

**А.В. Торопов, к.т.н., доц.****Н.В. Печеник, к.т.н., доц.****Л.В. Торопова, асист.***Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени И.Сикорского»*

## **Синтез квазиоптимального регулятора загрузки конвейера горнодобывающего предприятия с использованием концепции метода Пирсона**

*Использование систем управления загрузкой конвейера позволяет обеспечить максимальную энергоэффективность работы оборудования. В то же время наличие в контуре регулирования звена чистого запаздывания и нелинейных зависимостей от переменных состояния делает крайне сложной процедуру построения системы управления. Существующие регуляторы зачастую не обеспечивают возможности регулирования загрузки в широком диапазоне и требуют перенастройки при изменении параметров работы. Поэтому важной задачей является осуществление процедуры синтеза алгоритма управления, обеспечивающего близкий к оптимальному характер стабилизации загрузки при наличии возмущающих воздействий.*

*Рассмотрена задача аналитического конструирования квазиоптимального регулятора загрузки, обеспечивающего высокую точность стабилизации при наличии нелинейных зависимостей в контуре управления. При этом использована концепция метода Пирсона, позволяющая исходную нелинейную задачу синтеза заменить линейной, решаемой в каждом цикле работы программируемого логического контроллера управления конвейером. Также применение минимизируемого функционала качества, предложенного А.А. Красовским, позволило существенно упростить процедуру поиска коэффициентов оптимального регулятора и снизить вычислительную нагрузку на контроллер. При исследовании динамических характеристик конвейера методом цифрового моделирования проведено сравнение синтезированного регулятора с классическими системами управления. В выводах сформулированы преимущества использования регулятора, синтезированного методом динамического программирования с использованием концепции метода Пирсона. Также сформулированы перспективы дальнейшего развития оптимальных систем управления конвейерами, указаны особенности практической реализации алгоритма регулирования.*

**Ключевые слова:** стабилизация загрузки; метод Пирсона; функция Беллмана; оптимальное управление; электропривод конвейера.

**Постановка проблемы.** В настоящее время на горнодобывающих предприятиях актуальной является задача повышения производительности оборудования за счет внедрения систем регулирования электропривода. Применение таких систем позволяет стабилизировать загрузку конвейера, обеспечить максимальную энергоэффективность, увеличить надежность и долговечность системы в целом. Относительной сложностью внедрения таких систем является сложность их наладки и эксплуатации. Наличие чистого запаздывания в контуре регулирования делает неэффективным применение стандартных регуляторов, получаемых методами последовательной коррекции либо частотными методами. Использование нечетких регуляторов позволяет получить хорошее качество регулирования, однако, зачастую далекое от оптимального. Поэтому, актуальной задачей для электромеханических систем с существенным энергопотреблением является разработка оптимальных либо близких к оптимальным регуляторов технологических параметров.

**Исследование последних исследований и публикаций.** Задача синтеза оптимального регулятора для электроприводов конвейера подробно рассматривалась в работах [1–4]. Анализ существующих решений по осуществлению процедуры аналитического конструирования регуляторов с нелинейностью типа «умножение» в модели объекта осуществлен в [5].

**Цель исследования.** Целью работы является разработка квазиоптимального управления скоростью, позволяющего обеспечить высокую точность стабилизации загрузки при широком диапазоне изменения параметров работы конвейера.

**Изложение основного материала.** Существует огромное количество методик по синтезу регуляторов, обеспечивающие получение точного либо приближенного решения задачи оптимизации. Одним из наиболее популярных подходов синтеза для систем с чистым запаздыванием является процедура аналитического конструирования оптимальных регуляторов [6]. Минимизируемым функционалом в данном случае является критерий динамической точности с учетом минимума энергетических затрат на управление. Такой метод синтеза дает хорошие результаты, однако, в основном

может применяться лишь для линейных систем, вырождаясь в классическую задачу А.М. Летова. Поэтому, для использования вышеуказанного подхода необходимо получить линеаризованную с достаточной точностью математическую модель объекта, а также выбрать общий вид минимизируемого функционала качества.

