

Р.В. Колодницька, к.т.н., доц.
П.П. Москвін, д.ф.-м.н., проф.
В.Л. Добряков, к.ф.-м.н., доц.
В.М. Очич, ст. викладач

Житомирський державний технологічний університет

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МАКСИМУМУ ЕНТРОПІЇ ДЛЯ АНАЛІЗУ СТАНУ КРАПЕЛЬ В БІОПАЛИВО-ПОВІТРЯНИХ СУМІШАХ

Метод максимуму ентропії застосовано для розрахунків параметрів функції розподілу крапель за їхніми розмірами та швидкостями рухів в паливно-повітряній сумішах, що сформовані на основі біопалива різного хімічного складу. Сформульована на основі термодинамічних припущень інтегрально – алгебраїчна система рівнянь розв'язувалася чисельними методами. Вхідними даними для розрахунків слугували термодинамічні властивості дизельного та біодизельного палива та умови створення крапельно-повітряної суміші в реальних розпилювальних системах двигунів внутрішнього згорання. Отримано кількісну інформацію про вид та параметри функції розподілу при різних умовах формування паливно-повітряних систем.

У межах методу максимуму ентропії проаналізовано вплив термодинамічних властивостей палива (рідини), що розпилюється, на функції розподілу, тобто на розміри крапель та швидкості їхніх рухів у дисперсній системі. Розрахунки співставляються з експериментами за розпиленням дизельного палива та його сумішей з рапсовою олією. Показано, що при розпиленні біопалива крапельна система буде характеризуватися більшими розмірами крапель в порівнянні з розмірами крапель, що створюються при розпиленні дизельного палива.

Отримані кількісні дані про вплив термодинамічних властивостей розпиленої рідини на кінцевий стан крапельно-повітряної суміші призначено для пошуку оптимальних умов розпилення палив з різними термодинамічними параметрами.

Ключові слова: *дизельне та біодизельне палива; крапельно-повітряні системи; термодинаміка палива; метод максимуму ентропії; функції розподілу крапель в дисперсній системі.*

Наявність кількісної інформації про розподіл розмірів крапель та швидкостей їх руху являє собою необхідний набір тих параметрів, які дозволяють здійснювати оцінки фундаментальних властивостей всієї крапельно-повітряної системи. Дані такого типу потрібні як для спрямованої розробки конструкції технічних пристроїв, що формують крапельно-повітряні системи із заданими параметрами з палива з різними термодинамічними властивостями, так і для пошуку найбільш сприятливих умов їх функціонування. Істотно, що такі дані дозволять апріорі здійснювати оцінку параметрів роботи двигунів при заміні класичного палива на свій аналог, отриманий із альтернативної сировини.

Складності, які виникають при проведенні безпосередніх експериментів по визначенню параметрів стану розпиленого палива загально відомі. Вони, у першу чергу, зумовлені складностями проведення прямих вимірювальних процедур через високу вартість прецизійного устаткування. У такій ситуації на перший план виходять різноманітні теоретичні моделі, які тією чи іншою мірою вирішують завдання теоретичного опису проблеми. В цьому сенсі зрозуміла значна кількість публікацій, присвячених теоретичному аналізу процесів розпилення палива. Серед великої кількості публікацій, які описують процеси, що відбуваються в повітряно-крапельних сумішах, досить яскраво виділяються дві групи робіт. Одна з них пов'язана з розробками найбільш повних та інформаційно-насичених кінетичних моделей динаміки розвитку крапельно-повітряної системи. Серед останніх робіт і найбільш цікавих з точки зору можливості їх застосування до розв'язування задачі створення крапельно-повітряних сумішей із заданими властивостями на основі рідин з різними фізичними властивостями варто вказати, наприклад, роботи [1–3]. У цих роботах розглядається поведінка розв'язків системи кінетичних диференціальних рівнянь, які виражають основні закони збереження, що виконуються в умовах формування розпиленого палива. Такий підхід дозволив отримати дані про розподіл розмірів крапель та швидкостей їх руху в часовій еволюції, тобто практично отримати вичерпну інформацію про стан системи.

Водночас, розв'язок таких задач у повному обсязі передбачає використання досить складного математичного апарату та складного програмного забезпечення. Це, як правило, приводить до значних затрат машинного часу на отримання результатів. Крім цього реалізація такого роду моделей автоматично передбачає вирішення багато параметричної задачі, в якій далеко не всі вихідні термодинамічні характеристики системи відомі з необхідною вірогідністю. Невизначеність в величинах вихідних параметрів і досить велика їх кількість не свідчить про досконалість таких моделей. Вирішення завдання термодинамічного опису стану розпиленого палива, утвореного краплинами палива, можна

знайти на основі більш простих, рівноважних моделей їх формування [4–6]. На користь використання рівноважних наближень для оцінки стану повітряно-крапельної системи говорить і той факт, що застосування рівноважного наближення автоматично передбачає використання математичної моделі з меншим числом параметрів, у порівнянні з кінетичними аналогами. Менша кількість вхідних параметрів моделі дозволяє полегшити інтерпретацію отриманих даних і виявити основні термодинамічні параметри палива, які визначають остаточний стан крапельної системи.

Данні рівноважних моделей дозволяють зробити наступний важливий для практики висновок. Дійсно, основні положення цього підходу не потребують інформації про те, яким саме способом технічна система створює крапельно-повітряну суміш. Це означає, що отримані з моделі результати можуть розглядатись як можлива теоретична межа у формуванні властивостей крапельної системи. І при цьому параметри кінцевого стану залежать тільки від властивостей взаємодіючих середовищ, тобто від термодинамічних властивостей розпилюваної рідини і середовища розповсюдження крапель. Це, по суті, та межа, до якої потрібно прагнути при розробках технічних систем, покликаних формувати паливо - повітряні суміші з заданими параметрами. Істотно, що такого роду дані в залежності від властивостей палива, що розпилюється, є корисними в практичному сенсі.

До таких рівноважних моделей, що описують утворення повітряно-крапельної суміші варто, у першу чергу, віднести моделі, які ґрунтуються на принципі максимуму ентропії [4–5]. В основі методу максимуму ентропії лежать положення другого закону термодинаміки, в якому стверджується, що в своїй еволюції система розпилюваних крапель рідини повинна розвиватись у напрямку досягнення своєї максимальної ентропії. Саме умова максимуму ентропії повітряно-крапельної системи дозволяє сформулювати необхідну вимогу для розрахунків функції розподілу для крапель розпиленої рідини.

Природними обмеженнями, що забезпечують існування локального максимуму для ентропії крапельної системи, служать умови, які випливають із законів збереження маси, імпульсу і енергії. Іншими словами можна стверджувати, що в основі моделі максимуму ентропії лежить пошук такого розподілу для розмірів і параметрів руху крапель, які задовольняють рівняння збереження, а ентропія всієї системи досягає свого максимуму.

