УДК 519.8 : 656.073.7
DOI: https://doi.org/10.26642/tn-2018-2(82)-118-126

Г.С. Прокудін, д.т.н., професор
М.С. Оліскевич, к.т.н., доцент
Національний транспортний університет

Методика оптимізації спільного розкладу парку магістральних автомобілів при наявності часових обмежень

У роботі розглядається проблема оперативного керування парком автопоїздів, які виконують магістральні вантажні перевезення. Для підвищення ефективності використання потрібна їх чітка взаємодія із замовниками та між собою. Останнім часом постають задачі складання групових розкладів для парку вантажних автопоїздів, які взаємодіють, а їх використання обмежене часовими вікнами. При відомому загальному обсязі замовлень на транспортній мережі ще більш актуальним є оперативне складання маршрутів для цього гурту транспортних засобів, який повинен мінімізувати марні пробіги. Оскільки такі вимоги є, переважно, суперечними то сформульовано і розв'язано оптимізаційну задачу.

Розроблено методику складання унітарного розкладу, яка дає змогу врахувати обмеження на загальну тривалість виконання відомих замовлень на перевезення, часові допуски на кожне з них зокрема. При цьому зменшуються нульові та марні пробіги рухомого складу до допустимого рівня. Методика враховує чисельність, вантажомісткість і розташування рухомого складу парку на момент формування розкладу для них. Замовлення на перевезення тут − це унікальні, неподільні гурти вантажів, призначені для перевезення на маятникових маршрутах. Приймалось, що провізна спроможність парку є наперед невідомою, тому, складаючи розклад, ми маємо можливість вибирати із замовлень найвигідніші. Крім того, якщо плановий період є досить великим, або обсяг прогнозних замовлень є чималий, то для підвищення вірогідності і точності результатів, його можна розбити на менші цикли. Розв'язано задачу, подібні до якої в теорії дослідження операцій відносять до NP, або NP-складних в сильному сенсі. Запропонована методика базується на алгоритмі оптимізації, який дає змогу отримати приблизний розв'язок з оцінкою точності його похибки. При цьому застосовано модифікований метод впорядкування змішаних графів. Головна особливість алгоритму полягає у тому, що модель початкового неорієнтованого графа є динамічною: її вершинами є події, а не транспортні пункти, зв'язки − ребра та дуги мають постійну і змінну складову тривалості, вони також відображають циклічний характер усього проекту, яким легше можна керувати. Так, завдяки тому, що є можливість змінювати допуск на загальну тривалість проекту і початкову кількість автомобілів, досягається задовільний допустимий активний розклад. Алгоритм є простим для застосування відносно аналогів. Для невеликих за обсягом початкових даних його можна використати без застосування комп'ютера. Для великих масивів написана комп'ютерна програма, яка має зручний інтерфейс і може бути використана в диспетчерських системах автомобільних транспортних підприємств.

Ключові слова: *вантажні перевезення; магістральна транспортна мережа; часові вікна; розклад циклічний унітарний; граф диз'юнктивний; метод гілок і меж.*

Постановка проблеми. Наявні в Україні, вітчизняні та закордонні методики оперативного керування транспортним процесом і відповідне їм програмне забезпечення не відображають цілком реальних потреб як вантажовласників, так і перевізників. Зокрема, у зв'язку зі значною конкуренцією на ринку вантажних перевезень, жорсткішими стали вимоги до термінів відправлення і доставки вантажів у міжміському сполученні. Замовники встановлюють вузькі часові допуски на виконання вантажно-транспортних робіт, висувають вимоги щодо доступності моніторингу власних вантажів. Така ситуація дає привід для перегляду найбільш актуальних задач оперативного керування, зокрема складання розкладів, маршрутизації, і удосконалення методик їх розв'язку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема маршрутизації транспортних засобів з часовими вікнами (МТЗЧВ) становить основу одного з класичних дослідницьких напрямків. Вона набула в сучасних умовах значного економічного значення. Однак, її NP-складність вимагає евристичного рішення для більшості реальних випадків [9, с. 255]. Багаторічні дослідження наближених методів привело до наявності широкого спектру евристичних підходів для МТЗЧВ [4, с. 124]. Зокрема у роботі [9] розглянуті методи, засновані на побудові та вдосконалення класичного рішення. Евристика МТЗЧВ, як правило, вимірюється за такими критеріями: якість рішення з точки зору об'єктивної функції, швидкість, простота реалізації, гнучкість та надійність. До цього часу евристичний аналіз був найкращим з точки зору якості рішення [7, с. 12]. Нові методи, що розвиваються, забезпечують кращі результати, ніж попередні прості евристики. Збільшується також швидкодія обчислень з їх допомогою. Вчені стверджують, що робота над ними буде в майбутньому посилена [9, с. 256].

Побудова циклічних розкладів для однієї або декількох груп ідентичних робіт також набула значної актуальності й відрізняється від традиційних моделей вимогою побудови розкладу для нескінченної кількості робіт на нескінченній, або напівнескінченній осі часу. Природно, що в цьому випадку не працюють класичні функції мети, такі як максимум або сума тривалостей закінчення робіт, мінімум кількості невчасно виконаних задач, та інші. Зазвичай, якість розкладів для таких завдань характеризується щільністю, тривалістю циклу виконання кожної роботи та інше [11, с. 22–23].

Активно розвиваються такі класичні методи теорії розкладів, як «гілок і меж» (і його численні модифікації); динамічного програмування; лінійного програмування і багатофакторний аналіз; локального пошуку; геометричні методи, засновані на аналізі властивостей векторних сімейств в скінченно-вимірних нормованих просторах [11, с. 20]. Графо-орієнтовані методи спираються на зведення завдань побудови розкладів до розмальовки графів і мультиграфів і до аналізу властивостей цих графів [11, с. 21].