Осуществим процедуру синтеза оптимального регулятора загрузки конвейера, электромеханическая система которого описывается колебательным звеном. Такое допущение будет справедливым для однодвигательного конвейера с настройкой привода на технический оптимум. Предложенный подход позволит существенно упростить процедуру синтеза без значительного снижения точности решения задачи оптимизации.

Контур стабилизации загрузки конвейера с учетом предложенной модели электромеханической системы конвейера примет вид, представленный на рисунке 1.

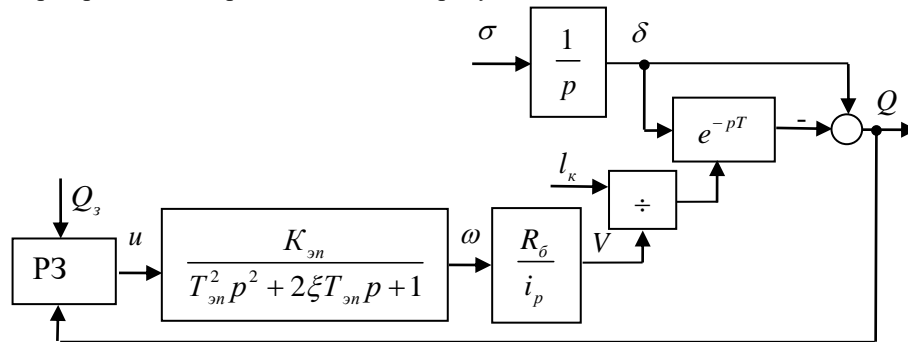


Рис. 1. Схема контура стабилизации загрузки конвейера горнодобывающего предприятия

На рисунке 1 введены следующие обозначения:  $Q$  – количество груза на конвейере в текущий момент времени;  $\delta$  – количество груза, погруженного на конвейер;  $\sigma$  – мгновенное количество груза, поступающее на конвейер;  $l_k$  – длина конвейера;  $R_\delta$  – радиус приводного барабана;  $i_p$  – передаточное число редуктора;  $K_{эн}$ ,  $\xi$ ,  $T_{эн}$  – параметры электромеханической системы конвейера при настройке внешнего контура на модульный оптимум;  $V$  – линейная скорость перемещения ленты;  $\omega$  – скорость вращения двигателя приводного барабана;  $u$  – управляющее воздействие.

Зависимость текущей загрузки конвейера от количества груза, поступающего на ленту, определяется выражением:

$$Q = (1 - e^{-pT})\delta. \quad (1)$$

Разложим составляющую  $e^{pT}$  в ряд Тейлора, ограничимся двумя составляющими, и при учете интегральной составляющей нагрузки получим:

$$Q = (1 - e^{-pT})\delta = \left(1 - \frac{1}{e^{pT}}\right)\delta = \left(\frac{e^{pT} - 1}{e^{pT}}\right)\delta = \left(\frac{1 + pT - 1}{1 + pT}\right)\delta = \frac{T}{Tp + 1}\sigma. \quad (2)$$

Поскольку время задержки зависит от скорости в зависимости  $T = l_k i_p R_\delta^{-1} \omega^{-1}$ , можем записать в нормальной форме Коши уравнение, описывающее изменение загрузки:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{R_\delta}{l_k i_p} \omega Q + \sigma. \quad (3)$$

Поведение привода, при условии его настройки внешнего контура регулирования скорости на модульный оптимум, описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= -\frac{1}{T_{эн}^2} \omega - \frac{2\xi}{T_{эн}} \varepsilon + \frac{K_{эн}}{T_{эн}} u. \end{aligned} \quad (4)$$

Получим в итоге систему дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, описывающее поведение конвейерной системы:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 x_2 + \sigma, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= -a_2 x_2 - a_3 x_3 + bu, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $x_1 = Q$ ,  $x_2 = \omega$ ,  $x_3 = \varepsilon$ ,  $a_1 = I_k^{-1} R_{\sigma} i_p^{-1}$ ,  $a_2 = T_{\text{эп}}^{-2}$ ,  $a_3 = 2\xi / T_{\text{эп}}^{-1}$ ,  $b = K_{\text{эп}} T_{\text{эп}}^{-1}$ .

