

О.І. Рибін, д.т.н, проф.
О.Б. Шарпан, к.т.н., доц.

Національний технічний університет України „КПІ”

ДІАГНОСТИЧНІ МОЖЛИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ НОРМАЛІЗАЦІЇ ОРТОГОНАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ПРИ АНАЛІЗІ ПУЛЬСОГРАМ

Розглянуто можливості нормалізації ортогональних функцій еталонним сигналом з метою збільшення чутливості діагностики в області трансформант.

Вступ

Аналіз пульсограм в сучасній медичній практиці займає важливе місце при діагностичному стану судинної системи. Найбільш поширеними базисами аналізу пульсограм є базиси натуральний і спектральний в області трансформант (гармонік, комплексних експонент), а також перетворення Фур'є [1], [2]. Але останнім часом все більш поширюються методи аналізу біомедичних сигналів у базисах інших ортогональних перетворень, зокрема з дійсним ядром (Уолша, косинусне, похиле, Хартлі, REX [3], [4]), а також різні види вейвлет-перетворень [2], [3], [4].

Велике різноманіття ортогональних перетворень, що їх використовують для аналізу біомедичних сигналів, можна пояснити тим, що різні діагностичні особливості сигналів по-різному проявляються в спектрах відповідних трансформант, що в сукупності дозволяє підвищити імовірність діагностичних висновків [5], [6], [7], [8]. Спектри трансформант різних перетворень відображають зміни біомедичних сигналів, зокрема пульсограм (тобто зміни у функціонуванні судинної системи). До того ж кількість інформаційних змін спектрів для різних перетворень різна. В ідеалі, серед множини ортогональних перетворень слід було б шукати таке, для якого зміни спектрів відповідали б саме змінам в сигналі і не відображали інформації про стандартний (нормальний) сигнал [9], [10], [11].

Це можливо, коли такий сигнал (після нормування) співпадає з однією із трансформант ортогонального перетворення (як це має місце при аналізі спотворень гармоніки в електротехніці). Але, на жаль, у наш час невідомі такі ортогональні перетворення, трансформанти яких співпадали б з аналізованими біосигналами. Саме розробці методу, “підстройки” трансформант ортогонального перетворення під біосигнал довільної форми, прийнятий за нормальний, присвячена дана робота. Тому “підстройку”, при якій трансформанта і сигнал в певному сенсі “тотожні”, у подальшому будемо називати нормалізацією ортогонального перетворення.

Процедура нормалізації та можливості діагностики

Оскільки в сучасній техніці обробки сигналів найпоширенішими є дискретні ортогональні перетворення, процедуру нормалізації побудуємо саме для дискретних перетворень. Як відомо, пара будь-яких дискретних ортогональних перетворень має вигляд:

$$\begin{aligned} \overline{X}_\varepsilon &= \overline{W}_N \overline{X}_t; \\ \overline{X}_t &= \overline{W}_N^{-1} \overline{X}_\varepsilon, \end{aligned} \quad (1)$$

де \overline{W}_N – нормована матриця (оператор) дискретного ортогонального перетворення порядку $N = 2^n$, n – ціле; $\overline{X}_t, \overline{X}_\varepsilon$ – стовпці відповідно відліків сигналу $x(t)$ та “амплітуд” (масштабних множників при нормованих ортогональних функціях) в області трансформант розміру $N \times 1$; \overline{W}_N^{-1} – обернена матриця.

Для ортогональних перетворень обернену матрицю знаходять за властивістю ортогональності, внаслідок чого

$$\overline{W} \overline{W}^T = \overline{Diag} \varepsilon_i^2, \quad (2)$$

де T – знак транспонування;

$\overline{Diag} \varepsilon_i^2$ – діагональна матриця, в головній діагоналі якої записані ε_i^2 – енергії i -х трансформант.

