

**В.Г. Топільницький, к.т.н., доц.
Я.М. Кусий, к.т.н., доц.
Д.П. Ребот, к.т.н., асист.**

Національний університет «Львівська політехніка»

Моделювання динаміки сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту поверхонь деталей машин у вібраційному полі

Побудована нелінійна математична модель для опису динаміки сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту поверхонь деталей машин у вібраційному полі з урахуванням фізико-механічних властивостей як оброблювального інструменту, так і оброблюваних деталей. Модель отримана на основі використання асимптотичних методів нелінійної механіки. Вона дає змогу аналітично дослідити вплив параметрів сукупності оброблювального інструменту та деталей, що підлягають обробленню, на ефективність функціонування вібраційної технологічної машини з метою її оптимізації, як на стадії проектування, так і при виборі режимів експлуатації. Отримана модель може входити до складу узагальнених моделей для дослідження динамічних процесів оброблювальних систем вібраційного типу, бути частиною систем їх автоматизованих розрахунків та проектування. Її можна використати для дослідження таких технологічних операцій поверхневого оброблення деталей, як зміцнення, шліфування, полірування, очищення тощо. За допомогою отриманої моделі досліджено частотні характеристики коливного руху вмісту робочої камери вібраційної технологічної машини при поверхневому обробленні деталей машин та механізмів.

Ключові слова: незв'язаний оброблювальний інструмент; поверхневе оброблення; вібраційна технологічна машина; нелінійна модель; дебалансний привід; асимптотичний метод.

Постановка проблеми. Трудомісткість фінішного оброблення деталей машин та механізмів відповідно до статистичних даних [1, 2] становить приблизно 20 % загальної трудомісткості всіх робіт, спрямованих на виготовлення цих деталей. При обробленні деталей складної форми, великих розмірів (наприклад, корпусних деталей), або за необхідності оброблення великої кількості деталей одного типу, використання стандартного металорізального інструменту часто стає малоефективним, дорогим та тривалим у часі. Інколи застосування такого інструменту в цілому є неможливе. У таких випадках раціонально застосовувати вібраційні методи оброблення поверхонь деталей машин і механізмів [2]. Сутність даних методів полягає у силовому впливі потоку сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту на поверхню деталі, яка підлягає обробленню. Дану деталь або певну їх кількість розміщують в об'ємі вільного оброблювального інструменту – множини невеликих тіл, розміри, форма та матеріал виготовлення яких варіюється, залежно від типу поверхневого оброблення, що варто реалізувати. Ними можуть бути, наприклад, як сталеві кульки – для здійснення поверхневого зміцнення поверхні деталі методом наклепу, так і шматки абразиву – для технологічних операцій шліфування чи полірування поверхні, зняття заусенців або очищення поверхні після відповідної попередньої технологічної операції. Процес поверхневого оброблення деталей відбувається в робочих камерах вібраційних технологічних машин, які розміщують на пружній підвісці пружинного, маятникового чи пневматичного типу. Коливна вібраційна енергія робочої камери машини створюється переважно за допомогою дебалансного (інерційного) чи електромагнітного приводу. Через стінки камери вона передається сукупності вільного оброблювального інструменту та оброблюваним деталям, змушуючи їх переміщуватись та взаємодіяти між собою. За допомогою цих взаємодій (співударів, тертя) інструменту і деталей власне відбувається оброблення поверхонь останніх.

В цілому вібраційну технологічну машину із вмістом її робочої камери можна розглядати як складну нелінійну динамічну систему, якісний теоретичний опис якої можливий лише в нелінійній постановці. А він є необхідний для вирішення задач як з проектування даних машин, зокрема, автоматизованого, так і вибору режимів їх експлуатації. Забезпечення оптимальних величин режимів такого поверхневого оброблення має розглядатись у розрізі мінімальних енергетичних та часових затрат на їх проведення, з мінімальним негативним впливом на довкілля. Але дані задачі не матимуть адекватного розв'язку без вивчення динаміки сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту поверхонь деталей машин у вібраційному полі, що генерується вібраційною технологічною машиною, як рушійного чинника цього оброблення.