Наличие нелинейной составляющей в системе дифференциальных уравнений, описывающих динамику объекта, делает крайне затруднительной процедуру синтеза оптимального регулятора с вычислительной точки зрения. Так, к примеру, точное решение уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана будет достигаться при представлении функции Беллмана в виде последовательности степенных форм  $V = V^2 + V^3 + V^4 + \dots$  [7–9]. Сложность поиска решения будет увеличиваться с учетом большего числа степенных форм и на практике ограничиваются лишь квадратичной и кубической составляющей. Другим недостатком такого подхода становится то, что при наличии кубической формы от переменных состояний функция Беллмана теряет свойства функции Ляпунова и, следовательно, возникает необходимость исследования устойчивости во всем диапазоне фазового пространства [5].

Альтернативным подходом является использование концепции метода Пирсона при решении задачи динамического программирования [10]. В этом случае решение задачи аналитического конструирования оптимального регулятора осуществляется на каждом цикле работы управляющей программы, причем для всех нелинейных составляющих осуществляется процедура «мгновенной» линеаризации [11]. В модели, описывающей конвейерную систему, имеется одна существенная нелинейность типа «умножение»  $x_1 x_2$ , входящая в первое дифференциальное уравнение системы.

Осуществим «мгновенную» линеаризацию, при этом  $\dot{x}_1 x_2 = a_1(x_1, x_2)x_1 + a_2(x_1, x_2)x_2$ , где  $a_1(x_1, x_2)$ ,  $a_2(x_1, x_2)$  – коэффициенты линеаризации «в точке». В этом случае линеаризованная система дифференциальных уравнений, описывающая динамику конвейера, запишется:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -a_{11}x_1 - a_{12}x_2 + \sigma, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= -a_2x_2 - a_3x_3 + bu,\end{aligned}\tag{6}$$

где  $a_{11}$ ,  $a_{12}$  – коэффициенты линеаризации «в точке».

Минимизируемый функционал качества сформируем, исходя из требования динамической точности и минимума энергетических затрат на управление [8]:

$$\min_u \int_0^{\infty} (q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2 + q_3 x_3^2 + ru^2 + u_{\text{огм}}^2) dt,\tag{7}$$

где  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $r$  – весовые коэффициенты, определяющие ограничения на переменные состояния и управление, соответственно.

Величина  $u_{\text{огм}}^2$  определяет дополнительное ограничение на оптимальное управление, существующее в реальных системах регулирования. При незначительном влиянии на конечное решение, введение этой составляющей позволяет существенно упростить вычислительную процедуру пересчета оптимального регулятора.

Для линеаризованной системы дифференциальных уравнений и выбранного минимаксного функционала качества уравнение Беллмана запишется:

$$\begin{aligned}\min_u \max_{\sigma} \left[ q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2 + q_3 x_3^2 + ru^2 + u_{\text{огм}}^2 + \right. \\ \left. + \frac{\partial V}{\partial x_1} (-a_{11}x_1 - a_{12}x_2 + \sigma) + \frac{\partial V}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} (-a_2x_2 - a_3x_3 + bu) \right] = 0,\end{aligned}\tag{8}$$

где  $V$  – функция Беллмана.

Произведем поиск экстремума функционала по управляющему воздействию, получим управление в явном виде:

$$u = -\frac{b}{2r} \frac{\partial V}{\partial x_3}.\tag{9}$$

Осуществим замыкание системы путем подстановки полученного выражения в функциональное уравнение Беллмана, получим модифицированное уравнение Гамильтона – Якоби-Беллмана:

$$q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2 + q_3 x_3^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} (-a_{11}x_1 - a_{12}x_2) + \frac{\partial V}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} (-a_2x_2 - a_3x_3) = 0.\tag{10}$$

Решением данного уравнения будет функция  $V$  в виде квадратичной формы от переменных состояния системы вида  $V = K_{11}x_1^2 + 2K_{12}x_1x_2 + 2K_{13}x_1x_3 + K_{22}x_2^2 + 2K_{23}x_2x_3 + K_{33}x_3^2$ .

