2 + 0,000255555555532 \cdot t + 0,000000000000046. \quad (30)$$

Для переходу до початкової змінної зробимо заміну  $t = 0,1x$ .

Отримаємо:

$$f_{21}(x) = -0,0000000000000873388 \cdot x^5 + 0,000000000257201646 \cdot x^4 - 0,000000002391975309 \cdot x^3 + 0,0000003240740743 \cdot x^2 + 0,000025555555532 \cdot x + 0,000000000000046.$$

Похибка апроксимації становить  $\delta_{21} \approx 0,000000000060689425755234$ .

При використанні нового алгоритму пошуку компонент для оптимальної апроксимуючої функції залежності абразивного зносу сталі 30ХГСА від шляху тертя, за алгоритмом (рис. 3) і даними (29) маємо більш оптимальні компоненти (31), в порівнянні з класичним поліномом:

$$F(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \\ x^5 \\ x^7 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Коефіцієнти оптимальної функції можна знайти через матрицю  $S$ :

$$S = \begin{pmatrix} -0,804101698267012 \\ 12,1047074541665 \\ 20,1784134111949 \\ -3,54398096394745 \\ -27,947776507409 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Оптимальна апроксимуюча функція прийме вигляд (33):

$$f_{22}(x) = -0,804101698267012 \cdot x^{\frac{1}{2}} + 12,1047074541665 \cdot x^{\frac{2}{3}} + 20,1784134111949 \cdot x^{\frac{3}{4}} - 3,54398096394745 \cdot x^{\frac{4}{5}} - 27,947776507409 \cdot x^{\frac{5}{7}}. \quad (33)$$

При апроксимації отримаємо похибку  $\delta_{22} \approx 0,00000000001191$ , яка на порядок менша від  $\delta_{21}$ .

**Висновки.** Проведено експериментальне дослідження двох матеріалів ВТ6 і 30ХГСА на абразивну зносостійкість і встановлено, що ми в даній роботі розглянули прийоми, які полегшують процес визначення виду оптимальної апроксимуючої функції експериментальних залежностей процесів абразивного зношування з нежорстко закріпленими частинками в порівнянні з класичним поліноміальним методом найменших квадратів.

На основі виконаного порівняльного аналізу запропонований нетрадиційний спосіб апроксимації експериментальних залежностей, які мають вигляд монотонно спадних або зростаючих функцій,

дозволяє підвищувати точність на порядок і більше за рахунок підбору компонент апроксимуючої функції (за табл. 2). Таким чином, показаний один із можливих шляхів значного збільшення точності моделювання процесу абразивного зношування, що дає можливість на ранніх стадіях науково-обґрунтовано і найбільш точно прогнозувати термін зношування деталей або їх покриттів, а також вчасно призначати періоди проведення регламентно ремонтних робіт та відповідних елементів авіаційних конструкцій.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Костецкий Б.И., Носовский И.Г., Караулов А.К.* Поверхностная прочность материалов при трении. – К.: Техника, 1986. – 296 с.
2. *Хрущев М.М., Бабичев М.А.* Абразивное изнашивание. – М.: Наука, 1970. – 251 с.
3. *Кащеев В.Н.* Сопrotивление металлической поверхности абразивному разрушению // Долговечность трущихся деталей машин. – М.: Машиностроение, 1990. – Вып. 4 – С. 279–295.
4. *Добровольский А.Г., Кошленко Г.И.* Абразивная износостойкость материалов. – К.: Техника, 1989. – 128 с.
5. *Костецкий Б.И.* Трение, смазка и износ в машинах. – К.: Техника, 1970. – 390 с.
6. *Крагельский И.Г.* Трение и износ. – М.: Машгиз, 1962. – 383 с; 1968. – 480 с.
7. *Зорин В.А.* Основы долговечности строительных и дорожных машин. – М.: Машиностроение, 1986. – 248 с.
8. *Тененбаум М.М.* Износостойкость конструкционных материалов и деталей машин при абразивном изнашивании. – М.: Машиностроение, 1966. – 331 с.
9. *Тененбаум М.М., Бернштейн Д.Б.* Моделирование процесса абразивного изнашивания. Моделирование трения и износа: Материалы I межотраслевого научного семинара по моделированию трения и износа. – М.: НИИмаш, 1967. – С. 81–92.
10. *Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С.* Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – с. 319–326.
11. *Гавриков М.В., Мазинг Р.И.* Применение наследственно-старееющей модели изнашивания к осесимметричной контактной задаче // Трение и износ. – Том 10. – № 6. – 1989. – С. 981–986.
12. *Рыжиков А.Л., Гронянов В.М., Тараканчиков Л.Т.* Модель абразивного износа алюминиоксидной керамики // Трение и износ. – Том 12. – № 2. – 1991. – С. 361–364.
13. *Сорокатый Р.В.* Моделирование поведения трибосистем методом трибоэлементов // Трение и износ. – Том 23. – № 1. – 2002. – С. 16–22.
14. *Федоров С.В.* Обобщенная модель трения // Трение и износ. – Том 14. – № 3. – 1993. – С. 460–470.
15. *Ходак М.О., Ситниченко В.В.* Геометричне моделювання обводів характерних перерізів повітрозабірників авіаційних ГТД з використанням поліномів // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 1999. – Вип. 66. – С. 144–148.
16. *Фильчаков П.Ф.* Численные и графические методы прикладной математики. – К.: Наукова думка, 1970. – С. 42, 51, 665.
17. *Poljaev Viktor* Choice of optimum form of the relation between two variables // Proceeding of 10<sup>th</sup> ICGG, 28 July – 2 August 2002, Kyiv, Ukraine. – P. 226–227.
18. *Ходак М.О., Вишневський О.А.* Нетрадиційний спосіб апроксимації експериментальних залежностей та його порівняльна оцінка з програмами системи “MathCAD” // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 6 (14). – С. 15–23.