Однією з актуальних енергетичних завдань сучасної техніки є проблема налаштування двигунів внутрішнього згорання на біопаливо різного хімічного складу. Одним з найважливіших процесів, який потрібно скорегувати для досягнення ефективної роботи двигунів на паливі іншого складу, слід визнати процес формування крапельно-повітряної суміші із заданими параметрами. Тому метою цієї роботи є на основі моделі максимуму ентропії проаналізувати вплив термодинамічних параметрів розпилюваного палива на розміри і параметри руху крапель в паливно-повітряній суміші. Отримані результати дозволять сформулювати рекомендації для вибору умов формування крапельної суміші з палива з різними термодинамічними властивостями.

1. Метод максимуму ентропії

Основним положенням метода максимуму ентропії є припущення, що кінцевий стан крапельно-повітряної суміші можна отримати за умови, що ентропія системи в своєму кінцевому стані досягає свого максимуму. Процес формування крапель в заданому об'ємі простору при цьому розглядається як перехід з одного стану в інший – кінцевий, який відповідає своєму новому стану рівноваги. Відповідно до законів термодинаміки в процесі переходу між цими станами маса, імпульс та енергія повинні відповідати відповідним умовам законів збереження, у той час як ентропія всієї системи після розпилення повинна досягати свого максимуму.

Очевидно, що в якості початкового стану системи вибирають стан рідини на виході інжектора, тоді як кінцевим станом вважається стан, коли остаточно сформовані краплі розпиленої рідини заповнюють увесь заданий об'єм. Найбільш повні і докладні рівняння, які описують перехід системи між зазначеними станами, розглянуті в [5]. Розгляд основних процесів, що протікають при формуванні крапельної системи, дозволив отримати інтегральні рівняння в двовимірному наближенні, які дають практично повну інформацію про стан крапельно-газової (аерозольної) системи. У той же час, отримання такого повного обсягу даних про стан крапельно-повітряної суміші виходить за рамки мети, поставленої в роботі. Вказана ситуація дозволяє дещо спростити математичну постановку задачі і обмежитися розглядом руху системи крапель тільки уздовж однієї координатної осі. Такий спрощений підхід був з успіхом використаний в [6] при моделюванні умов формування водно-повітряної суміші. Саме таке простіше, в порівнянні з основною роботою [5], математичне забезпечення моделі максимуму ентропії використовується в даній роботі.

Таким чином, в рамках обраного наближення рівняння збереження маси (1), імпульсу (2) та енергії (3) через функцію розподілу (щільність ймовірності) розмірів та швидкості крапель можна записати в наступному безрозмірному вигляді [5, 6]:

$$\iint f\bar{D}^3 d\bar{u}d\bar{D} = 1 + \bar{G}_m \quad (1)$$

$$\iint f \bar{D}^3 \bar{u} d\bar{u} d\bar{D} = 1 + \bar{G}_{mv} \quad (2)$$

$$\iint f (\bar{D}^3 \bar{u}^2 + B \bar{D}^2) d\bar{u} d\bar{D} = 1 + \bar{G}_e \quad (3)$$

$$\iint f d\bar{u} d\bar{D} = 1 \quad (4)$$

$$We = \frac{\rho U_0^2 \cdot D_{30}}{\sigma}, B = \frac{12}{We}, \bar{G}_m = \frac{G_m}{\dot{m}_o}; \bar{G}_{mv} = \frac{G_{mv}}{J_o}; \bar{G}_e = \frac{G_e}{\dot{E}_o},$$

$$\dot{E}_o = \dot{m}_o U_0^2, \bar{V} = \frac{V}{V_m}, \bar{u} = \frac{u}{U_0} \cdot V_m = \frac{\dot{m}_o}{\rho \dot{n}},$$

де f – щільність ймовірності виявити в системі краплі заданого діаметру D , які рухаються зі швидкістю u ; We – число Вебера крапельної системи; \dot{n} – швидкість утворення крапель рідини; $\dot{m}_o, J_o, \dot{E}_o$ – швидкості подачі маси, імпульсу та енергії в систему при формуванні крапельно-повітряної суміші, ця величина задається умовами функціонування інжектора; G_m, G_{mv}, G_e – швидкості роботи джерел (чи стоків) речовини, імпульсу і енергії у самому розпиленому паливі; σ, ρ – поверхневий натяг рідини і її густина. \bar{V}, \bar{u} – знерозмірені об'єм краплі та її швидкість руху, які отримано нормуванням на значення середньої швидкості впорскування рідини U_0 на виході інжектора та на середній об'єм крапель V_m . Якщо прийняти, що краплини мають сферичну форму, то середній об'єм крапель V_m можна пов'язати із середнім (об'ємним) діаметром крапель $V_m = \frac{\pi}{6} D_{30}^3$. У наведеній формулі використаний усереднений за обсягом краплі діаметр D_{30} , який вводиться формулами з [5]. Тоді відповідний поточний знерозмірений діаметр краплі: $\bar{D} = \frac{D}{D_{30}}$.

Остаточне формування математичного забезпечення задачі виконано з урахуванням умови нормування для щільності розподілу ймовірностей (4). Інтегрування в зазначених виразах проводиться за всіма можливими розмірами та швидкостями руху крапель.

Важливо, що рівняння (2), яке відображає закон збереження імпульсу при формуванні системи крапель, записано в скалярній формі. Це відповідає обумовленому вище одномірному припущенню в описі руху крапель, коли вони всі рухаються уздовж однієї осі, не утворюючи конуса розпилювання. Природно, що такий вибір наближення обмежить обсяг вихідної інформації про стан крапель. Однак, фізична сутність моделі дозволяє сподіватися на те, що отримані з неї кількісні дані, адекватно відобразять основні закономірності щодо впливу властивостей розпилюваного палива на кінцевий стан крапельно-повітряної суміші.

У рівнянні (3) враховано, що крім кінетичної енергії, краплина має і поверхневу енергію, яка необхідна для її формування. Ця компонента енергії, відповідно [6] розраховується безпосереднім множенням площі поверхні краплі поточного діаметру на поверхневий натяг рідни.

Запис рівнянь моделі [5, 6] до безрозмірних величин є корисним не тільки для розробки узагальненого математично-обчислювального забезпечення вирішення задачі, але і дозволить виявити ряд фізичних особливостей в поведінці основних параметрів крапельно-повітряної системи. Цей аналіз буде виконаний на основі проведених розрахунків нижче. Згідно методу максимуму ентропії функція S у кінцевому стані системи розпиленних крапель повинна досягати свого максимуму [5, 6]. Згідно з класичними взаємозв'язками між ентропією системи та щільністю ймовірності заповнення можливих її станів [5, 6], можна записати:

$$S = -k_B \cdot \iint f \cdot \ln(f) d\bar{V} d\bar{u}, \quad (5)$$

де k_B – стала Больцмана.