Аналіз останніх досліджень. Практичними та теоретичними дослідженнями динаміки вібраційних технологічних машин та вмісту їх робочих камер (сукупності оброблювального інструменту та оброблюваних деталей) займались деякі автори. З метою спрощення розв'язку даної нелінійної задачі

застосовувалися певні припущення, які полягали в тому, що вміст робочої камери вібраційної технологічної машини розглядався як єдине ціле, його маса приєднувалась до маси робочої камери з урахуванням певних коригувальних коефіцієнтів [2, 3, 4]. Вивчення динаміки сукупності оброблювального інструменту та оброблюваних деталей у вібраційному полі відбувалось експериментальним шляхом [5] або через побудову певних математичних моделей [6]. Однак дані моделі переважно були лінійними, або об'єктом моделювання був рух лише окремих частинок оброблювального інструменту чи окремої оброблюваної деталі [2]. Застосування даних моделей є обмежене через їх лінійність та припущення, використані при їх побудові, оскільки вони повністю не відображають складність динаміки вільного незв'язаного оброблювального інструменту та оброблюваної деталі. Є наявні нелінійні моделі, які описують дану задачу динаміки [7, 8], проте створення універсальних нелінійних моделей іншого виду, які будуть відображені в аналітичних математичних виразах із можливістю подальшого їх прикладного використання, залишається актуальним питанням.

Мета досліджень. Побудова нелінійної моделі для опису динаміки сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту поверхонь деталей машин у вібраційному полі, з урахуванням фізико-механічних властивостей як оброблювального інструменту, так і оброблюваних деталей.

Викладення основного матеріалу. Залежно від виду оброблювального інструменту та деталей, які підлягають обробленню, математичні моделі, що описують динаміку вмісту робочої камери вібраційної технологічної машини – системи нелінійних диференціальних рівнянь та їх аналітично-символьні розв'язки, матимуть кілька типів запису. Побудуємо модель для опису динаміки сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту поверхонь деталей машин для конкретного виду вібраційної технологічної оброблювальної операції.

Нехай досліджуваний вид оброблення – шліфування, полірування абразивом та іншими відповідними матеріалами. Також отриману модель можна застосовувати для відображення вібраційного процесу очищення поверхні деталей від різного бруду, усунення заусенців після попередніх токарних операцій тощо. Розміри оброблювального інструменту та деталей, що підлягають вібраційному обробленню, співмірні (максимальний габаритний розмір не відрізняється більш ніж на 25 %), проте матеріали, з яких вони виготовлені, можуть бути різними. Вдамося до певних гіпотез, щоб уніфікувати майбутню модель в плані використання. Представимо сукупність оброблювального інструменту в робочій камері вібраційної технологічної машини множиною нашарованих пластин, товщина яких відповідає максимальному габаритному розміру частинки інструменту. Дані пластини мають такі властивості: вони паралельні, пластично-пружні, висота їх є малою, порівняно із їх довжиною та шириною. Останні визначаються внутрішніми розмірами робочої камери вібраційної технологічної машини. Множина даних пластин може контактувати із стінками робочої камери шарнірно, пружно, жорстко. Ці пластини будуть містити в собі певну обмежену кінцеву кількість неоднорідних включень, які моделюватимуть деталі, що підлягають обробленню.

Отже, залежно від виду вібраційного поверхневого оброблення до сукупності вільного незв'язаного оброблювального інструменту будуть інтегровані деталі, які підлягають обробленню. Останні незаперечно впливатимуть на характер руху оброблювального інструменту в цілому. На рисунку 1 представлено принципову схему вібраційної технологічної машини з дебалансним приводом та маятниковою підвіскою. Робоча камера машини виконана у вигляді циліндра. В камері знаходяться оброблюваний інструмент та деталі, що підлягають обробленню.