Подставим выражения для частных производных в уравнения Беллмана в замкнутой форме, далее раскрываем скобки и приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях переменных состояния. В результате получаем систему арифметических уравнений Риккати:

$$\begin{cases} q_1 - 2K_{11}a_{11} = 0, \\ q_2 - 2K_{12}a_{12} - 2K_{23}a_2 = 0, \\ q_3 + 2K_{23} - 2K_{33}a_3 = 0, \\ -2K_{13}a_2 - 2K_{11}a_{12} - 2K_{12}a_{11} = 0, \\ -2K_{13}a_{11} + 2K_{12} - 2K_{13}a_3 = 0, \\ -2K_{13}a_{12} - 2K_{33}a_2 - 2K_{23}a_3 + 2K_{22} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Решение арифметической системы уравнений можно реализовать в самой программе общепромышленного логического контроллера. При известных параметрах системы  $a_2$ ,  $a_3$ , а также выбранных весовых коэффициентах минимизируемого функционала качества, процедура расчета коэффициентов оптимального регулятора сведется к пересчету значений на каждом цикле по линейной зависимости.

Также, в программе реализуется процедура линеаризации составляющей типа «умножение». При таком подходе, закон оптимального управления запишется:

$$u = K_{1u}x_1 - K_{2u}x_2 - K_{3u}x_3, \quad (11)$$

где  $K_{1u}$ ,  $K_{2u}$ ,  $K_{3u}$  – коэффициенты квазиоптимального регулятора при соответствующих степенях переменных состояния.

Отметим, что в момент пуска конвейера коэффициенты «мгновенной» линеаризации будут равны нулю, что приведет к равенству нулю и коэффициентов регулятора при переменных состояния. Таким образом, целесообразно использовать полученный закон управления лишь для области фазового пространства в окрестности рабочей точки. При запуске конвейера и выходе на режим, рекомендуется использовать коэффициенты регулятора для минимальных рабочих значений загрузки ленты и скорости привода. Тогда, с точки зрения решения задачи «в большом», то есть для всей области фазового пространства, полученный регулятор будет квазиоптимальным.

Исследование динамических характеристик контура регулирования загрузки было проведено с помощью цифрового моделирования с использованием пакета Matlab. Графики переходных процессов по загрузке ленты и скорости конвейера при использовании ПИД – регулятора и синтезированного квазиоптимального регулятора технологического параметра представлены на рисунке 2 и 3.

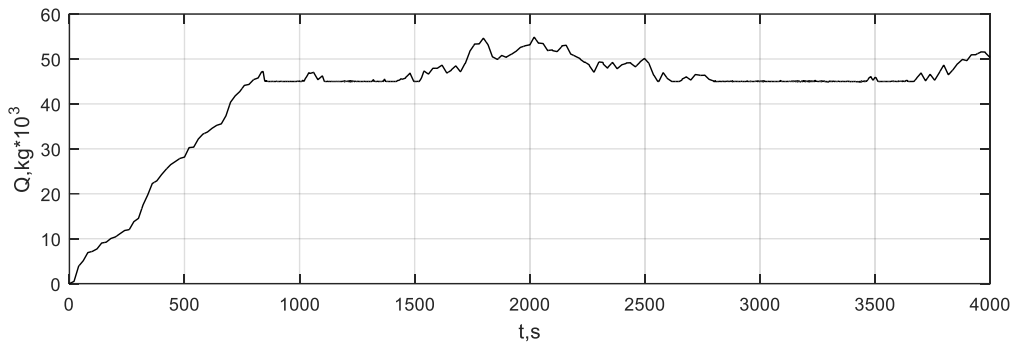


Рис. 2. График переходного процесса по загрузке конвейера при использовании классического ПИД – регулятора