Таким чином, система рівнянь (1–5) формує математичну задачу пошуку максимального значення ентропії системи крапель S за умови існування в системі обмежень виду (1–4).

Таку класичну задачу пошуку екстремуму функції S зазвичай розв'язують з використанням методу множників Лагранжа. Реалізація методу множників Лагранжа стосовно систем (1–4) була здійснена в цілому ряді робіт з розвитку методу максимуму ентропії [5, 6]. У цих роботах показано, що в безперервному наближенні для зміни обсягів і швидкостей руху крапель частковий розподіл ймовірностей можна записати у вигляді:

$$f(\bar{D}, \bar{u}) = 3\bar{D}^2 \exp\left[-\alpha_0 - \alpha_1 \cdot \bar{D}^3 - \alpha_2 \cdot \bar{D}^3 \cdot \bar{u} - \alpha_3 (\bar{D}^3 \cdot \bar{u}^2 + B \cdot \bar{D}^2)\right] \quad (6)$$

де α_i , $i = 0, 1, 2, 3$ – множники Лагранжа.

Отже, остаточний вигляд математичної моделі еволюції системи рухомих крапель описується системою рівнянь (1–4), де функція $f(\bar{D}, \bar{u})$ визначається виразом (6) та задовольняє принципу максимуму ентропії (5).

Таким чином, вирішення поставленого в роботі завдання зводиться до аналізу рішень системи інтегро-алгебраїчних рівнянь (1–6), в якості вхідних даних для яких служать набори термодинамічних параметрів палив різного складу і умови функціонування розпилювальної системи.

2. Особливості рівнянь моделі максимуму ентропії і термодинамічні параметри палив.

Перш ніж приступити до вирішення рівнянь (1–6), необхідно проаналізувати деякі їх особливості та обґрунтувати вхідні термодинамічні параметри палив, розпилювання яких буде моделюватися, а так само технічні параметри функціонування форсунок. Дійсно, попередній аналіз особливостей рівнянь моделі при її застосуванні до опису реальних процесів, що відбуваються під час розпилювання палива, дозволяють обґрунтувати ряд припущень і виконати деякі спрощення вихідних рівнянь.

Цілком обґрунтованою уявляється можливість нехтування зміною маси речовини при її розпиленні, яке зумовлене, наприклад, випаровуванням рідини із зміною, або без, зарядових станів іонів або ж її дистиляцією. У такому випадку можна з великою мірою вірогідності припустити, що в рівняннях (1) компонента \bar{G}_m дорівнює нулеві, тобто $\bar{G}_m = 0$.

Подібна ситуація спостерігається і відносно функціонування додаткових джерел енергії в розпиленій рідині. Важко припустити, що в реальному процесі розпилення палива можуть виділятися значні об'єми енергії окрім тих, що враховані в (3). Нагадаємо, що в цих рівняннях враховується кінетична енергія руху крапель та поверхнева енергія їх утворення.

Що стосується зміни імпульсу системи під час руху крапель в межах заданого об'єму, то звичайно його втрати повинні спостерігатись хоча б за рахунок сил опору руху крапель у повітрі. Цю втрату імпульсу у загальному випадку необхідно врахувати при розрахунках остаточного стану розпиленої рідини. Така ж ситуація складається і при розгляді балансу енергії крапель, що рухаються в повітряному середовищі. Виникаючі при цьому сили тертя і виконувана ними робота неминуче призведе до зменшення повної енергії системи. Цілком природно, що розрахунок втрат, як імпульсу, так і енергії системи являє собою складну задачу. Тож не дивно, що існує цілий набір математичних виразів, які дозволяють оцінити ці втрати на різних стадіях процесу руйнування струменя рідини і утворення крапель [5–6]. У той же час з представлених виразів (1–3) видно, що в кількісному відношенні в рамках використаної моделі не важливий сам механізм руйнування струменя рідини, а важлива частка втрачених в цьому процесі енергії і імпульсу. Така ситуація зумовила використання наступного підходу у вирішенні завдання аналізу впливу параметрів палива на кінцевий стан крапельної системи.

В рамках цього підходу моделювання розподілу крапель буде виконано для різних значень часток розсіяного імпульсу і енергії, які пішли на роботу проти сил тертя. Для отримання такого роду даних в якості вхідних параметрів для рівнянь (1–4) служили різні значення параметрів \bar{G}_{mv} і \bar{G}_e , які враховують роботи стоків для імпульсу і енергії відповідно. Останнє означає, що в рамках обраної моделі зазначені параметри розглядалися як адаптивні, і їх значення знаходилося у найкращому відповідності експерименту. У той же час величини, близько яких здійснювалася їх варіація для досягнення максимальної відповідності умовам наявними експериментів, підтримувалася на рівні, відповідному або близькому до величини, знайденої в роботі [6] при застосуванні даної моделі до опису процесів розпилення води. Згідно з [6], частка імпульсу, розсіяного при подоланні сил тертя при переході системи з початкового стану, в стан ізоентропного динамічного процесу з максимально можливою ентропією, складала величину $\bar{G}_{mv} = -0.0175$.

Що стосується втрати енергії на роботу сил тертя на цій же часовій ділянці процесу руйнування струменя рідини, то з метою зменшення підгінних параметрів моделі і спрощення інтерпретації її результатів, був використаний наступний підхід. Величину частки втраченої енергії на виконання роботи проти сил тертя як при русі крапель в повітрі, так і внутрішнього тертя при русі і руйнуванні струменя

рідини, зазначений параметр приймався рівним відповідній величині для частки розсіяного імпульсу. Іншими словами, в усіх виконаних розрахунках вважалося, що $\overline{G}_{mv} = \overline{G}_e$.

Особливістю системи (1–4) є те, що окрім розглянутих вище параметрів, які характеризують втрати імпульсу і енергії в системі, єдиним параметром, який визначає вид шуканого вихідного розподілу, є число Вебера We . Термодинамічні параметри, необхідні для його розрахунків в даній роботі представлені в табл.1. Зазначимо, що значення середніх об'ємних діаметрів крапель для розпиленого дизеля і біодизеля були отримані в даній роботі безпосереднім інтегруванням відповідних розподілів крапель палива за розмірами, які наведені в роботі [7].