Глобальною проблемою теорії розкладів (як і дискретної оптимізації в цілому) є встановлення складності того, чи іншого завдання. При цьому складність завдання є функцією від багатьох параметрів, від яких, в принципі, залежить дана задача, і хотілося б знати повний спектр значень цієї функції, що дає змогу зробити висновок про те, як складність завдання залежить від тих, чи інших параметрів, або від комбінації їх значень [12, с. 5]. Комбінування двох завдань різних типів також може докорінно вплинути на складність отримання результату. Наприклад, при деяких значеннях параметрів задачі open shop і job shop можуть бути окремо поліноміально розв’язаними, але їх змішання призводить до виникнення істотно складнішої (NP-важкої в сильному сенсі) задачі. Таким чином, саме «змішання» завдань різних типів також є певним параметром завдання [7, с. 14]. Відомі засоби диспетчеризації, на жаль, не мають функцій формування розкладів і маршрутів транспорту так, щоб вони мали задовільну складність процедури і точність розв’язку за прийнятний час [6]. Залишаються слабо вивченими з точки зору аналізу їх складності та побудови точних і наближених алгоритмів розв’язання такі теоретичні проблеми, що мають серйозну прикладну значимість для транспортної галузі, як завдання open shop з маршрутизацією машин. У зв’язку з тим, що сучасні транспортні технології досягли високого рівня і масштабів, навіть незначні затримки стають домінуючим фактором, що визначає ефективність парку транспортних засобів. Традиційні методи їх маршрутизації, що дають гарні результати в термінах довжини зв’язків і мінімізації щільності, не можуть гарантувати виконання вимог до швидкодії транспортних систем. Через це з цим останнім часом особлива увага приділяється способам врахування тимчасових обмежень на етапі глобальної маршрутизації [6, с. 44–45]. Початкове рішення будується алгоритмом пошуку дерева Штейнера, що враховує тимчасові обмеження [5]. Далі для поліпшення рішення використовується ітераційний підхід, коли розриваються мережі, що проходять через ребра з найбільшою щільністю. Завдання повторної маршрутизації формулюється як задача про багатопродуктовий потік і вирішується за допомогою ієрархічного алгоритму. Рівномірність розподілу продуктивності транспортних засобів досягається максимізацією рівномірності глобального потоку й мінімізацією максимальної щільності [7].

Для маршрутизації магістральних автопоїздів найбільш актуальною є задача комівояжера (ЗК), яка на теперішній час має понад 500 різних формулювань. Однак, навіть до найбільш наближеного варіанту, з метою її практичного застосування, необхідно додати такі умови: динамічні зміни вхідних даних; можлива відсутність шляху з одноразовим проходженням усіх вузлів мережі; частково невідомі вхідні дані; асиметричність задачі [2]. Такі умови роблять відомі методи розв’язання ЗК неможливим через низку проблем, які було частково вирішено в роботі [8]. Автором було прийнято, що ЗК є задачею динамічного характеру, тобто динамічна задача, потребує статичного розв’язання в умовах змін початкових даних, зникнення або появи нової інформації, а також зміни її розмірності. Наступними природними модифікаціями класичної ЗК є такі, в яких потрібно знайти два або кілька маршрутів мінімальної або максимальної сумарної довжини, які не мають спільного перетину. Одним з найактуальніших є завдання *m*-PSP про *m* комівояжерів (m-peripatetic salesman problem), яке також є NP-важким в сильному сенсі при $m>2$. Для завдання відшукання наближеного рішення задачі 2-PSP на максимум на повному *n*-вершинному графі із симетричною матрицею відстаней побудований алгоритм з тимчасової складністю O (n^3) і гарантованою оцінкою точності 3/4 [1]. Результатом постійного пошуку найефективніших методів розв’язку ЗК стало використання біонічних алгоритмів, у тому числі, еволюційних та генетичних [2, с. 240]. Результати деяких експериментальних досліджень довели високу продуктивність цих алгоритмів, а на деяких контрольних прикладах − їх беззаперечну перевагу над існуючими методами. Однак, ці алгоритми потребують ще доопрацювання щодо різноманітності вхідних даних.

Циклічні розклади грають важливу роль в організації середніх і великих транспортно-технологічних систем. Вони забезпечують ритмічність завантаження устаткування, транспортних засобів і виконавців, дають змогу ефективно планувати як поставки ресурсів, так і збут продукції. Складність завдань побудови циклічних розкладів з різними технологічними обмеженнями досліджувалася в роботах [3, 5, 9] та інших. Оптимальний циклічний розклад для декількох транспортних екіпажів можна скласти в цілому швидше, ніж єдиний − для кожного з них зокрема, або, навіть, для усіх наявних транспортних засобів. Однак методику складання циклічного мультирозкладу з маршрутизацією, викладений в статті [3], не можна використати для досягнення поставленої нами мети, бо він передбачає обов'язкові періоди простою транспортних засобів (літаків), пов'язані з відпочинком їх екіпажів. Більшість розглянутих завдань цього типу є NP-важкими в сильному сенсі [11, с. 24]. Деякі дослідники вважають за доцільне будувати наближені й евристичні алгоритми їх вирішення. Раніше для цього завдання був запропонований метод гілок і меж [5]. Представлений алгоритм є досить адекватним, але в іншому випадку він надто складний, щоб бути успішним, обчисленим користувачами.