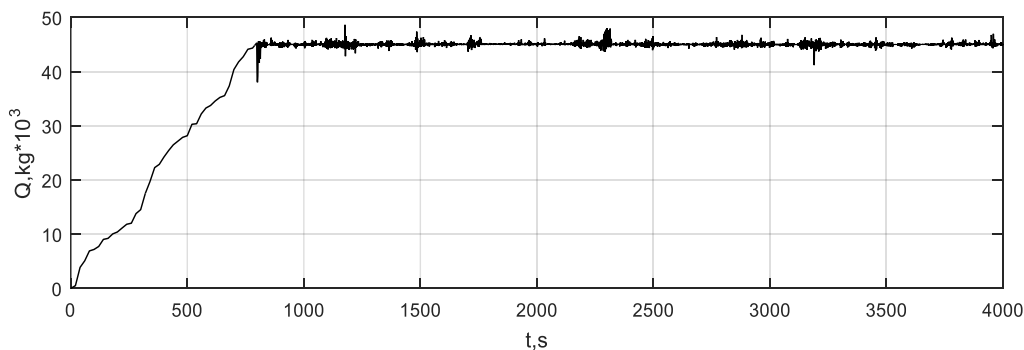


Рис. 3. График переходного процесса по загрузке конвейера при использовании синтезированного регулятора

**Выводы и перспективы дальнейших разработок.** Очевидно, что использование синтезированного квазиоптимального регулятора позволило существенно улучшить качество регулирования загрузки. После выхода на номинальный режим обеспечивается переключение на квазиоптимальный алгоритм управления, что приводит к проседанию загрузки на 10 % и ее последующему выравниванию. Использование концепции метода Пирсона и функционала качества А.А. Красовского позволило существенно упростить процедуру пересчета коэффициентов оптимального регулятора в программируемом логическом контроллере. В качестве переменных состояния, используемых в законе управления, используются сигналы обратной связи по скорости и ускорению привода, а также текущей загрузке конвейера. Текущая загрузка конвейера может быть вычислена с помощью датчиков объема породы, скорость и ускорение переданы в программируемый логический контроллер от преобразователя частоты двигателя конвейера. Дальнейшее улучшение качества регулирования загрузки возможно путем более подробного учета динамических свойств конвейерной системы, что может привести, в свою очередь, к существенному усложнению алгоритма управления.

#### Список использованной литературы:

1. *Дмитриева В.В.* Разработка и исследование системы автоматической стабилизации погонной нагрузки магистрального конвейера : дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.13.06 / *В.В. Дмитриева* ; Московский государственный горный университет. – М., 2005. – 162 с.
2. *Дмитриева В.В.* Поддержание величины тягового фактора ленточного конвейера с двухдвигательным приводом / *В.В. Дмитриева, Куанг П'ей* // Горный информационно-аналитический бюллетень : научно-технический журнал. – 2015. – № 6. – С. 189–198.
3. *Боровикова А.П.* Разработка и исследование системы автоматического управления загрузкой магистральной конвейерной линии / *А.П. Боровикова, А.Е. Ткаченко, К.Н. Маренич* // Автоматизация технологических объектов и процессов. Поиск молодых : сборник научных трудов XVII научно-технической конференции аспирантов и студентов в г. Донецке, 24–25 мая 2017 г. – Донецк : ДонНТУ, 2017. – 409 с.
4. *Печеник М.В.* Дослідження втрат енергії в електромеханічній системі конвеєра при плавній зміні навантаження / *М.В. Печеник, С.О. Бур'ян, Л.М. Наумчук* // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2015. – Вип. 2. – С. 67–73.
5. Оптимальное управление движением / *В.В. Александров, В.Г. Болтянский, С.С. Лемак, Н.А. Парусников, В.М. Тихомиров*. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 376 с.
6. *Летов А.М.* Динамика полета и управление / *А.М. Летов*. – М. : Наука, 1969. – 359 с.
7. *Кудин В.Ф.* Синтез нелинейного субоптимального регулятора следящего электропривода с синхронным двигателем / *В.Ф. Кудин, А.В. Торопов* // Технічна електродинаміка. – 2006. – № 1. – С. 45–49.
8. Справочник по теории автоматического управления / под ред. *А.А. Красовского*. – М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 712 с.
9. *Альбрехт Э.Г.* Об оптимальной стабилизации нелинейных систем / *Э.Г. Альбрехт* // ПИММ. – 1961. – Т. 25, Вып. 5. – С. 836–844.
10. *Pearson J.D.* Approximation Methods in optimal control. Sub-optimal control / *J.D. Pearson* // J. Electronics and control. – 1962. – Vol. 13. – Pp. 453–467.
11. *Гельднер К.* Нелинейные системы управления / *К.Гельднер, С.Кубик*. – М. : Мир, 1987. – 368 с.