Розрахунки чисел Вебера на основі наведених даних показують, що для випадку постійної середньої швидкості на виході форсунки розпилювальної системи, величини зазначених чисел перебувають в інтервалі від 220 до 500. Природно, що існує можливість їх змін за рахунок варіації тиску, при якому здійснюється впорскування палива. Природно, що збільшення тиску в системі збільшить середню швидкість руху струменя рідини на початковому етапі розпилення. У той же час слід зазначити, що практично для всіх важливих умов формування крапельно-повітряних сумішей із палив різного складу, величини чисел Вебера все ж не виходять за інтервал 220–1500. Така ситуація зумовлює необхідність зміщення акценту в аналізі стану крапельно-повітряної суміші саме на вказаний інтервал чисел Вебера.

Таблиця 1

Термодинамічні параметри рідин та умови їх розпилення

| Паливо | Густина, (кг/м ³) | Поверхневий натяг, Н/м | Динамічна в'язкість, Па с *10 ³ | Середня швидкість рідини, м/с | D_{30} , мкм | Число Вебера |
|------------------|-------------------------------|------------------------|--|-------------------------------|---------------------------|-------------------|
| Дизель | 837 | 0.0298 | 3.1 | 43.7 | 8.89 [7, дійсна раб.] | 477 [дійсна раб.] |
| Біодизель | 883 | 0.0332 | 3.5 | 28.3 | 10.35 [7, дійсна раб.] | 220 [дійсна раб.] |
| Рапсова олія [8] | 917 | 0.033 | 68.7 | - | - | - |
| Вода [6] | 998.2 | 0.0736 | | 40.8 | 13.7 | 311 |

1. Математичне забезпечення розв'язання задачі

Для побудови розподілів розмірів крапель та їх швидкостей у крапельно-повітряній системі за принципом максимуму ентропії необхідно максимізувати функцію (5), для якої диференціальна функція розподілу f має вигляд (6) з множниками Лагранжа α_i , які задовольняють систему рівнянь (1–4). Розв'язання такої системи є непростю задачею [5, 6] через погану обумовленість відповідних матриць на початковій стадії ітераційного процесу. Це є наслідком значної апріорної невизначеності початкових значень шуканих змінних при виконанні перших кроків обчислювального процесу. У даній роботі для подолання зазначеної проблеми використано модифікований підхід до розв'язання системи, який ґрунтується на використанні модифікованого ітераційного методу Ньютона. Для побудови такої ітераційної процедури вирішення завдання використовуються, в основному, ті ж допущення, що і в [6]. При цьому використана можливість виконати аналітичне інтегрування функції розподілу f , і так само обмежити межі інтегрування змінних $\overline{D}, \overline{U}$ кінцевими величинами. Такий підхід видається цілком обґрунтованим через швидке загасання інтегрованих експоненційних функцій і він не повинен призводити до втрати точності обчислень. Відзначимо, що при виконанні чисельного моделювання нами виконувалася оцінка похибок обчислень, що вносяться до кінцевого результату через прийняті припущення. Результати розрахунків показали, що таке коригування меж інтегрування вносить похибку в кінцевий результат менш 0,5 від %.

У той же час досвід роботи з розробленим алгоритмом показав, що рекомендовані в [6] межі інтегрування $\overline{D}, \overline{U} \in (0; 3,5)$ не завжди забезпечували стійку роботу обчислювальної програми. Це проявлялося в знаходженні рішень з свідомо не відповідним фізичним змістом завдання або ж приводило до втрати збіжності ітераційного процесу. Домогтися збіжності роботи алгоритму в таких випадках вдавалося, збільшуючи інтервал інтегрування за змінними до $\overline{D}, \overline{U} \in (0; 8)$.

Працездатність та придатність розробленого математичного та програмного забезпечення була доведена підтвердженням розрахункових результатів [6], коли в рамках моделі максимуму ентропії був виконаний розрахунок, що моделює процес розпилення води. Отриманий тестовий результат для випадку $We = 311$ (табл. 1), виконаний відповідно до розробленого програмного забезпечення показав повний збіг з нашими розрахунками і з експериментальними даними з [6]. Ці дані будуть приведені в

графічному вигляді нижче. Природно, що множники Лагранжа, отримані в результаті таких тестових розрахунків, також збігаються з даними [6]. Отриманий результат дозволив стверджувати застосовність розроблених обчислювальних програм для моделювання впливу термодинамічних властивостей палива на кінцевий стан крапельно-повітряної суміші.

2. Результати і обговорення

Основні результати моделювання процесів розпилювання палив представлені на рисунках 1–3. Так на рисунку 1 дані розрахунки щільності ймовірності виявлення крапель заданого розміру в залежності від величини їх нормованого діаметра для різних значень числа Вебера. Розрахунки виконані для випадку, коли частка втрат імпульсу на сили тертя при розпилюванні рідини становить величину $\bar{S}_{mv} = -0.017$, а втрати енергії рівні нулю: $\bar{S}_e = 0$. Саме така оцінка величин зазначених параметрів була виконана в [6] для опису утворення водно-повітряної крапельної суміші в різних умовах її формування.

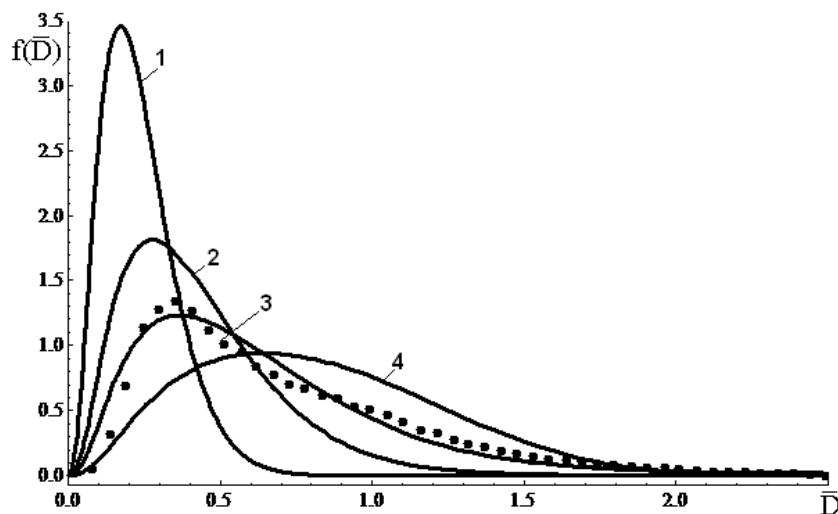


Рис. 1. Щільності розподілу нормованих діаметрів при розпиленні палива в умовах різних чисел Вебера: 1 – $We=150$; 2 – $We=220$; 3 – $We=311$; 4 – $We=1000$.
Експериментальні дані з [6] для розпилення води

З рисунка 1 випливає, що процес розпилення палива за умов, що забезпечують збільшення числа Вебера від 100 до 1000, призводить до зміщення аналізованих розподілів в область утворення крапель більшого розміру. Розглядаючи вирази для числа Вебера (1–4) можна стверджувати, що при заданих термодинамічних параметрах палива (табл. 1) змінюючи середню швидкість розпилення можна коригувати геометричні параметри крапель в розпиленому стані, тобто формувати необхідний розподіл для крапель палива за їх розмірами. При цьому відзначимо, що це явище має проявлятися для палив з будь-якими параметрами, і які мають різні значення абсолютного середнього діаметра крапель D_{30} . Нагадаємо, що експериментальні результати по величині параметра D_{30} для різних видів палива не однакові (табл. 1).