Незважаючи на актуальність і важливість завдання, в даний час не існує методів, які здійснюють маршрутизацію, що задовольняє одночасно тимчасові критерії і обмеження на пропускні спроможності ребер, а також загальну довжину маршруту, що пов'язано з транспортними витратами. Таким чином, проблеми маршрутизації і складання розкладу автопоїздів утворюють більш складні комплексні задачі. Їх розв'язок ускладнюється тим, що потрібно враховувати додаткові перешкоди, що виникають у виконанні транспортного завдання. Динаміка розкладу при цьому змінюється.

Кожен відомий тип задачі може бути таким, що поліноміально розв'язується залежно від попередньо опрацьованих даних. Однак їх суміщення приводить до такого типу задачі, яка є суттєво складніша. Складність таких комбінованих задач є маловивченою.

Мета дослідження. Розробити таку методику побудови спільного циклічного унітарного розкладу з часовими вікнами, яка б давала наближений розв'язок з достатньою точністю оцінки відхилення за прийнятний час для малих і великих масивів даних, які оперативно поновлюються.

Викладення основного матеріалу. Формулювання задачі є таким. Впродовж деякого планового періоду T є відомою множина замовлень для автотранспортного підприємства $P=\{1,2,\dots,p\}$, які потрібно виконати з мінімальними затримками часу одним, або декількома транспортними засобами з множини M_k, $k=1\dots m$, які спочатку періоду розташовані на транспортній мережі випадковим чином. Зміст кожного замовлення полягає в тому, щоб доставити унітарний гурт вантажів $Q_{i.j}$ від деякого пункту g_i до іншого g_j, $i,j=1\dots n$, $n<p$. Прийнято, що між будь-якими двома пунктами на заданій транспортній мережі існує шлях (мережа – сильно зв'язана), отже відстань між ними відома, але для зручності вона оцінюється опосередковано − часом руху $t_{i.j}$ при відомій сталій середній експлуатаційній швидкості. Кожен з пунктів мережі може бути водночас відправником, і/або споживачем вантажів. Оскільки задача стосується магістральних перевезень (міжміських, міжнародних), то головним критерієм для перевізника тут, переважно, є максимальний пробіг з вантажем впродовж заданого періоду. В даному випадку − це мінімальний час марних пробігів. Звичайною умовою таких доставок є і те, що кожен готовий гурт вантажів не може бути перевезений частинами. Прийнято також, що $Q_{i.j}\le q_k$, де q_k − номінальна вантажність *k*-го транспортного засобу для будь-якого $k=1,\dots,m$. Це означає, що усі з наявних транспортних засобів можуть обслуговувати лише одне замовлення за одну поїздку водночас.

Тривалість виконання замовлення є випадковою величиною з відомою оцінкою розподілу та, відповідно, математичним сподіванням часу $\bar{t}$, який складається з величин:

$$\bar{t}=t_{i.j}+t_u+t_{м.х.}+t_{org.}, \tag{1}$$

де $t_{i.j}$ − час руху при доставці вантажу від пункту g_i до g_j при виконанні даного замовлення; t_u − час вантажних робіт в g_i пункті, $t_{м.\,х.}$ − час на марний пробіг до g_i пункту, необхідний для початку виконання замовлення; $t_{org.}$ − час організаційних простоїв.

У зв'язку з прийнятим припущенням про унітарність замовлень, складники t_u і $t_{org.}$ можна розглядати як постійну складову при виконанні усього обсягу перевезень, яка не залежить від їх розкладу, а тільки від технології вантажних перевезень. Через це ці елементи можна об'єднати з $t_{i.j}$ і розглядати $\bar{t}=t_{i.j}$. Отже, згідно з такими умовами, тривалість виконання кожного замовлення має дві складові: сталу, яка обумовлена прийнятими транспортними технологіями й змінну, яка залежить від того, якою є структура транспортного процесу, тобто яке замовлення виконував заданий транспортний засіб попередньо. Кожне *i*-те замовлення має такі характеристики: момент часу $t_{b.i}$, не раніше якого його потрібно розпочати виконувати у пункті його відвантаження; момент початку виконання *i*-го замовлення $t_{o.i}$; момент часу $t_{e.i}$, до якого його потрібно завершити, момент його фактичного завершення $t_{f.i}$ у кінцевому пункті його доставки. Оскільки тривалість $\bar{t}_i\le T$, то впродовж планового періоду кожен з автомобілів може виконати декілька замовлень. Щоб розпочати перше з них, транспортний засіб потрібно подати в той пункт, де замовлення є сформоване не пізніше директивного моменту часу $t_{e.i}$, до якого воно має бути виконане. Отже, потрібно врахувати тривалість нульових пробігів, а також час руху $t_{i.j}$. Для виконання кожного наступного замовлення транспортний засіб потрібно подати для завантаження в сусідній транспортний пункт, де є відповідний запит, або ж завантажити у тому ж таки пункті, де відбулося попереднє розвантаження.