#### References:

1. *Dmitrieva, V.V.* (2005), *Razrabotka i issledovanie sistemy avtomaticheskoy stabilizacii pogonnoj nagruzki magistral'nogo konvejera*, Diss. of kand. tehn. nauk, spec. 05.13.06, Moskovskij gosudarstvennyj gornyj universitet, Moskva, 162 p.
2. *Dmitrieva, V.V. and Kuang, P'eij* (2015), «Podderzhanie velichiny tjagovogo faktora lentochного konvejera s dvuhdvigatel'nym privodom», *Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten': nauchno-tehnicheskij zhurnal*, No. 6, pp. 189–198.
3. *Borovikova, A.P., Tkachenko, A.E. and Marenich, K.N.* (2017), «Razrabotka i issledovanie sistemy avtomaticheskogo upravlenija zagruzkoj magistral'noj konvejernoj linii», *Avtomatizacija tehnologicheskikh ob#ektov i processov. Poisk molodyh*, sbornik nauchnyh trudov HVII nauchno-tehnicheskoy konferencii aspirantov i studentov, ot 24–25 maja, DonNTU, Doneck, 409 p.
4. *Pechenyk, M.V., Bur'jan, S.O. and Naumchuk, L.M.* (2015), «Doslidzhennja vtrat energii' v elektromehanichnij systemi konvejera pry plavnij zmini navantazhennja», *Elektromehanichni i energozberigajuchi systemy*, Vol. 2, pp. 67–73.
5. *Aleksandrov, V.V., Boltjanskij, V.G., Lemak, S.S., Parusnikov, N.A. and Tihomirov, V.M.* (2005), *Optimal'noe upravlenie dvizheniem*, FIZMATLIT, Moskva, 376 p.
6. *Letov, A.M.* (1969), *Dinamika poleta i upravlenie*, Nauka, Moskva, 359 p.
7. *Kudin, V.F. and Toropov, A.V.* (2006), «Sintez nelinejnogo suboptimal'nogo reguljatora sledjashhego jelektroprivoda s sinhronnym dvigatelem», *Tehnichna elektrodinamika*, No. 1, pp. 45–49.
8. *Krasovskij, A.A.* (ed.) (1987), *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija*, Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., Moskva, 712 p.
9. *Al'breht, Je.G.* (1961), «Ob optimal'noj stabilizacii nelinejnyh system», *PMM*, Vol. 25, No. 5, pp. 836–844.

10. Pearson, J.D. (1962), «Approximation Methods in optimal control. Sub-optimal control», *J. Electronics and control*, Vol. 13, pp. 453–467.
11. Gel'dner, K. and Kubik, S. (1987), *Nelinejnye sistemy upravlenija*, Mir, Moskva, 368 p.

**Торопов** Антон Валериевич – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации управления электротехническими комплексами Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт имени И.Сикорского».

Научные интересы:

- оптимальное управление электромеханическими системами;
- синтез логических схем управления электротехническими комплексами.

E-mail: askpify@ukr.net.

**Печеник** Николай Валентинович – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации электромеханических систем и электропривода Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт имени И.Сикорского».

Научные интересы:

- системы автоматического управления насосными установками;
- энергоэффективные режимы работы транспортных систем непрерывного действия.

E-mail: pechenikMV@ukr.net.

**Торопова** Лилия Владимировна – ассистент кафедры автоматизации управления электротехническими комплексами Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт имени И.Сикорского».

Научные интересы:

- оптимальное управление электродвигателями с возбуждением переменным током.

E-mail: liliaya@ukr.net.

Стаття надійшла до редакції 12.03.2018.