Не менш корисні особливості в поведінці розподілів крапель за розмірами показали результати розрахунків для випадку $We > 1000$. Виявилось, що збільшення числа We більше 1000 практично не відбивається на формах кривих розподілу крапель за їх розмірами. На практиці це означає, що зростання середньої швидкості рідини на виході форсунки позначається на геометричних параметрах крапельної системи тільки до певних меж (згідно рис.1 We менш 800) і надії на істотну зміну розмірів крапель за рахунок збільшення швидкості розпилення палива в діапазоні $We > 1000$ можуть виявитися не виправданими. З рис.1 випливає, що положення максимуму даної функції розподілу, тобто величина найбільш ймовірного діаметру крапель в системі, істотно залежить від числа Вебера. При цьому спостерігається чітке зміщення максимумів розподілів в область великих діаметрів крапель у міру зростання чисел Вебера. Відзначимо, що використання для опису такого ефекту параметра \bar{D}_{30} не видається доцільним, тому що для всіх розглянутих випадків він є постійною величиною ($\bar{D}_{30} = 1$). Останнє твердження безпосередньо впливає з рівняння збереження маси для розпиленої речовини (1).

Таким чином, можна стверджувати, що зміна числа Вебера призводить до варіацій форми кривої розподілу, тоді як третій момент (\bar{D}_{30} – параметр, який визначається з розрахунку об'ємних характеристик крапель [5]) для розподілу залишається величиною постійною. Варто зауважити, що у випадку збільшення числа We більше 1500 залежність найбільш вірогідного діаметру крапель від числа Вебера стає достатньо малою, відображаючи вказану раніше тенденцію зменшення чутливості форми розподілу до зміни останнього у вказаному діапазоні його змін.

У типових умовах розпилення число Вебера при використанні дизельного палива зі складом, який змінюється від класичного дизельного до перспективного біодизельного, буде змінюватись в інтервалі від 220 до 500. Вказаний результат отримано безпосереднім використанням вихідних термодинамічних параметрів палив з табл.1. Такий інтервал зміни числа We , обумовлений різницею в термодинамічних властивостях палив, виявляється все ж незначним, щоб принципово змінити хід кривих розподілу. Разом з тим вплив термодинамічних властивостей палива на параметри крапель у суміші видно з рисунка 1 досить чітко. Так, з рисунка 1, бачимо збільшення найбільше вірогідного діаметру крапель від $0.25 \bar{D}$ до $0.5 \bar{D}$ при заміні класичного дизельного палива на біодизель. Відомо [9], що при розпиленні біодизельного палива в одній і тій же технічній системі середній розмір крапель перевищує розмір крапель, одержаних при розпиленні класичного дизельного палива. У вказаному сенсі, одержаний теоретичний результат можна розглядати як експериментально підтверджений.

На рис.2 показано розрахунковий взаємозв'язок між нормованим найбільше вірогідним діаметром крапель у крапельній системі та числом Вебера системи. З розрахунків слідує, що найбільше вірогідний діаметр крапель при малих числах Вебера ($We < 550$) практично лінійно залежить від останнього. Це вказує на можливість управління параметрами крапельної системи за рахунок зміни умов роботи інжектора. У цьому сенсі кількісні показники рис.2 будуть корисними на практиці. Необхідно зауважити ще одну особливість поведінки системи. Дійсно, результати рис.2 про зміну найбільше вірогідного діаметра крапель з числом Вебера одержані за умови, коли діаметр D_{30} у системі є величиною постійною. Такий висновок впливає безпосередньо із формули збереження маси для розпилюваної речовини (1). Згідно з розрахунками крапельна система реагує на варіації числа Вебера зміщенням положення максимуму розподілу, тоді як діаметр крапель, отриманий усередненням об'ємів крапель або, що теж саме, третій момент розподілу залишається незмінним.

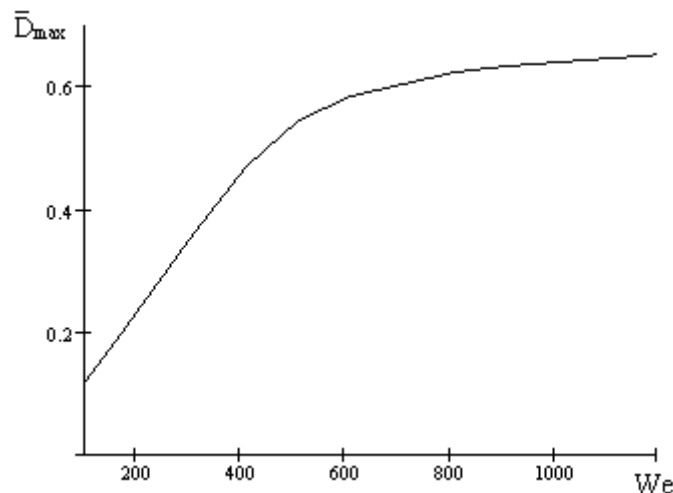


Рис. 2. Залежність найбільш імовірного нормованого діаметра від числа Вебера системи.

Результати розрахунків також свідчать (рис. 2), що найбільше вірогідний діаметр крапель системи досить мало залежить від величини числа Вебера при його значеннях більше 600. Така тенденція у поведінці системи є наслідком малої залежності форми кінцевого розподілу для розмірів крапель від числа Вебера, про що зазначалось вище стосовно рисунка 1.

Найбільш вагомим підтвердженням застосовності метода максимуму ентропії для опису процесу розпилення палива різного хімічного складу можна отримати, досліджуючи експериментальні, одержані в [9]. Принципово важливою особливістю експериментальних даних [9] слід визнати то, що вони отримані для паливних сумішей різного складу за однією методою і на одному обладнанні. Ці експериментальні результати по розподілу діаметрів крапель по розмірах для випадків розпилення

палива, утворених сумішшю дизельного палива з рапсовою олією в різних співвідношеннях разом з результатами розрахунків, наведені на рисунку 3.