Особливостями даної задачі є те, що у ній відсутня конечна вимога виконання усіх замовлень множини P за період T. Отже тут відображаються ознаки ЗК з багатьма шляхами лише частково. З іншого боку, ця задача пов’язана з часовим впорядкуванням робіт (замовлень) і розподілом їх між наявними транспортними засобами. Тому її можна віднести за відомими класифікаційними ознаками до задач складання циклічних унітарних розкладів для потокового виконання операцій проекту декількома засобами [9]. Плануючи виконання перевезень, потрібно розробити, з одного боку, найкоротший за марним пробігом маршрут руху для кожного транспортного засобу, який буде задіяний в процесі, а з іншого − найкращий розклад виконання замовлень для сукупності автопоїздів з мінімальними непродуктивними простоями при наявності часових обмежень, тобто без затримок. Враховуючи структуру і властивості типового транспортного процесу у середніх і великих транспортних системах, таку задачу потрібно віднести до оптимізаційних [10]. За складністю алгоритму пошуку оптимального розв’язку вона відноситься до NP задач, тобто для неї існує недетермінований алгоритм пошуку успішного точного, або наближеного розв’язку за поліноміальний час [9]. Для його розроблення використано метод впорядкування змішаних графів [12, с. 248]. Згідно нього, усю множину P відомих замовлень відображає орієнтований змішаний граф $A(G,U,V)$, де G – множина вершин, $\{g_1, g_2, \ldots, g_{p-1}, g_p\}$, в якій $g_2 \ldots g_{p-1}$ символізують моменти початку їх виконання. Вершина g_1 – фіктивна, представляє формальний момент початку усього проекту. Вершина g_p − фіктивна, символізує кінець планового циклу тривалістю T. U − множина дуг, кожна з яких відображає часовий зв’язок $a_{i.j}$ між моментами початку виконання i-го та j-го замовлення одним і тим ж транспортним засобом. Дуги графа A − зважені. Якщо існує замовлення, то воно відображається у графі A дугою ваги $a_{i.j}>0$. При цьому повинна виконуватись вимога:

$$-a_{j.i} \le t_{o.j} - t_{o.i} \le a_{i.j}, \tag{2}$$

де $t_{o.j}$, $t_{o.i}$ – моменти початку виконання, відповідно, i-го та j-го замовлень.

Дуги $a_{1.i}$ – це найбільш ранні моменти можливого початку виконання кожного i-го замовлення. Кожна дуга $a_{i.P}$ − це часовий зв’язок, «чиста» тривалість виконання i-го замовлення так, що ніби транспортний засіб до початку завантаження перебував у i-му пункті уже, і на марний, чи нульовий пробіги не витрачено часу. Очевидно, що:

$$a_{i.P} \le a_{i.j}. \tag{3}$$

Умова (3) виконуватиметься для будь-яких i та j.

Дуга з від’ємною вагою, $-a_{i.j}$ відображає часове обмеження для виконання замовлення. Наприклад, $-a_{P.1}$ − це дозволений час для виконання усіх відомих замовлень (як правило, він збігається з періодом T). Усі дуги $-a_{P.i}$ відображають директивні моменти найбільш пізнього закінчення i-х замовлень. Усі ж інші неіснуючі, або несуттєві зв’язки відображені дугами з вагою $-\infty$.

У моделі диз’юнктивного (змішаного) графа A задана, також, множина V —ребер, кожному $[i, j]$ з яких поставлена у відповідність пара ваг $a_{i.j}$, $a_{j.i}$. Якщо між вершинами i, j є ребро, то це означає їх часову незалежність і відповідні операції по виконанню i-го та j-го замовлень виконуватимуться одночасно, або з частковим перекриттям у часі.

До процесу перевезення може бути задіяно k транспортних засобів. Вони повинні працювати синхронно, виконуючи по декілька замовлень послідовно. Це означає, що у графі A потрібно знайти k ланцюгів, які починаються у вершині g_1, проходять через деякі вершини графа, які стосуються наявних замовлень і закінчуються у вершині g_p. У даному варіанті задачі шукаємо мінімальний марний пробіг з найменшими часовими затримками процесу. Тому шукані ланцюги мають проходити по тих вершинах, для яких $q_{x.y}>0$. Якщо ланцюг доходить до вершини y, а далі нема жодного шляху у графі A з невід’ємною, або ненульовою вагою, то ланцюг при цьому прямує до вершини g_p. Транспортний цикл для цього автомобіля вважатимемо завершеним, незважаючи на те, що резерв часу на виконання інших, ще не виконаних замовлень є. Задача в такому формулюванні є схожа на типову задачу декількох комівояжерів з декількома відмінностями:

1) період T не є наперед заданою величиною й не шукається найкоротше його числове значення;

2) допускається багаторазове, циклічне проходження автомобілем будь-якого транспортного пункту;

3) довжина будь-якої ланки будь-якого ланцюга є величиною змінною. Вона залежить від послідовності виконання замовлень. Адже замовлення можуть виконуватись в обмежений період, отже одне і теж замовлення, яке не розпочато вчасно, може бути виконано із затримкою;

4) кількість заданих транспортних засобів може не дорівнювати кількості реально задіяних до перевезення; крім того, щоб формалізувати дефіцит перевізних спроможностей парку транспортних засобів при заданому потоку замовлень, задаються фіктивні транспортні засоби, таким чином, з усіх знайдених формальних шляхів у графі *A* вибираються найкращі; інші, менш вдалі приписують фіктивним транспортним засобам.

Алгоритм розв’язування задачі є таким. Множину $M=\{1,2,\dots,M\}$ транспортних засобів розбиваємо на *m* непорожніх підмножин M_k, які попарно не перетинаються. Кожна підмножина M_k, $k=1,2,\dots,m$ характеризується тим, що саме вона має такі автомобілі, кожен з яких найбільш ефективно може виконати замовлення з перевезення вантажів обсягом q_k. Множину замовлень G також розбито на k непорожніх підмножин G_k, $k=1,2,\dots,n$, кожна з яких характеризується тим, що для її виконання найкраще підходить автопоїзд вантажністю q_k. В загальному випадку $m\neq n$. В задачі потрібно побудувати розклад виконання заданих замовлень на перевезення, тобто для кожної поїздки з вантажем $i\in G$ вказати момент її початку $t_{o.i}$, і момент закінчення $t_{f.i}$, а також номер автопоїзда M_k, на якому вона повинна виконуватись. Оптимальним вважається розклад для якого виконується умова:

$$F\left(t_{o.1},t_{o.2},\dots,t_{o.p}\right)\to\min, \tag{4}$$

де *F* – функція мети, що є неспадною за кожним своїм аргументом.