ХОДАК Микола Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної геометрії та комп’ютерної графіки Київського національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- механіка руйнування матеріалів і елементів авіаційних конструкцій та прогнозування процесів розвитку в них втомлювальних тріщин;
- датчики, прилади, системні засоби і методи контролю параметрів експериментів та автоматизація їх обробки;
- оптимальне математичне та геометричне моделювання об’єктів авіаційної техніки та створення програмних засобів їх комп’ютерної візуалізації при проектуванні і виготовленні;
- моделювання процесів при терті і зношуванні поверхонь деталей та їх покриттів;
- технологічні методи відновлювання та подовження терміну експлуатації деталей і вузлів авіаційної техніки;
- нові технології інтенсивного і проблемного навчання та контроль якості знань студентів у навчальному процесі за модульно-рейтинговою системою.

ВИШНЕВСЬКИЙ Олег Анатолійович – асистент кафедри вищої математики інституту економіки та менеджменту Київського національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання процесів при терті і зношенні поверхонь деталей та їх покриттів;
- математичне моделювання об'єктів авіаційної техніки;
- оптимізація апроксимації експериментальних залежностей;
- технологія інтенсифікації процесів навчання студентів.

Подано 23.05.2005

**Ходак М.О., Вишневський О.А.** Порівняльна оцінка нетрадиційного удосконаленого та класичного поліноміального методів апроксимації експериментальних залежностей абразивного зносу поверхонь матеріалів

**Ходак Н.А., Вишневский О.А.** Сравнительная оценка нетрадиционного усовершенствованного и классического полиномиального методов аппроксимации экспериментальных зависимостей абразивного износа поверхностей материалов

**Hodak N.A., Vishnevsky O.A.** Way of increase of accuracy of experimental dependences of process of abrasive deterioration of surfaces of materials and coverings

УДК.621.793.004.6.001.57(045)

**Порівняльна оцінка нетрадиційного удосконаленого та класичного поліноміального методів апроксимації експериментальних залежностей абразивного зносу поверхонь матеріалів / М.О. Ходак, О.А. Вишневський**

Розглядаються експериментальні залежності абразивного зносу поверхонь титанового сплаву ВТ6 та сталі 30ХГСА при нежорстко закріплених абразивних частинках та пропонується нетрадиційний вдосконалений спосіб їх апроксимації підвищеної точності. Дається порівняльна оцінка запропонованого способу із класичним поліноміальним методом найменших квадратів.

УДК.621.793.004.6.001.57(045)

**Сравнительная оценка нетрадиционного усовершенствованного и классического полиномиального методов аппроксимации экспериментальных зависимостей абразивного износа поверхностей материалов / Н.А. Ходак, О.А.Вишневский**

Рассматриваются экспериментальные зависимости абразивного износа поверхностей титанового сплава ВТ6 при нежестко закрепленных абразивных частичках и предлагается нетрадиционный усовершенствованный способ их аппроксимации повышенной точности. Дается сравнительная оценка предложенного способа с классическим полиномиальным методом наименьших квадратов.

УДК.621.793.004.6.001.57(045)

**Way of increase of accuracy of experimental dependences of process of abrasive deterioration of surfaces of materials and coverings / N.A.Hodak, O.A.Vishnevsky**

Results of experimental researches are presented and the way of accuracy increasing of a choice of a kind of optimum approximating function of deterioration process of details materials surfaces and their coverings during friction against not rigidly fixed abrasive particles is considered.