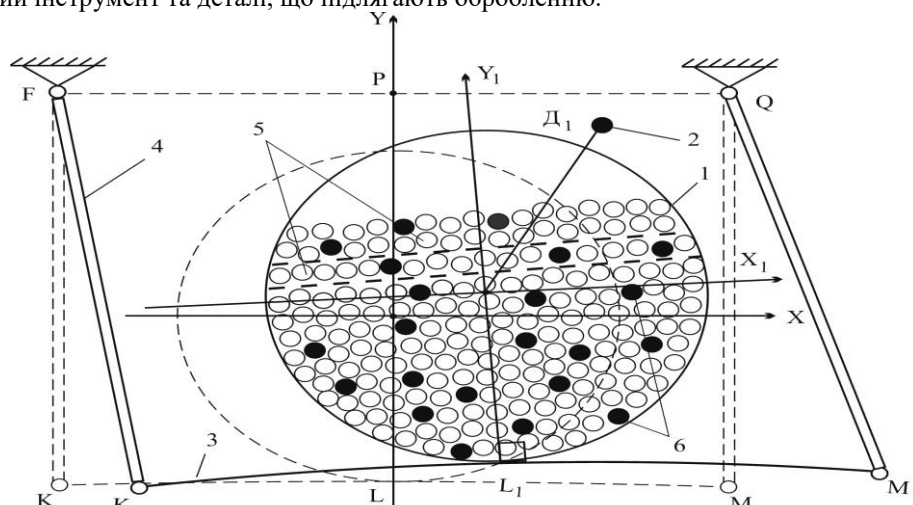


Рис. 1. Вібраційна технологічна машина з дебалансним приводом та маятниковою підвіскою:
1 – робоча камера; 2 – дебалансний привод; 3 – ресора підвіски; 4 – маятник підвіски;
5 – частинки оброблюваного інструменту; 6 – деталі, що підлягають обробленню.

Побудуємо вираз для опису руху шару оброблювального інструменту з включеннями у вигляді деталей, що підлягають обробленню. Для цього використаємо асимптотичні методи нелінійної механіки [9, 10]. Обмежимося при дослідженні руху шару оброблювального інструменту з включеннями коливаннями вздовж осі X , тобто його повздовжнім знакозмінним рухом у площині обертового руху дебалансного приводу. Схема даної досліджуваної пластини зображена на рисунку 2.

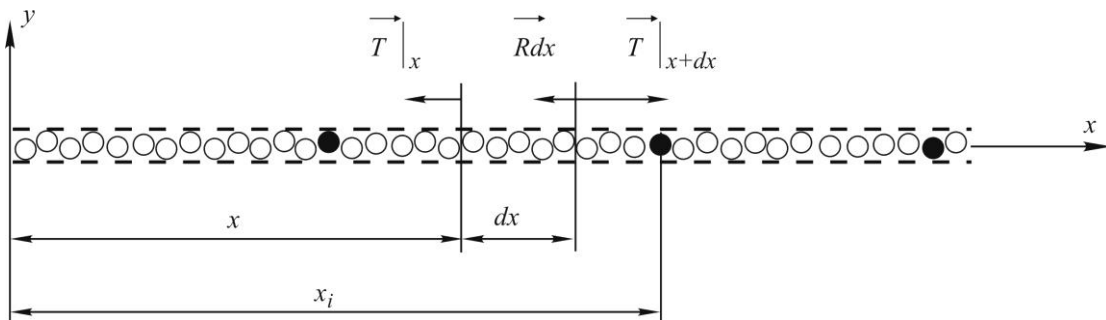


Рис. 2. Графічна схема руху шару оброблювального інструменту з включеннями, T та R — внутрішні сили, що виникають в шарі інструменту при роботі вібраційної машини.