Після ділення i -х рядків матриці $\overline{\overline{W}}$ на ϵ_i одержимо матрицю $\overline{\overline{W}}_H$. Тоді для перетворень з дійсним ядром $\overline{\overline{W}}_H^T = \overline{\overline{W}}_H^{-1}$. Таку процедуру застосовують звичайно для несиметричних матриць $\overline{\overline{W}}$. Для симетричних $\overline{\overline{W}}^{-1} = \frac{1}{N} \overline{\overline{W}}^*$, де $*$ – знак комплексного спряження, якщо ядро перетворення комплексне. Для процедури нормалізації важливим є те, що при перестановці місць стовпців матриць $\overline{\overline{W}}$ умова ортогональності (2) завжди виконується. Переставляючи стовпці матриць $\overline{\overline{W}}$, одержуємо в кожному рядку нову форму ортогональних дискретних функцій, і ця форма може в певному сенсі відповідати формі тестового (стандартного) сигналу. Саме це й є основою процедури нормалізації. Для її пояснення розглянемо простий сигнал (рис. 1,а) трикутникової форми, який нормований так, що його максимальне і мінімальне значення дорівнюють ± 1 , а довжина сигналу тотожна періоду обраної ортогональної функції з використовуваного для нормалізації ортогонального перетворення. Нехай базовою буде перша трансформанта косинусного перетворення (рис. 1,б).

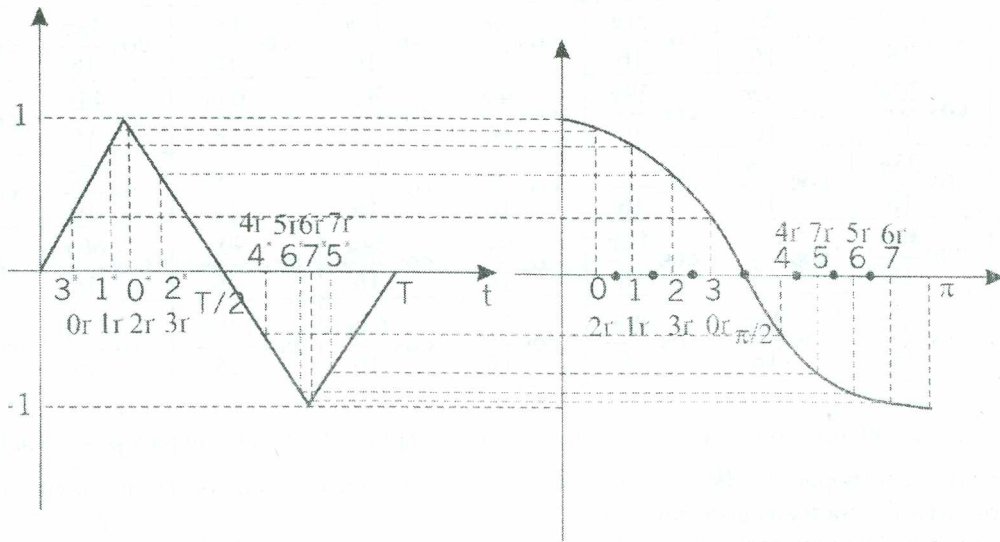


Рис. 1. Нормований сигнал трикутної форми (а) та перша трансформанта косинусного перетворення (б)

Таблиця 1

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	$\cos \frac{\pi}{16}$	$\cos \frac{3\pi}{16}$	$\cos \frac{5\pi}{16}$	$\cos \frac{7\pi}{16}$	$\cos \frac{9\pi}{16}$	$\cos \frac{11\pi}{16}$	$\cos \frac{13\pi}{16}$	$\cos \frac{15\pi}{16}$
2	$\cos \frac{2\pi}{16}$	$\cos \frac{6\pi}{16}$	$\cos \frac{10\pi}{16}$	$\cos \frac{14\pi}{16}$	$\cos \frac{18\pi}{16}$	$\cos \frac{22\pi}{16}$	$\cos \frac{26\pi}{16}$	$\cos \frac{30\pi}{16}$
3	$\cos \frac{3\pi}{16}$	$\cos \frac{9\pi}{16}$	$\cos \frac{15\pi}{16}$	$\cos \frac{21\pi}{16}$	$\cos \frac{27\pi}{16}$	$\cos \frac{33\pi}{16}$	$\cos \frac{39\pi}{16}$	$\cos \frac{45\pi}{16}$
4	$\cos \frac{4\pi}{16}$	$\cos \frac{12\pi}{16}$	$\cos \frac{20\pi}{16}$	$\cos \frac{28\pi}{16}$	$\cos \frac{36\pi}{16}$	$\cos \frac{44\pi}{16}$	$\cos \frac{52\pi}{16}$	$\cos \frac{60\pi}{16}$
5	$\cos \frac{5\pi}{16}$	$\cos \frac{15\pi}{16}$	$\cos \frac{25\pi}{16}$	$\cos \frac{35\pi}{16}$	$\cos \frac{45\pi}{16}$	$\cos \frac{55\pi}{16}$	$\cos \frac{65\pi}{16}$	$\cos \frac{75\pi}{16}$
6	$\cos \frac{6\pi}{16}$	$\cos \frac{18\pi}{16}$	$\cos \frac{30\pi}{16}$	$\cos \frac{42\pi}{16}$	$\cos \frac{54\pi}{16}$	$\cos \frac{66\pi}{16}$	$\cos \frac{78\pi}{16}$	$\cos \frac{80\pi}{16}$
7	$\cos \frac{7\pi}{16}$	$\cos \frac{21\pi}{16}$	$\cos \frac{35\pi}{16}$	$\cos \frac{49\pi}{16}$	$\cos \frac{63\pi}{16}$	$\cos \frac{77\pi}{16}$	$\cos \frac{91\pi}{16}$	$\cos \frac{105\pi}{16}$