Запропонований алгоритм базується на методі «гілок і меж» [12, с. 277]. Для цього відомий алгоритм побудови оптимального розкладу адаптовано до умов поставленої нами задачі. Означимо деякі використані терміни. Шляхом в графі $A(G,U,V)$ називається послідовність дуг $U_k=\{(g_1,g_i),(g_i,g_j),\dots(g_x,g_p)\}$, де всі вершини *q* різні, а початкова і кінцева − можуть збігатись. Контур − це замкнутий шлях в графі *A*. Вагою шляху назвемо суму ваг дуг, що входять до нього. Вага шляху виражається чисельно в межах інтервалу (-∞,+∞), тобто є дійсним числом. В зв’язку з цим використовується термін контур, або шлях додатної (або від’ємної) ваги. Шлях найбільшої додатної ваги в графі *A*, що з’єднує *i, j* вершини, позначимо ϑ_{ij}. Якщо в графі $A(G,U,V)$ не існує шляху з вершини *i* у вершину *j* через ліквідацію деяких ребер, то $\vartheta_{ij}=-\infty$.

Для того, щоб шуканий розклад $\{t_{o.1},t_{o.2},\dots t_{o.p}\}$ був однозначним (не було часового неузгодження), потрібно дотримуватися умови (3). Момент початку виконання будь-якого *i*-го замовлення шукається із співвідношення [12, с. 268]:

$$t_{o.i}=\max_j\{0,\vartheta_{i.j}\},\quad 1<j<p. \tag{5}$$

Момент завершення будь-якого *i*-го замовлення знаходимо з виразу:

$$t_{f.i}=t_{o.i}+a_{i.p}<t_{e.i}. \tag{6}$$

Розклад, для якого для всіх замовлень й усіх автомобілів виконується умова (5) називається активним, а величина $t_{f.i}$, що розрахована за (6), буде найбільш раннім завершенням *i*-го замовлення. Існує взаємно однозначна відповідність між множиною всіх активних розкладів, що побудовані з графа A і множиною $\hat{P}(A)$ всіх графів, які не містять контурів додатної ваги [12, с. 280]. Отже, однозначним вважаємо розклад, що породжений графом $A(G,U,V)$ і не містить контурів додатної ваги, а значить і ребер *V*. Застосовано послідовний аналіз варіантів з перебором усіх графів з множини $\hat{P}(A)$, і пошуком серед них оптимального за критерієм (4). Для організації такого пошуку, з метою уникнути непродуктивного перебору неоптимальних варіантів, використано процедуру послідовного розбивання $\hat{P}(A)$ на підмножини. Множина $\hat{P}(A)$ розбивається спочатку на підмножини $\hat{P}(A_1)$, $\hat{P}(A_2)$, .., $\hat{P}(A_h)$, де A_k, $k=1\dots h$, − графи, що отримані з A в результаті заміни, чи ліквідації одного чи декількох ребер. Ребра заміняються на дуги у двох варіантах. Так ребро $[a,b]$ можна замінити дугою (a,b), або (b,a). Далі підмножини $\hat{P}(A_k)$ ще розбиваємо на підмножини. В результаті скінченного числа таких дій отримуємо всі можливі варіанти перебору-розбивання. Цю процедуру можна показати у вигляді дерева (Z_m,W_m), де Z_m − множина вершин, що означають початкові графи $A(G,U_k,V_k)$, $U_k\subset U$, $V_k\subset V$, а W_m − множина дуг − шляхів перебору. Коренем цього дерева є граф $A(G,U,V)$. На кожному кроці обчислюється нижня оцінка оптимальності:

$$f^\circ=\inf\left(\min\left\{F\left(t_{o.1},t_{o.2}(G,U'),\dots,t_{o.p}(G,U')\right)\right\}\middle|(G,U')\in\hat{P}(A_1)\right), \tag{7}$$

яка описана у співвідношенні (4). Вершину Z_i назвемо завершальною, якщо виконується нерівність:

$$f^{\circ}(A_1) \le r_m ; \tag{8}$$

де r_m − поточний рекорд нижньої оцінки:

$$r_m = \min\left\{ f^{\circ}(A_1) \middle| A_1 \in Z_m \right\} . \tag{9}$$

Якщо нерівність (8) виконується, то вершину Z_i надалі не розглядаємо, а шлях, в який входить вершина Z_i в графі (Z_m, W_m), вважаємо хибним. Процедура завершується, коли всі вершини, крім шуканої, відкинуті.

Зміст операцій з графом $A(G,U,V)$ полягає в наступному. Якщо два замовлення i, j належать одній підмножині G_k і призначені для одночасного виконання одним автомобілем, то ніякий часовий зв'язок між ними не повинен бути, а ребро невпорядкованої моделі $[i, j] \in V$ усувається. Якщо ж ці замовлення i, j виконуватимуться послідовно, незалежно від їх обсягу, то ребро $[i, j] \in V$ замінюється дугою (i, j) ваги $a_{i.j}$, або дугою (j,i) ваги $a_{j.i}$.