Побудуємо систему рівнянь, яка б адекватно, в межах прийнятих гіпотез, відображала б рух шару оброблювального інструменту з включеннями (деталлями):

- нехай досліджувана пластина має січення площею S , яке перпендикулярне осі її коливного руху;
- пластина зроблена з однакового матеріалу, проте вона має неоднорідні включення (деталі) в місцях x_i , $i = 1, 2, \dots, n$, $0 \leq x_i \leq l$ (див. рис. 2);
- нехай $u(x, t)$ — зсув січення досліджуваної пластини з абсцисою x у будь-який взятий момент часу t ;
- вісь абсцис X спрямована по знакозмінному напрямку руху січення, або, іншими словами, по осі пластини;
- матеріал пластини, а, відповідно, і включень — деталей, що підлягають обробленню, наближений до лінійного пружного закону.

Враховуючи наведене вище, можна отримати залежність:

$$T = ES \frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon f\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right); \quad (1)$$

де T — внутрішня сила в середині досліджуваного січення пластини; E — модуль Юнга для матеріалу оброблювального інструменту, $\frac{\partial u}{\partial x}$ — деформація пластини, рух якої досліджується, по осі її коливань

(нехай, $\frac{\partial u}{\partial x} = u_x$); $\varepsilon f(u_x)$ — вираз, що відображає рівень відмінності пружних параметрів оброблювального інструменту вібраційної технологічної машини від лінійного закону; ε — параметр асимптотичного ряду, який вважатимемо на порядок меншим за одиницю для першого члена ряду асимптотичного розв'язку.

Запишемо умови рівноваги всіх сил, прикладених до січення шару оброблювального інструменту, що досліджується. Причому виділимо частину шару dx (див. рис. 2), яка має незначний розмір та не містить включень:

$$T|_{x+dx} - T|_x = \left[[ESu_x + \varepsilon f(u_x)]|_{x+dx} - [ESu_x + \varepsilon f(u_x)]|_x \right] = \left[ESu_{xx} + \varepsilon \frac{\partial f(u_x)}{\partial u_x} u_{xx} \right] dx, \quad (2)$$

Прискорення січення шару оброблювального інструменту, що досліджується, можна представити виразом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = u_{tt};$$

Відповідно, для опису коливного руху шару вільного інструменту, що досліджується, та який не містить деталей, що підлягають обробленню, справедливе таке диференціальне рівняння:

$$\rho S u_{tt} = ESu_{xx} + \varepsilon u_{xx} \frac{\partial f(u_x)}{\partial u_x} + \varepsilon g(u_x); \quad (3)$$

тут ρ — питома вага одиниці об'єму вільного оброблювального інструменту; $R = \varepsilon g(u_x)$ — приведена сила тертя між частинками інструменту в його окремому шарі.

Припускаємо, що в досліджуваному шарі вільного інструменту може бути n включень – деталей, кожна з яких має абсцису x_i . Відповідне диференціальне рівняння опису динаміки шару такого оброблювального інструменту з деталями, які підлягають обробленню, матиме такий запис:

$$\rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = ESu_{xx} + \varepsilon u_{xx} \frac{\partial f(u_x)}{\partial u_x} + \varepsilon g(u_t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \left[k_i \rho S_i u_{tt} - S_i E_i S_i u_{xx} - \varepsilon u_{xx} \frac{\partial f_i(u_x)}{\partial u_x} \right] \Big|_{x=x_i}; \quad (4)$$

У виразі (4) k_i , E_i , $\frac{\partial f_i(u_x)}{\partial u_x}$ – коефіцієнти та вирази, що відображають різницю відповідних питомих ваг та параметрів пружності деталей, що підлягають обробленню, щодо відповідних параметрів оброблювального інструменту, S_i – площа перерізу деталі, яка обробляється, взята перпендикулярно до осі коливань шару інструменту.