Для простоти ілюстрації ідеї нормалізації розглянемо дискретне косинусне перетворення формату $N = 8$. Матричний оператор $\overline{\overline{W}}$ такого косинусного перетворення наведено у табл. 1. На рис. 1 точки 0–7 відповідають стовпцям табл. 1, а точки 1'–7' новій нумерації згідно з рис. 1,а. Якщо тепер згідно з новою нумерацією 1'–7' переставити стовпці оператора косинусного перетворення $\overline{\overline{W}}$ (табл. 1), одержимо оператор косинусного перетворення \overline{W} , нормалізованого під тестовий сигнал (рис. 1,а), наведений в табл. 2.

Таблиця 2

	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'
0г	1	1	1	1	1	1	1	1
1'	$\cos \frac{5\pi}{16}$	$\cos \frac{3\pi}{16}$	$\cos \frac{7\pi}{16}$	$\cos \frac{\pi}{16}$	$\cos \frac{9\pi}{16}$	$\cos \frac{15\pi}{16}$	$\cos \frac{11\pi}{16}$	$\cos \frac{13\pi}{16}$
2'	$\cos \frac{10\pi}{16}$	$\cos \frac{6\pi}{16}$	$\cos \frac{14\pi}{16}$	$\cos \frac{2\pi}{16}$	$\cos \frac{18\pi}{16}$	$\cos \frac{30\pi}{16}$	$\cos \frac{22\pi}{16}$	$\cos \frac{26\pi}{16}$
3'	$\cos \frac{15\pi}{16}$	$\cos \frac{9\pi}{16}$	$\cos \frac{21\pi}{16}$	$\cos \frac{3\pi}{16}$	$\cos \frac{27\pi}{16}$	$\cos \frac{45\pi}{16}$	$\cos \frac{33\pi}{16}$	$\cos \frac{39\pi}{16}$
4'	$\cos \frac{20\pi}{16}$	$\cos \frac{12\pi}{16}$	$\cos \frac{28\pi}{16}$	$\cos \frac{4\pi}{16}$	$\cos \frac{36\pi}{16}$	$\cos \frac{60\pi}{16}$	$\cos \frac{44\pi}{16}$	$\cos \frac{52\pi}{16}$
5'	$\cos \frac{25\pi}{16}$	$\cos \frac{15\pi}{16}$	$\cos \frac{35\pi}{16}$	$\cos \frac{5\pi}{16}$	$\cos \frac{45\pi}{16}$	$\cos \frac{75\pi}{16}$	$\cos \frac{55\pi}{16}$	$\cos \frac{65\pi}{16}$
6'	$\cos \frac{30\pi}{16}$	$\cos \frac{18\pi}{16}$	$\cos \frac{42\pi}{16}$	$\cos \frac{6\pi}{16}$	$\cos \frac{54\pi}{16}$	$\cos \frac{90\pi}{16}$	$\cos \frac{66\pi}{16}$	$\cos \frac{78\pi}{16}$
7'	$\cos \frac{35\pi}{16}$	$\cos \frac{21\pi}{16}$	$\cos \frac{49\pi}{16}$	$\cos \frac{7\pi}{16}$	$\cos \frac{63\pi}{16}$	$\cos \frac{105\pi}{16}$	$\cos \frac{77\pi}{16}$	$\cos \frac{91\pi}{16}$

При цьому, якщо помножити відліки сигналу (рис. 1,а) на оператор нормалізованого косинусного перетворення \overline{W} , одержимо (внаслідок ортогональності) нульову та першу трансформанти нормалізованого косинусного перетворення.