Крім оперування з основним графом $A(G,U,V)$, створюємо і оперуємо із допоміжним неорієнтованим графом $H_k(G_k, V_k)$, вершинами якого є члени підмножини G_k. Отже, число таких графів буде $k = m$. Граф будується так. Якщо операція α_1 з основним графом є знищення ребра $[i, j]$, то граф $H_k(\alpha_1)$ отримуємо з графа $H_k(\alpha_0) = (G_k, \varnothing)$ в результаті додавання ребра $[i, j]$. Якщо операція α_1 − заміна ребра $[i, j]$ однією з дуг (i, j), або (j,i) в графі $A(G,U,V)$, то граф $H_k(\alpha_1)$ отримуємо з графа $H_k(\alpha_0)$, ототожнивши вершини i, j з однією вершиною. Якщо α_1 − перетворення ребра $[i, j]$, $i \in G_{k1}$, $j \in G_{k2}$, $k_1 \ne k_2$, то $H_k(\alpha_1) = H_k(\alpha_0)$. Очевидно, що кількість вершин в графі H_k не більша, ніж M_k. Обчисливши хроматичне число $\chi(H_k(\alpha_n))$, можемо визначити обмеження, яке накладає на остаточний оптимальний варіант розкладу різноманітність рухомого складу і обсяги вантажів у замовленнях:

$$\chi(H_k(\alpha_n)) \le M_k, \; k = 1, 2, \ldots, m . \tag{10}$$

Ця умова означає обмежені можливості (виконувати декілька замовлень одночасно) через відсутність необхідної кількості рухомого складу, організаційно встановлену послідовність виконання тощо.

Для того, щоб вести цілеспрямований пошук в графі, використано розуміння конфліктного ребра, тобто такого, для якого не виконується умова нерівностей (2). Серед конфліктних ребер графа $A(G,U,V)$ можна знайти найконфліктніші, тобто такі, перетворення яких приводить до більшого пошукового ефекту. Для цього для кожного конфліктного ребра потрібно знайти величину:

$$h_{ij} = t_{e.j}(G,U) + \vartheta_j(G,U) + a_{i.j} - \vartheta(G,U) , \tag{11}$$

де $\vartheta_j(G,U)$ − максимальна вага шляху в графі $A(G,U)$, що починається у вершині g_j; $\vartheta(G,U)$ − найдовший шлях у графі $A(G,U)$. Вибираючи найконфліктніше ребро з усіх конфліктних множини $V(\alpha_i)$, керуємось величиною $\min(h_{i.j}, h_{j,i})$. Для якого ребра знайдена величина буде найбільшою, те й назвемо найконфліктнішим.

Алгоритм складається з одинадцяти кроків.

1. Перевірити, чи граф $A(\alpha_1) = A(G,H)$ містить контур додатної ваги, де α_1 − l-й цикл алгоритму. Якщо такий контур є, то перейти до кроку 10.

2. Знайти ранній початок виконання кожного замовлення за формулою (5). Знайти найбільш пізнє закінчення виконання замовлень за формулою (6). Якщо знайдені величини не відповідають директивам, то перейти до кроку 10.

3. Знайти множину конфліктних ребер графа $A(\alpha_1^0)$ і найконфліктніше серед них. Якщо множина порожня, то перейти до кроку 11.

4. Замінити конфліктне ребро $[i, j]$ в графі $A(\alpha_1^0)$ дугою (i, j), в графі $A(\alpha_2^0)$ − дугою (j,i); в графі $A(\alpha_3^0)$ − знищити ребро [i, j].

5. Створити відповідні допоміжні графи $H_k\left(\alpha_1^0\right)$, $H_k\left(\alpha_2^0\right)$, $H_k\left(\alpha_3^0\right)$, $z=1,2,\dots$ $k=1,2,\dots,m$. Обчислити хроматичне число кожного з допоміжних графів $\chi\left(H_k\left(\alpha_{1+z}\right)\right)$.

6. Якщо для графа H_k виконується нерівність (10), то перейти до кроку 10.

7. Якщо в графі $H_k\left(\alpha_{1+z}\right)$ є петлі, тобто $H_k\left(i,i\right)=1$, то перейти до кроку 10.

8. Для графів $A\left(\alpha_{1+z}^1\right)$, $A\left(\alpha_{1+z}^2\right)$, $A\left(\alpha_{1+z}^3\right)$ здійснити почергово кроки 2, 3, 9.

9. Обчислити поточний рекорд r_m серед введених графів за формулою (7). Якщо $r_m\left(A\left(\alpha_{1+z}\right)\right)\le r_m\left(A\left(\alpha_{1+z-1}\right)\right)$, то перейти до кроку 11, якщо ж ні – до кроку 4.

10. Граф вважається виродженим (в його побудові є недопустима помилка) і побудувати за ним розклад неможливо.

11. Шуканий розклад − $\left\{t_{o.1},t_{o.2},\dots t_{o.p}\right\}$. Функцію мети шукаємо за виразом (4).

Приклад початкової невпорядкованої моделі замовлень подано на рис. 1. Окремі результати оптимізації за розробленим алгоритмом подано на рис. 2. Потовщеними стрілками показані дуги на результуючих графах, які входять до критичного шляху, тобто такі, за якими обчислюються моменти ранніх закінчень виконання замовлень $t_{o.i}$.