Відповідно вираз (4) можна подати у вигляді нелінійного «збуреного» диференціального рівняння:

$$u_{tt} - \alpha^2 u_{xx} = \varepsilon F(u_x, u_t, u_{xx}) + \varepsilon \sum_{i=1}^n G_i(u_x, u_t, u_{xx}, u_{tt}, \varepsilon) \Big|_{x=x_i}; \quad (5)$$

де

$$\alpha^2 = E\rho^{-1},$$

$$F(u_x, u_t, u_{xx}) = (\rho S)^{-1} \left[u_{xx} \frac{\partial f(u_x)}{\partial u_x} + g(u_t) \right];$$

$$G_i(u_x, u_t, u_{xx}, u_{tt}, \varepsilon) = -(\rho S)^{-1} \sum_{i=1}^n \left[k_i \rho S_i u_{tt} - E_i S_i u_{xx} - \varepsilon u_{xx} \frac{\partial f_i(u_x)}{\partial u_x} \right] \Big|_{x=x_i}.$$

Права частина рівняння (5), з практичної точки зору, відображає динамічний вплив на вміст робочої камери вібраційної технологічної машини її приводу, що спричиняє коливний рух камери.

Побудуємо аналітичний розв'язок рівняння (5), використовуючи асимптотичні методи нелінійної механіки. Насамперед, прирівняємо праву частину рівняння (5) до нуля та перетворимо його у «незбурене». Таким чином, вміст камери вібраційної технологічної машини став автономним з фізичної точки зору, тобто привод машини надав йому лише початкового імпульсного збурення-впливу:

$$u_{tt} - \alpha^2 u_{xx} = 0; \quad (6)$$

Взаємодію вмісту робочої камери вібраційної технологічної машини з внутрішніми її стінками при функціонуванні машини математично можна відобразити нерухомим шарніром – стінки робочої камери є своєрідною в'язкою накладеною на шари оброблювального інструменту з включеннями. Тоді крайові умови рівняння (5) будуть такими: $u(0, t) = u(l, t) = 0$. Відповідно, перший член асимптотичного розв'язку рівняння (6) буде:

$$u = a \sin \pi k x l^{-1} \cos \psi_k; \quad (7)$$

в якому a , ψ_k – амплітуда та фаза коливного руху шару оброблювального інструменту з деталями, причому, $\psi_k = \omega_k t + \theta$, θ – початкова фаза коливного руху шару вільного інструменту; $\omega_k = \pi k a l^{-1}$ – частота коливань шару; $k = 1, 2, \dots$, – цілі числа, що пов'язані із власними частотами коливного руху шару вільного інструменту з деталями.

При наступному кроці досліджень права частина рівняння (5) буде вже врахована. Тобто матимемо збурене рівняння. Вважатимемо, що у досліджуваній механічній системі (вібраційна технологічна машина здійснює поверхневе оброблення деталей) виник усталений динамічний коливний процес, а відповідно, частота цього процесу – єдина і рівна частоті обертового руху приводу машини, іншими частотами нехтуємо. Тому приймаємо $k = 1$.

Якщо розглядати перший член асимптотичного розв'язку рівняння (5), то він матиме вигляд як вираз (7), але для збуреного рівняння амплітуда та фаза коливань будуть вже функціями часу. Для отримання даних функцій варто розв'язати сукупність двох диференціальних:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \varepsilon \frac{-\varepsilon}{2\omega l \pi} \int_0^{l/2\pi} \int_0^{2\pi} F_1(a, \psi_k, x) \sin \psi_k \sin \pi k l^{-1} x dx d\psi_k - \frac{\varepsilon}{2\omega \pi} \sum_{i=1}^n \int_0^{2\pi} G_i(a, \psi_k, x_i) \sin \psi_k d\psi_k, \\ \dot{\psi}_k &= \omega_k - \frac{\varepsilon}{2\omega a l \pi} \int_0^{l/2\pi} \int_0^{2\pi} F_1(a, \psi_k, x) \cos \psi_k \sin \pi k l^{-1} x dx d\psi_k - \frac{\varepsilon}{2\omega a \pi} \sum_{i=1}^n \int_0^{2\pi} G_i(a, \psi_k, x_i) \cos \psi_k d\psi_k \end{aligned} \quad (8)$$