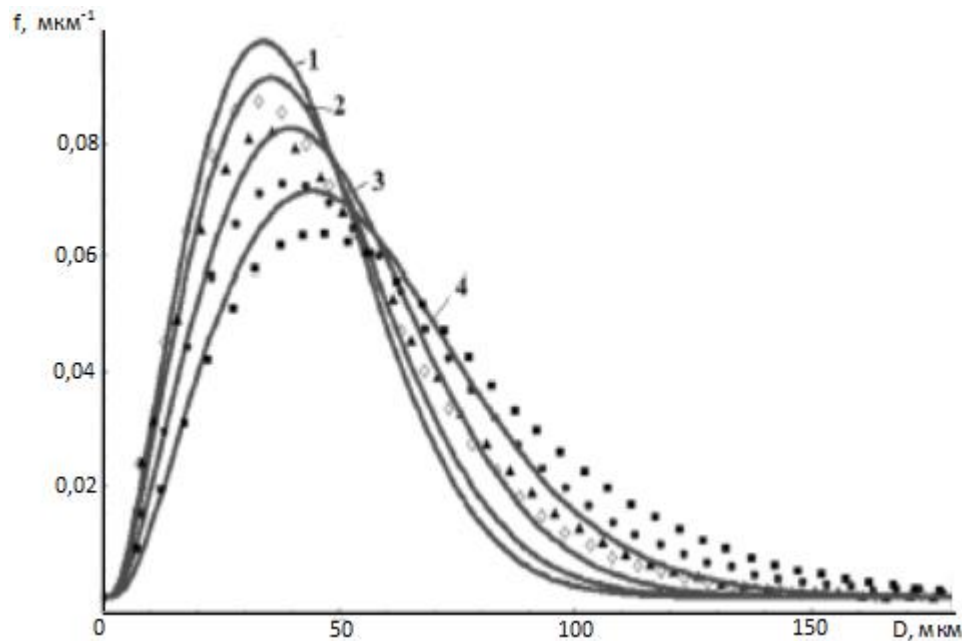


Рис. 3. Щільності розподілу діаметрів крапель при розпиленні палива різного складу:

1 – дизельне паливо (ДП): $We = 900$, $\bar{S}_{mv} = \bar{S}_e = -0.017$; 2 – суміш 20 % рапсової олії (РО) і 80 %

ДП: $We = 825$, $\bar{S}_{mv} = \bar{S}_e = -0.018$; 3 – 30 % РО і 70 %

ДП: $We = 750$, $\bar{S}_{mv} = \bar{S}_e = -0.020$; 4 – 40 % РО і 60 %

ДП: $We = 450$, $\bar{S}_{mv} = \bar{S}_e = -0.032$;

◇, △, ●, ■ – експериментальні дані [9] для паливної суміші зі складом 1–4 відповідно

Перш ніж обговорювати результати рис.3 необхідно зупинитися на особливостях отриманих та наведених експериментальних залежностей. Дійсно, в експериментах [9] виконувались виміри величини об'ємно - поверхневого діаметра капель D_{32} , тоді як розрахункові розподіли даної роботи виконані, коли незалежною перемінною задачі є діаметр D_{30} (1-4). Інтегральна формула для перерахунку діаметра D_{30} в D_{32} добре відома [5] і вона виглядає так:

$$\bar{D}_{32} = \bar{D}_{30} \cdot \int_0^{\infty} \bar{D}^2 \cdot f(\bar{D}) d\bar{D}. \quad (7)$$

З наведеної формули випливає, що величина інтеграла, тобто перерахункового коефіцієнта між різними за способом усереднення діаметрами, залежить від виду функції розподілу і параметрів, які в неї входять. У дійсній роботі відповідно до (7) було виконано необхідне інтегрування розподілу численними методами, які є вирішенням рівнянь моделі для найбільш типових випадків розпилення палив. Результати розрахунків показали, що для вибраної форми розподілу (6), перерахунковий коефіцієнт для діапазону чисел Вебера от 220 до 1000 був практично постійним та дорівнював 1,19. Це означає, що при побудові графіка на рисунку 3 перехід від діаметрів D_{30} до D_{32} здійснювався за формулою: $D_{32} = 1,19 D_{30}$.

Зазначимо, що величина обговорюваного коефіцієнта, розрахована через гама-функцію, як це рекомендовано в [5], виявляється рівною 1,29, що, в цілому, непогано корелюється з величиною отриманою в даній роботі. Проте, результат з [5] був отриманий для випадків використання узагальненої теоретичної форми для функції розподілу f , тоді як значення 1,19 відноситься до параметрів конкретного розподілу, знайденого в даній роботі при вирішенні конкретної задачі. Тому саме значення 1.19 було використане при співставленні розрахункових результатів з експериментальними даними [9].

Необхідні для численного оброблення даних [9] величини чисел Вебера і частки втрат для імпульсу \bar{S}_{mv} і енергії \bar{S}_e оцінювались з наступних міркувань. Що стосується щільності та поверхневого натягнення для паливних сумішей різного складу, то для їх оцінки застосовано метод інтерполяцій на основі даних про відповідні параметри для вихідних компонентів паливного розчину. Такий підхід для оцінки вказаних термодинамічних параметрів суміші видається достатньо обґрунтованим, при наймі тим, що для вказаних параметрів інтервал їх зміни незначний і лінійна апроксимація не повинна призводити до суттєвої похибки у величинах модельованих параметрів.

Суттєву невизначеність у кінцеве значення чисел Вебера вносить величина середньої швидкості впорскування палива, яка повинна вимірюватися на виході з форсунки. Природно, що шукана швидкість залежить від конструкційних особливостей форсунок, параметрів подачі палива (тиск впорскування, в першу чергу) і властивостей розпилюваного палива [6–8]. При такій значній кількості факторів, що визначають швидкість впорскування палива, цілком зрозуміло, що виконати достовірну теоретичну оцінку розглянутого параметра для експериментальної установки з роботи [9] досить важко. У той же час деякі міркування про зміну цього параметра при переході від одного складу суміші дизельного палива з ріпаковою олією до іншого, висловити цілком можливо. Основним параметром, що задає швидкість руху реальної рідини, є її в'язкість. Експериментальні дані по в'язкості дизельного палива, біодизеля і ріпакової олії наведені в табл.1. З табл.1 видно істотну відмінність (півтора порядку) між в'язкостями дизельних палив та ріпаковою олією. Цілком природно, що додавання ріпакової олії у дизельне паливо призводить до підвищення в'язкості всієї суміші. Причому таке зростання, швидше за все, буде відбуватися не по лінійній залежності. Лінійні зміни параметрів розчинів з їх складом зазвичай спостерігаються, коли розчин утворюється з компонентів одного гомологічного ряду речовин, тобто коли змішуються речовини близькі за термодинамічними властивостями. У разі змішування дизельного палива з оливою при переході еквіатомного складу суміші, відбувається зміна розчинника в системі з його заміною від низьков'язкого дизельного палива на в'язкий масляний розчинник. Тому можна з високою часткою ймовірності стверджувати, що в'язкість паливної суміші буде зростати по мірі збільшення в ній частки ріпакової олії, хоча це наростання і не повинно бути при малих частках олії дуже значним. Природно, що і швидкість палива на виході форсунки буде значно, але не катастрофічно швидко, зменшуватися по мірі збільшення частки масла в системі. Непрямим підтвердженням висловлених міркувань щодо залежності в'язкості паливної суміші від її складу підтверджує і, зазначений у [9], експериментальний факт про неможливість, при тому ж тиску впорскування, розпорошити паливну суміш, коли частка олії в ній перевищувала 40 %. Висловлене міркування про хід залежності в'язкості паливної суміші від її складу дозволило припустити, що число Вебера має зменшуватися при збільшенні частки олії в суміші. Природно, що ці міркування лягли в основу виконаних розрахунків. Зростання в'язкості палива в системі по мірі зростання частки розчиненої олії повинно позначитися і на величині загальних втрат на внутрішнє тертя в рідині, яка розпорошується. Сказане означає, що параметри втрат імпульсу та енергії, в даному випадку теж повинні розглядатися, як залежні від складу палива. При цьому однозначно можна стверджувати, що по мірі зростання частки олії в паливній суміші величини втрат в системі повинні зростати.