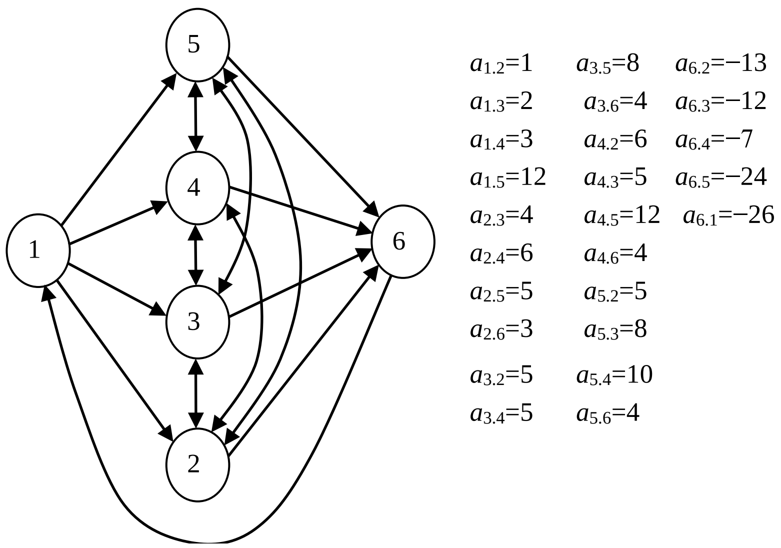

Рис. 1. Тестова модель складання розкладу виконання замовлень на перевезення вантажів: $a_{i.j}$ – ваги відповідних дуг

Як видно з результатів, усі директивні терміни дотримано. Це стосується і загальної тривалості циклу − 26 год., і часу завершення окремих замовлень. Якщо величину $-a_{6.1}$ послідовно зменшувати, то це приведе до зміни структури початкового графа й інших результатів. Так триватиме доти, поки впорядкування графа взагалі буде можливим, про що алгоритм видає повідомлення на 10-му кроці. Отже такий спосіб можна використовувати для покрокової оптимізації за тривалістю сукупного проекту.

Застосування додаткових транспортних засобів не суттєво покращує тривалість виконання замовлень. Так, введення двох (рис. 2, в) автомобілів, порівняно з одним (рис. 2, б) скорочує тривалість циклу лише на 2 години. Натомість другий автомобіль використовується у побудованому проекті досить неефективно: за 20 год. циклу його зайнятість становить лише 3 год. Крім того − ще 1 год. на нульовий пробіг. Тому запропоновану методику потрібно використовувати, моделюючи різні початкові умови.

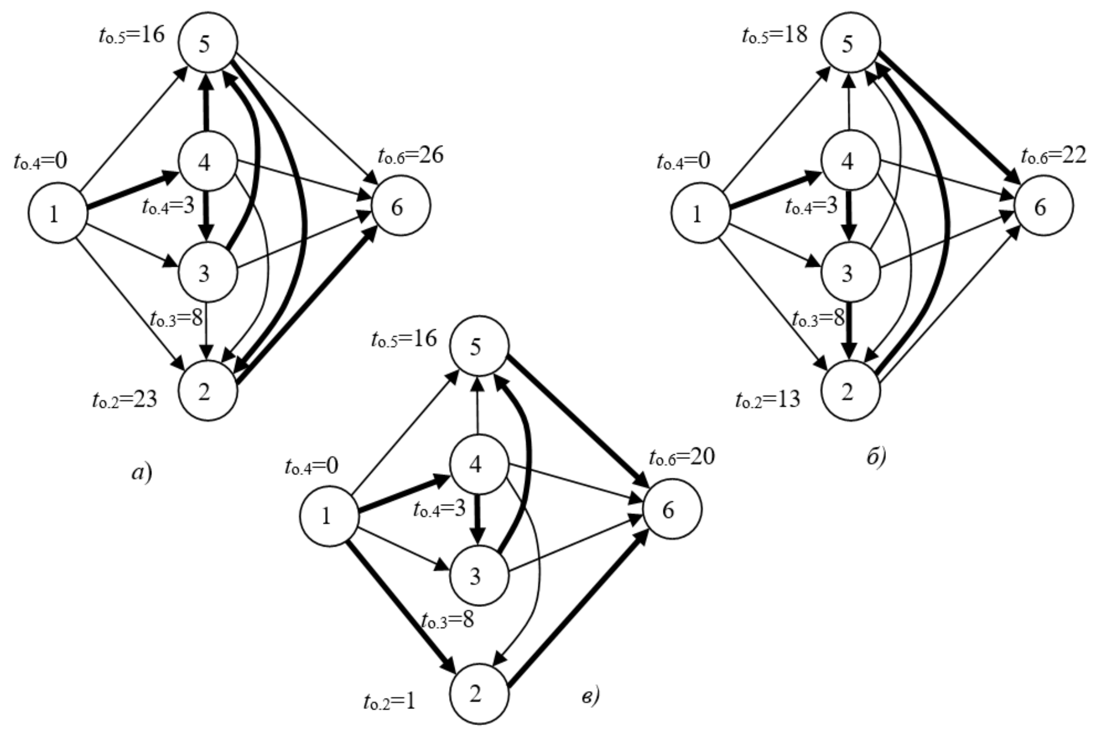

Рис. 2. Результати впорядкування змішаного початкового графа: а)при відсутності обмежень на директивні терміни завершення виконання замовлень, кількість автомобілів $m=1$*; б) при наявності обмежень на директивні терміни завершення виконання замовлень, кількість автомобілів* $m=1$*; в) при наявності обмежень на директивні терміни завершення виконання замовлень, кількість автомобілів* $m=2$

Висновки. Розроблена методика оптимізації та відповідний алгоритм дає змогу отримати бажані часові параметри унітарного циклічного розкладу парку транспортних засобів, розподіленого на магістральній мережі. На відміну від відомих, він послідовно наближує до локальних оптимальних значень моментів початку виконання замовлень і забезпечує дотримання часових вікон. Також алгоритм передбачає можливість моделювати початкові умови оптимізації, перш за все − зі змінним парком транспортних засобів, який застосовується.

Поданий алгоритм запрограмовано на комп’ютерну мову Delphi зі зручним інтерфейсом, яку можна використовувати в практиці оперативного керування транспортним процесом.