Відповідно, у системі (8):

$$F_1(a, \psi_k, x) = F \begin{pmatrix} ak\pi l^{-1} \cos k\pi l^{-1} x \cos \psi_k, -a\omega_k \sin k\pi l^{-1} x \sin \psi_k - \\ -ak^2\pi^2 l^{-2} \sin k\pi l^{-1} x \cos \psi_k \end{pmatrix};$$

$$G_i(a, \psi_k, x_i) = G_i \begin{pmatrix} a \sin k\pi l^{-1} x_i \cos \psi_k, -a\omega_k \sin k\pi l^{-1} x_i \sin \psi_k - \\ -ak^2\pi^2 l^{-2} \sin k\pi l^{-1} x_i \cos \psi_k, -a\omega_k^2 \sin k\pi l^{-1} x_i \cos \psi_k \end{pmatrix}.$$

Резюмуючи написане вище, варто наголосити, що опис динаміки досліджуваного шару вільного незв'язаного оброблювального інструменту з деталями, які обробляються, представлений математично рівнянням (5), а фаза та відповідна амплітуда коливного руху розраховуються з системи (8).

Розглянемо практичну задачу. Визначимо вагомість впливу деталей, які обробляються в шарі інструменту, на частотні характеристики руху вмісту робочої камери вібраційної технологічної машини, із врахуванням того, що сили тертя між частинами вільного інструменту та деталями є нелінійними. Нелінійними також є пружні властивості шару інструменту. Відповідно, ще раз трансформуємо рівняння (5), але функції правої частини, що відповідає за збурення (вплив приводу), будуть вже такими:

$$f(u_x) = \delta_1 u_x^3;$$

$$g(u_i) = u_i (\beta_1 + \beta_2 u_i^2).$$

Після певних математичних перетворень система диференціальних рівнянь (8) для заданих умов набуде вигляду:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\varepsilon a}{4\rho S l} \left(\beta_1 + \frac{9}{4} \omega^2 \beta_2 a^2 \right);$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega + \frac{9}{32} \delta_1 \frac{a^2}{\rho \Omega} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\varepsilon}{\omega} \left(k_1 \omega^2 - k_1^* \frac{\pi^2}{l^2} \right).$$
(9)

де, відповідно, k_1 і k_1^* – параметри, що визначають питому вагу та пружні характеристики деталей, що обробляються, в шарі інструменту.

Як результат проведених досліджень, на рисунку 3 показано типові криві зміни частоти руху шару вільного інструменту з деталями в часі за певних величин k_1 і k_1^* .