Таким чином, висловлені міркування дозволили обґрунтувати наступний підхід для теоретичного опису експериментальних залежностей [9]. Отже, підгінними параметрами для опису даних [9] служать число Вебера і величини часток втрат, \bar{S}_{mv} , \bar{S}_e , за умови, коли їх зміни відповідають наведеним вище міркуванням. Висловлені міркування лягли в основу розрахунків функцій розподілу крапель за розмірами для розпилення паливної суміші різного складу на рис.3.

Аналіз попередніх результатів розрахунків показав, що найбільший вплив на хід розрахункових залежностей для функції розподілу серед параметрів \bar{S}_{mv} , \bar{S}_e має величина \bar{S}_{mv} . При цьому тенденції в зміні положення і форми кривої розподілу від варіації зазначених параметрів односпрямовані. Це означає, що, наприклад, збільшення як одного, так і другого параметра призводить до розширення кривої розподілу і зміщує її максимум в область великих діаметрів крапель. Накопичений досвід розрахунків послужив підставою в остаточному аналізі прийняти $\bar{S}_{mv} = \bar{S}_e$. Подальші розрахунки показали, що таке допущення практично не зменшує загальну вірогідність їх результатів, але все таки зменшує кількість підгінних параметрів моделі і спрощує інтерпретацію її результатів.

Результати розрахунків розподілу крапель за їх розмірами спільно з експериментальними даними [9] представлені на рисунку 3. Спостерігається цілком задовільна відповідність результатів роботи моделі максимуму ентропії з експериментальними даними при висловлених теоретично не суперечливих припущеннях. Зазначимо, що знайдені по найкращій відповідності розрахунків кількісні значення числа Вебера і частки втрат в системі, наведені у підпису до рисунка 3, відповідають висловленим вище вимогам.

Досягнута відповідність розрахунків експериментам дозволяє використовувати розроблені модельні уявлення для аналізу особливостей поведінки крапель при еволюції паливно-повітряної системи. Так на рисунку 4 представлені функції розподілу для швидкостей руху крапель в умовах, аналогічних даним рисунка 1. Як і у випадку рис.1, параметри, що описують втрату імпульсу та енергії в розпилювальній системі, підтримувалися такими ж як і в [6], тобто рівними $\bar{S}_{mv} = -0.017$ і $\bar{S}_e = 0$. З розрахунків випливає, що збільшення числа Вебера не позначається на величині середньої швидкості руху крапель, але зменшує висоту максимуму на графіку і робить функцію щільності ймовірності дещо більш «розмазаною» вздовж координатної осі швидкості.

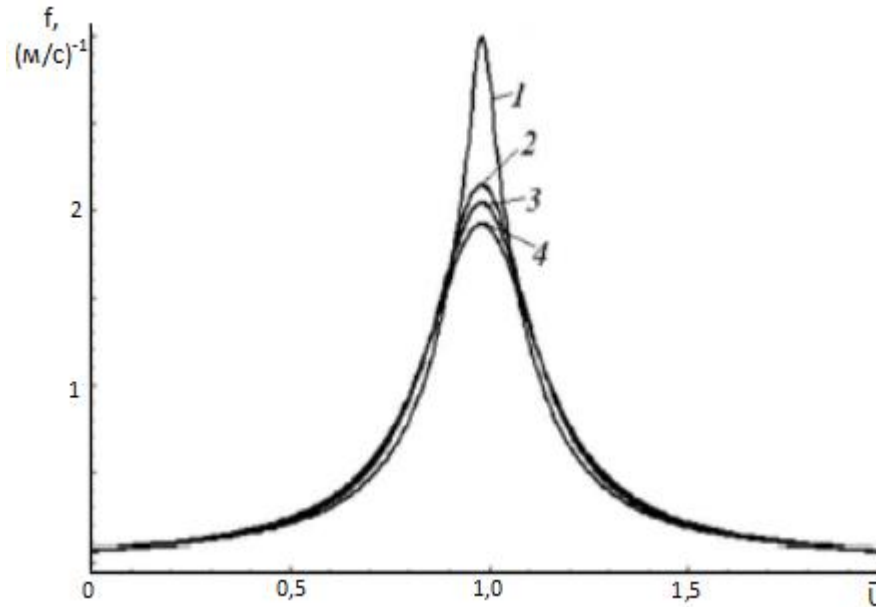


Рис. 4. Щільності розподілу нормованих швидкостей руху крапель для різних чисел Вебера при відносних втратах імпульсу та енергії в системі $\bar{S}_{mv} = -0.017$ і $\bar{S}_e = 0$. 1 – $We=311$; 2 – $We=811$; 3 – $We=1011$; 4 – $We=1511$.

Якщо швидкості руху крапель залишаються практично незмінними при зміні числа Вебера або, що те ж саме, при зміні термодинамічних властивостей використовуюваного палива, то можна стверджувати, що система реагує на нові параметри краплеутворення (зміна питомої поверхневої енергії) зміною розмірів крапель, що утворюються. Такий висновок відповідає даним рис.1, де спостерігається істотна зміна діаметрів крапель при варіації числа Вебера. Припущення про те, що краплі в розпиленому паливі рухаються зі швидкостями, які мало відрізняються від свого середнього значення, нами було використано в [10] при розрахунках мультифрактальних спектрів від слідів ударів крапель палива, залишених на пластинці, покритій шаром кіптяви. У розрахунках [10] передбачалося, що форма слідів від ударів (воронки) крапель повторює форму самих крапель. Дійсно, таке припущення є обґрунтованим, коли швидкості руху крапель приблизно рівні і імпульс, який ними переноситься та створений ними силовий вплив на поверхню реєструючого шару визначається тільки їх масою. У цьому сенсі наявність різких максимумів у розподілі швидкості руху крапель на рис.4 можна розглядати як кількісне підтвердження висловленому у [10] припущенню.