Але відліки сигналу (рис. 1,а) при цьому взяті в точках 0'–7' з неквадрантним кроком дискретизації, в той час як для функції $\cos t$ (рис. 1,б) крок дискретизації $\pi/8$ сталий. По суті, це є єдиною незручністю методу нормалізації ортогонального перетворення. Отже, для аналізу відмін будь-якого сигналу від базового при використанні методу нормалізації:

1) слід опустити проєкції відліків ортогональної функції на нормальний сигнал (з максимальним і мінімальним значеннями ± 1);

2) одержані точки на нормальному (еталонному) сигналі спроеціювати на вісь аргументів і одержати точки дискретизації (неквадрантної) на періоді. (Нагадаємо, що тестовий сигнал займає інтервал періоду T повністю);

3) аналізований (на відміну від тестового) сигнал слід дискретизувати в тих самих точках, що і еталонний (цей сигнал також повинен мати довжину $\tau = T$);

4) привести нумерацію відліків у відповідність до нумерації еталонного сигналу;

5) обчислити "спектр" нормалізованих трансформант аналізованого сигналу. Якщо його форма не відрізняється від тестового (еталонного), тоді ненульовими будуть лише трансформанти з номерами 0 та 1. Якщо відміни є, тоді з'являються ненульові трансформанти вищих порядків, за якими можна у подальшому організувати відповідну діагностику.

З наведеного зрозуміло, що функції Уолша для процедури нормалізації використовувати не можна, оскільки кожна трансформанта цього перетворення має лише два значення: +1 та -1. Аналогічно, для нормалізації не підходять будь-які перетворення з комплексним ядром, оскільки еталонний сигнал є звичайно дійсною функцією дійсної змінної. Перетворення, які можна використовувати для процедури нормалізації, повинні мати трансформанти, значення яких змінюється в діапазоні від -1 до +1. Це, наприклад, косинусне, похиле, REX-перетворення.

Проілюструємо тепер можливість використання процедури нормалізації для аналізу пульсограм. На рис. 2 наведені пульсограми людини до куріння та одразу після куріння. Як еталон оберемо пульсограму до куріння, якою нормалізуємо першу трансформанту

перетворення REX з максимальним степенем експонент $4\ln 2$ і формату $N = 16$ (для забезпечення можливості детальної перевірки процедури). REX-перетворення для цього випадку наведено у табл. 3.

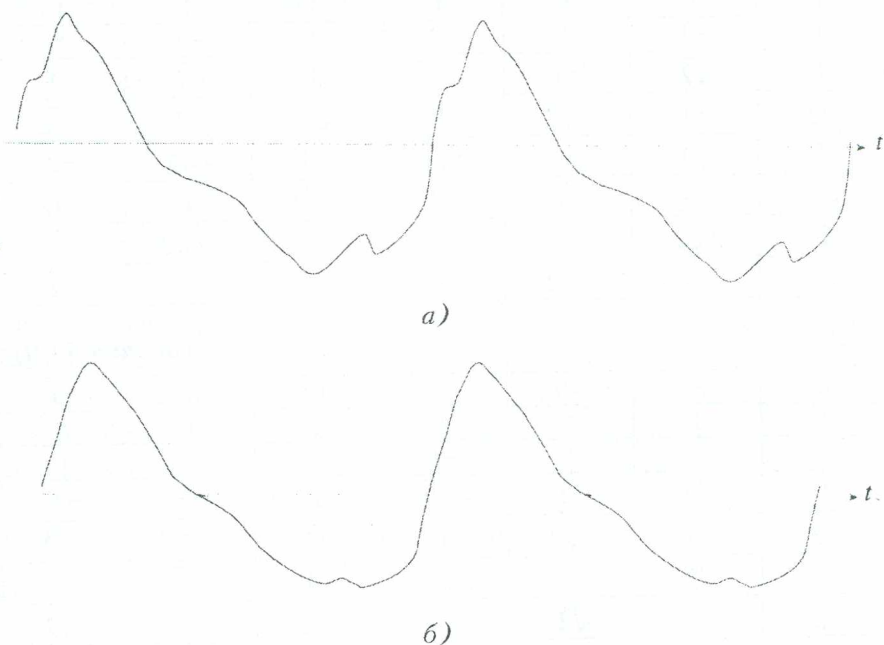


Рис. 2. Пульсограми людини до куріння (а) і одразу після куріння (б)