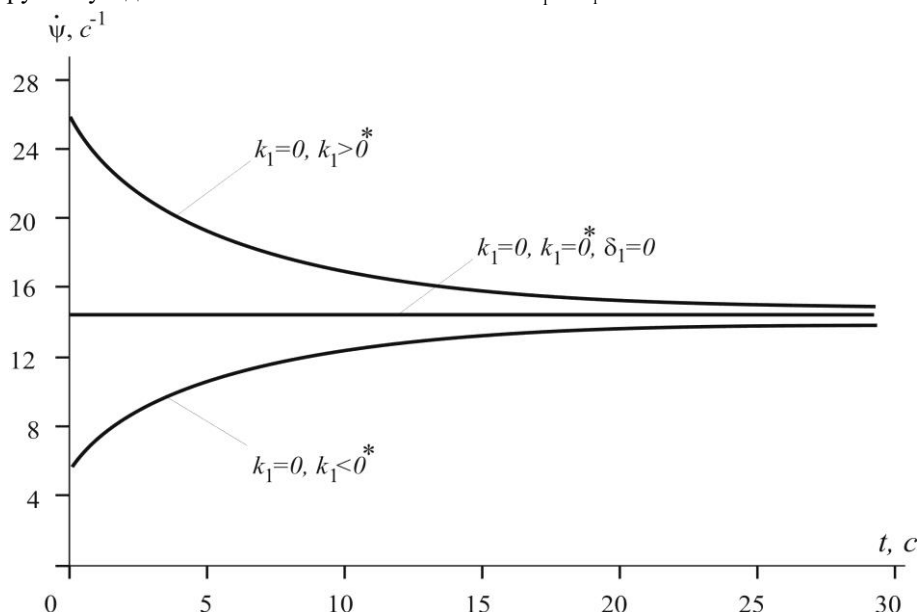


Рис. 3. Типові криві зміни частоти руху шару вільного інструменту з деталями в часі за певних величин k_1 і k_1^*

Дана залежність побудована за таких параметрів досліджуваної механічної системи: модуль пружності оброблювального інструменту – $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$, площа перерізу частинки оброблювального інструменту – $S = 0.00075 \text{ м}^2$, внутрішній розмір робочої камери вібраційної технологічної машини – $l = 0.94 \text{ м}$, амплітуда вібраційних коливань камери – $a_0 = 0.004 \text{ м}$.

Висновки. В результаті проведених досліджень можна резюмувати, що:

а) присутність деталей, які співрозмірні з частинами оброблювального інструменту, в робочій камері вібраційної технологічної машини не чинить вагомого впливу на амплітуду коливного руху сукупності вільного незв'язаного інструменту;

б) деталі, що мають модуль пружності вищий за модуль Юнга оброблювального інструменту (наприклад, технологічний процес вібраційного шліфування), спричиняють підвищення частот руху вмісту робочої камери вібраційної технологічної машини;

в) деталі, що мають модуль пружності нижчий за модуль Юнга оброблювального інструменту (наприклад, технологічний процес вібраційного помолу), спричиняють зниження частот руху вмісту робочої камери вібраційної технологічної машини;

г) деталі, що мають питому вагу вищу за питому вагу вільного незв'язаного оброблювального інструменту (наприклад, той самий технологічний процес вібраційного шліфування), спричиняють зменшення відповідних частот коливного руху.

Отриманими результатами досліджень можна користуватись при визначенні умов оброблення деталей в сукупності вільного незв'язаного інструменту робочої камери вібраційної технологічної машини.

Список використаної літератури:

1. *Бабичев А.П.* Проблемы вибрационной технологии / *А.П. Бабичев* // Всеукраїнський наук.-техн. журнал «Вібрації в техніці і технологіях». – Вінниця. – 1994. – № 1. – С. 1–3.
2. *Субач А.П.* Динамика процессов и машин объемной обработки / *А.П. Субач*. – Рига : Зинатне, 1991. – 240 с.
3. Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves / *V.Topilnytskyu, D.Rebot, M.Sokil, O.Velyka, S.Liaskovska, I.Verkhola, R.Kovalchuk, L.Dzyubyk* // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Series : Applied Mechanics. – 2017. – Vol. 2, № 7 (86). – Рр. 26–35.
4. *Орищенко С.В.* Дослідження динаміки вібраційного грохота та оцінка його ефективності / *С.В. Орищенко, Б.В. Мацюк* // Вібрації в техніці і технологіях. – 2013. – № 3 (71). – С. 120–125.
5. *Калмыков М.А.* Поведение рабочей среды в контейнерах вибрационных станков / *М.А. Калмыков, С.Н. Ясуник, А.В. Романченко* // Вібрації в техніці і технологіях. – 2010. – № 3 (59). – С. 38–42.
6. *Симоненко Т.Е.* О разработке математической модели для обработки незакрепленных деталей / *Т.Е. Симоненко, В.А. Барсуков* // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2011. – № 2 (23). – С. 201–205.
7. *Боровець В.М.* Вплив робочого середовища на кінематику вібраційних машин / *В.М. Боровець, Я.В. Боровець* // Вібрації в техніці і технологіях. – 2016. – № 2 (82). – С. 10–15.
8. Математичне моделювання динамічних процесів завантаження вібраційних технологічних машин / *В.Г. Топільницький, М.Б. Соکیل, Д.П. Ребот, Я.М. Кусий* // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія : Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – 2017. – № 866. – С. 92–98.
9. *Митропольский Ю.А.* Нелинейная механика. Одночастотные колебания / *Ю.А. Митропольский*. – К. : Ин-т математики НАН Украины, 1997. – 385 с.
10. *Митропольский Ю.А.* Асимптотические решения уравнений в частных производных / *Ю.А. Митропольский, Б.И. Мосеев*. – К. : Вища школа, 1976. – 592 с.