Висновки. Метод максимуму ентропії застосований для оцінки впливу термодинамічних параметрів розпилюваного палива на кінцевий стан крапельно-повітряної суміші. Виконаний кількісний аналіз залежності швидкості руху і розмірів крапель в паливах різного хімічного складу (включаючи біопаливо). Показано, що зміна термодинамічних характеристик палива відбивається на зміні розмірів крапель і швидкості їх руху. При цьому крапельно-повітряна суміш реагує на зміну термодинамічних параметрів розпиленого палива, в першу чергу, зміною діаметрів крапель, які рухаються, тоді як кінетичні характеристики їх руху змінюються несуттєво.

Список використаної літератури:

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1 / Р.И. Нигматулин. – М. : Наука, 1987. – 464 с.
2. Ягодников Д.А. Математическое моделирование испарения и горения капель керосина в камере сгорания жидкостного ракетного двигателя с использованием плотности распределения вероятности / Д.А. Ягодников, Ж.Бенуа // Инженерный вестник. – 2014. – № 9. – С. 103–115.

3. Roisman I.V. Effect of ambient pressure on penetration of a diesel spray / I.V. Roisman, A.Lucio, C.Tropea // International Journal of Multiphase Flow. – 2007. – Vol. 33. – Pp. 904–920.
4. Stutrud BI-Modal Size Distributions Predicted by Maximum Entropy are Compared with Experiments in Sprays / L.P. Chin, G.G. Switzer, R.S. Tankin, T.J. Jackson // Combustion Science and Technology. – 1995. – Chapter 109 : 1–6. – Pp. 35–52.
5. Dumouche C. The Maximum Entropy Formalism and the prediction of Liquid Spray Drop-Size Distribution / C.Dumouche // Entropy. – 2009. – Vol. 11. – Pp. 713–747.
6. Movahednejad E. Prediction of Droplet Size and Velocity Distribution in Droplet Formation Region of Liquid Spray / E.Movahednejad, F.Ommi, S.M. Hosseinalipour // Entropy. – 2010. – Vol. 12. – Pp. 1484–1498.
7. Crua C. Microscopic imaging of the initial stage of diesel spray formation / C.Crua, M.R. Heikal, M.R. Gold // Fuel. – 2015. – Vol. 157. – Pp. 140–150.
8. Жосан А.А. Сравнение физико-химических свойств дизельного топлива и рапсового масла / А.А. Жосан, Ю.Н. Рыжов, А.А. Курочкин // Вестник Орловского ГАУ. – 2011. – Vol. 31. – № 4. – С. 72.
9. Колодницька Р.В. Мультифрактальний аналіз відбитків крапель розпиленого дизельного палива різного складу / Р.В. Колодницька, В.Б. Крижанівський, П.П. Москвін // УФЖ. – № 3. – 2016. – С. 105–115.
10. Иващенко А.В. Дисперсний состав капель биодизельного топлива на выходе форсунки / А.В. Иващенко, В.Н. Горячкин // Двигатели внутреннего сгорания. – 2011. – Vol. 2. – С. 41–46.

References:

1. Nigmatulin, R.I. (1987), *Dinamika mnogofaznyh sred*, Part 1, Nauka, Moskva, 464 p.
2. Jagodnikov, D.A. and Benua, Zh. (2014), «Matematicheskoe modelirovanie isparenija i gorenija kapel' kerosina v kamere sgoranija zhidkostnogo raketnogo dvigatelja s ispol'zovaniem plotnosti raspredelenija verojatnosti», *Inzhenernyj vestnik*, No. 9, pp. 103–115.
3. Roisman, I.V., Lucio, A. and Tropea, C. (2007), «Effect of ambient pressure on penetration of a diesel spray», *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 33, pp. 904–920.
4. Chin, L.P., Switzer, G.G., Tankin, R.S. and Jackson, T.J. (1995), «Stutrud BI-Modal Size Distributions Predicted by Maximum Entropy are Compared with Experiments in Sprays», *Combustion Science and Technology*, Chapter 109 : 1–6, pp. 35–52.
5. Dumouche, C. (2009), «The Maximum Entropy Formalism and the prediction of Liquid Spray Drop-Size Distribution», *Entropy*, Vol. 11, pp. 713–747.
6. Movahednejad, E., Ommi, F. and Hosseinalipour, S.M. (2010), «Prediction of Droplet Size and Velocity Distribution in Droplet Formation Region of Liquid Spray», *Entropy*, Vol. 12, pp. 1484–1498.
7. Crua, C., Heikal, M.R. and Gold, M.R. (2015), «Microscopic imaging of the initial stage of diesel spray formation», *Fuel*, Vol. 157, pp. 140–150.
8. Zhosan, A.A., Ryzhov, Ju.N. and Kurochkin, A.A. (2011), «Sravnenie fiziko-himicheskikh svojstv dizel'nogo topliva i rapsovoogo masla», *Vestnik Orlovskogo GAU*, Vol. 31, No. 4, p. 72.
9. Kolodnyts'ka, R.V., Kryzhaniv's'kyj, V.B. and Moskvyn, P.P. (2016), «Mul'tyfraktal'nyj analiz vidbytkiv krapel' rozpylenogo dyzel'nogo palyva riznogo skladu», *UFZh*, No. 3, pp. 105–115.
10. Ivashhenko, A.V. and Gorjachkin, V.N. (2011), «Dispersnyj sostav kapel' biodizel'nogo topliva na vyhode forsunki», *Dvigateli vnutrennego sgoranija*, Vol. 2, pp. 41–46.

КОЛОДНИЦЬКА Руслана Віталіївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобільного господарства Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- паливні системи двигунів внутрішнього згоряння;
- термодинаміка складних систем, термодинаміка розчинів;
- термодинамічні властивості дизельного палива та біопаливо.

МОСКВІН Павло Петрович – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики та вищої математики Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- термодинаміка складних систем, матеріалознавство;
- обчислювальні методи аналізу.

ДОБРЯКОВ Володимир Львович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та вищої математики Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- теоретична фізика та термодинаміка;
- фізика конденсованого стану речовини.

ОЧИЧ Віра Михайлівна – старший викладач кафедри фізики та вищої математики Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- обчислювальні методи вищої математики, математичне моделювання;
- диференціальні рівняння, чисельні методи їх розв'язку.

Стаття надійшла до редакції 06.04.2017.