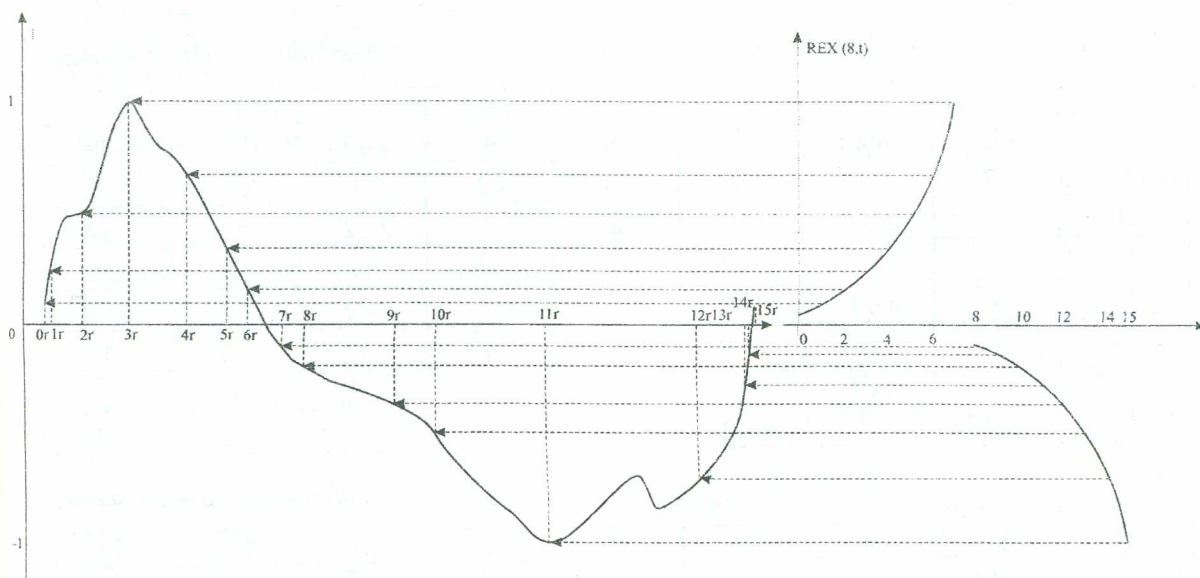


Рис. 3. Нормована пульсограма (ліворуч) та восьма трансформанта перетворення REX (ліворуч)

На рис. 3 наведена нормована (максимальне і мінімальне значення дорівнюють ± 1) пульсограма (ліворуч) та восьма (теж нормована) трансформанта перетворення REX (праворуч).

Одержані моменти дискретних відліків (довжина періоду пульсограми $T = 32$) на пульсограмі дорівнюють: 0,02; 0,4; 1,3; 4; 6,3; 8,2; 9,1; 10; 10,6; 13; 15,7; 23; 30,2; 31,5; 31,6; 31,8.

Якщо тепер відліки пульсограми (в обчислені моменти дискретизації) помножити (праворуч) на нормалізовану згідно, з табл. 4, матрицю табл. 3, отримаємо ненульові трансформанти лише з номерами 0 та 8. Усі інші трансформанти будуть нульовими. Тепер розглянемо пульсограму пацієнта після куріння (рис. 26). Миттєві значення (у відносних одиницях) цієї пульсограми в обчислені вище моменти дискретизації дорівнюють: 3,65; 6,4; 16,6; 32; 23,7; 14,4; 9,6; 4,8; 3,2; -1; -8; -26,4; -22,4; -16; -8,0.