References:

1. Babichev, A.P. (1994), «Problemy vibracionnoj tehnologii», *Vseukraїns'kij nauk.-tehn. zhurnal «Vibracii v tehnikе i tehnologijah»*, No. 1, Vinnicja, pp. 1–3.
2. Subach, A.P. (1991), *Dinamika processov i mashin ob'emnoj obrabotki*, Zinatne, Riga, 240 p.
3. Topilnytskyu, V., Rebot, D., Sokil, M., Velyka, O., Liaskovska, S., Verkhola, I., Kovalchuk, R. and Dzyubyk, L. (2017), «Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves», *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Series Applied Mechanics*, Vol. 2, No. 7 (86), pp. 26–35.
4. Oryshhenko, S.V. and Macjuk, B.V. (2013), «Doslidzhennja dynamiky vibracijnogo grohota ta ocinka jogo efektyvnosti», *Vibracii' v tehnicі i tehnologijah*, No. 3 (71), pp. 120–125.
5. Kalmykov, M.A., Jasunik, S.N. and Romanchenko, A.V. (2010), «Povedenie rabochej sredy v kontejnerah vibracionnyh stankov», *Vibracii' v tehnicі i tehnologijah*, No. 3 (59), pp. 38–42.
6. Simonenko, T.E. and Barsukov, V.A. (2011), «O razrabotke matematicheskoj modeli dlja obrabotki nezakreplennyh detalej», *Visnik Donbas'koї derzhavnoї mashinobudivnoї akademii*, No. 2 (23), pp. 201–205.
7. Borovec', V.M. and Borovec', Ja.V. (2016), «Vplyv robochogo seredovyshha na kinematyku vibracijnyh mashyn», *Vibracii' v tehnicі i tehnologijah*, No. 2 (82), pp. 10–15.
8. Topil'nyckyj, V.G., Sokil, M.B., Rebot, D.P. and Kusyj, Ja.M. (2017), «Matematyчне modeljuvannja dynamichnyh procesiv zavantzennja vibracijnyh tehnologichnyh mashyn», *Visnyk Nacional'nogo universytetu «L'vivs'ka politehnika»*, Serija *Dynamika, micnist' ta proektuvannja mashyn i pryladiv*, No. 866, pp. 92–98.
9. Mitropol'skij, Ju.A. (1997), *Nelinejnaja mehanika. Odnocastotnye kolebanija*, In-t matematiki NAN Ukrainy, Kyi'v, 385 p.

10. Mitropol'skij, Ju.A. and Moseenkov, B.I. (1976), *Asimptoticheskie reshenija uravnenij v chastichnyh proizvodnyh*, Vishha shkola, Kyi'v, 592 p.

Топільницький Володимир Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка».

Наукові інтереси:

– вібраційні оброблювальні технології.

E-mail: topilnvol@gmail.com.

Кусий Ярослав Маркіянович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Технологія машинобудування» Національного університету «Львівська політехніка».

Наукові інтереси:

– технології покращення якості поверхонь виробів.

E-mail: yarkum@ukr.net.

Ребот Дарія Петрівна – кандидат технічних наук, асистент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка».

Наукові інтереси:

– вібраційні оброблювальні технології.

E-mail: dasha_kotlyarova@ukr.net.

Стаття надійшла до редакції 15.04.2018.