Таблиця 3

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
2	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$
3	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1
4	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$
5	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1
6	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
7	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1

Таблиця 3 (Продовження 1)

	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
2	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$
3	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1
4	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$
5	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1
6	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
7	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1

Таблиця 3 (Продовження 2)

	0	1	2	3	4	5	6	7
8	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4	$4\sqrt{2}$	8	$8\sqrt{2}$
9	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1
10	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$
11	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1
12	4	$4\sqrt{2}$	8	$8\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$
13	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1
14	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
15	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1

Таблиця 3 (Продовження 3)

	8	9	10	11	12	13	14	15
8	-1	$-\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$	-4	$-4\sqrt{2}$	-8	$-8\sqrt{2}$
9	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1
10	-2	$-2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-2	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
11	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1
12	-4	$-4\sqrt{2}$	-8	$-8\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$
13	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
14	-2	$-2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$
15	$-\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	1

Відповідність (перенумерації) стовпців матриці REX k' до вихідних k наведено в табл. 4.

Добуток стовпця наведених значень на нормалізовану матрицю REX, як і раніше, дасть ненульові нульову та восьму трансформанти, але ненульовими будуть також інші трансформанти. Так, наприклад, ненормовані трансформанти $W_8 = 1313,5$; $W_{12} = 45,3$;

$W_1 = 4,15$; $W_0 = 32,55$; $W_7 = -21,57$; $W_9 = -24,46$; $W_{10} = -70,3$, але після нормування (діючим значенням ε_i) одержимо $W_{8H} = 58,17$; $W_{0H} = 8,14$; $W_{10H} = 14,3$ а решта наведених вище трансформант: $W_{12H} = 2,0$; $W_{1H} = 1,04$; $W_{7H} = -4,4$; $W_{9H} = -4,99$ і т. д.

Таблиця 4

kr	0	1	2	3	4	5	6	7
k	1	3	5	7	6	4	2	8
kr	8	9	10	11	12	13	14	15
k	10	12	13	15	14	11	9	0

Висновки

З наведеного прикладу видно, що зміни судинної системи внаслідок куріння викликають появу трансформанти W_{10H} , яка становить 24,5 % від основної нормалізованої трансформанти W_{8H} . Тому, абстрагуючись від конкретних діагностичних висновків, можна вважати, що метод нормалізації ортогональних перетворень є чутливим до суттєвих діагностичних ознак. Ясно також, що різні перетворення (і різні базисні функції того самого перетворення) приведуть до нормалізованих ортогональних систем по-різному чутливих до діагностичних ознак, що й повинно бути предметом подальших досліджень в даній області.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Шарпан О.Б. Влияние частотных характеристик сосудистой системы на амплитудный и фазовый спектры пульсовых сигналов // Электроника и связь. – 2002. – № 14. С. 83–87.
2. Яковлев А.Н. Основы вейвлет-преобразования сигналов. – М.: Саус-Пресс, 2003. – С. 80.
3. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Пер. с англ. / Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
4. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа. – С. 400.
5. Абакумов В.Г., Рибін О.І., Сватош Й. Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг. – Київ: Нора-Прінт, 2001. – 516 с.
6. Абакумов В.Г., Рибін О.І., Сватош Й., Синькоп Ю.С. Системи відображення в медицині. – Київ: "Век+", 1999 – 320 с.
7. Абакумов В.Г., Геранін В.О., Рибін О.І., Сватош Й., Синькоп Ю.С. Біомедичні сигнали та їх обробка. – К.: „Век”, 2003. – С. 350.
8. Трахман А. М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. – М.: Сов. радио, 1972. – С. 510.
9. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – С. 580.
10. Рабинер Л, Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – С. 848.
11. Рыбин А.И. Ортогональное экспоненциальное преобразование REX // Радиоэлектроника. – 2004. – № 2. – С. 3–9.

РИБІН Олександр Іванович – доктор технічних наук, професор кафедри теоретичних основ радіотехніки Національного технічного університету України „КПІ”.

Наукові інтереси:

- теорія та методи обробки сигналів;
- медичні електронні прилади та системи.

ШАРПАН Олег Борисович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичних основ радіотехніки Національного технічного університету України „КПІ”.

Наукові інтереси:

- фазові радіотехнічні та вимірювальні системи;
- медичні електронні прилади та системи.

Подано 23.06.2004