Список використаної літератури:

1. *Akan B.* Scheduling for Multiple Type Objects Using POPStar Planner / *B.Akan, E.-A. Ameri, B.Curuklu* // Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation. – Barcelona, 2014. – P. 1–7, Access mode: http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:mdh:diva-26465.
2. *Базилевич Р.* Дослідження ефективності існуючих алгоритмів для розв’язання задачі комівояжера / *Р.Базилевич, Р.Кутельмах* // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» : Серія Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – 2009. – № 650. – С. 235–244.
3. *Dorit S.* Cyclical scheduling and multi-shift scheduling: Complexity and approximation algorithms / *S.Dorit, A.L. Hochbauma* // Discrete Optimization. – 2006. – Vol. 3. – P. 327–340.
4. *El-Sherbeny N.A.* Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods / *N.A. El-Sherbeny* // Journal of King Saud University. – 2010. – Vol. 22. – P. 123–131.
5. *Kampmeyer T.* Cyclic Scheduling Problems. Dissertation. Fachbereich Mathematik / *T.Kampmeyer* / Informatik Universitat Osnabruck, Access mode: http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/dissts/Osnabrueck/Kampmeyer2006.pdf.
6. Evaluation of the transition to the organization of freight trains traffic by the schedule / *D.Kozachenko, R.Vernigora, R.Balanov* and others // Transport Problems. – 2016. – Vol. 11. – Iss. 1. – Pp. 41–48.
7. *Лазарев А.А.* Методы и алгоритмы решения задач теории расписаний для одного и нескольких приборов и их применение для задач комбинаторной оптимизации : автореф. дис. ... к.фіз.-мат.н. / *А.А. Лазарев*. – Москва, 2007. – 36 с.
8. *Муляревич О.* Вирішення проблем при розв’язанні динамічної асиметричної задачі комівояжера в умовах частково невідомих вхідних даних / *О.Муляревич, В.Голембо* // Науковий вісник Чернівецького університету : Серія *Комп’ютерні системи та компоненти*. – 2015. – Т. 6. – Вип. 1. – С. 21–29.
9. *Marius M.* Solomon Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints Operations Research / *M.Marius.* – 2006. – Vol. 35. – № 2. – P. 254–265.

10. *Николин В.И.* Автотранспортный процесс и оптимизация его елементов / *В.И. Николин.* – М. : Транспорт, 1990. – 191 с.
11. Современные проблемы теоретической кибернетики. Отчет о научно-исследовательской работе в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013. – Новосибирск, 2010. – 65 с., Access mode: http://math.nsc.ru/ FCP/5_14_740_11_0362.pdf.
12. *Танаев В. С.* Теория расписаний. Многостадийные системы / *В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струсевич.* – Москва : Наука. – 1989. – 328 с.

References:

1. Akan, B., Ameri, E.-A. and Curuklu, B. (2014), «Scheduling for Multiple Type Objects Using POPStar Planner», *Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Barcelona, Pp. 1–7, available at: http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:mdh:diva-26465
2. Bazylevych, R. and Kutelmah, R. (2009), «Doslidzhennja efektyvnosti isnujuchyh algorytmiv dlja rozv'jazannja zadachi komivojazhera», *Proceedings of the National University «L'viv Polytechnic», Computer Science and Information Technology*, No. 650, Pp. 235–244.
3. Dorit, S. and Hochbauma, A.L. (2006), «Cyclical scheduling and multi-shift scheduling: Complexity and approximation algorithms», *Discrete Optimization*, Vol. 3, Pp. 327–340.
4. El-Sherbeny, N.A. (2010), «Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods», *Journal of King Saud University*, Vol. 22, Pp. 123–131.
5. Kampmeyer, T. (2006), «Cyclic Scheduling Problems. Dissertation. Fachbereich Mathematik», *Informatik Universitat Osnabruck*, available at: http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/dissts/Osnabrueck/Kampmeyer2006.pdf
6. Kozachenko, D., Vernigora, R., Balanov, R. and others (2016), «Evaluation of the transition to the organization of freight trains traffic by the schedule», *Transport Problems*, Vol. 11, Issue 1, pp. 41–48.
7. Lazarev, A. A. (2007), *Metody i algoritmy resheniya zadach teorii raspisaniy dlya odnogo i neskol'kikh priborov i ikh primenenie dlya zadach kombinatornoy optimizatsii*, Abstract of dis. k.t.n., Moscow, MSTU, 36 p.
8. Mulyarevych, A. and Holembo, V. (2015), «Solving Problems of asymmetric dynamic in solving the travelling salesman problem in terms of partially unknown input», *Scientific Bulletin of Chernivtsi University. Computer systems and components*, Vol. 6, Issue. 1, pp. 21–29.
9. Marius, M. (2006), «Solomon Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints Operations Research», Vol. 35, No. 2, pp. 254–265.
10. Nikolin, V. (1990), *Avtotransportnyy protsess i optimizatsiya ego elementov*, Nauka, Moskva, pp. 268.
11. *Sovremennye problemy teoreticheskoy kibernetiki*, Otchet o nauchno-issledovatel'skoy rabote v ramkakh Federal'noy tselevoy programmy «Nauchnye i nauchno-pedagogicheskie kadry innovatsionnoy Rossii» na 2009–2013, available at: http://math.nsc.ru/FCP/5_14_740_11_0362.pdf
12. Tanaev, V.S., Sotskov, Y.N. and Strusevich, V.A. (2011), *Theory of schedules. Multistage systems*, Nauka, Moskva, pp. 328.

Прокудін Георгій Семенович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри міжнародних перевезень та митного контролю Національного транспортного університету м. Київ.

Наукові інтереси:
- формування раціональних маршрутних систем;
- математичне моделювання транспортних процесів і систем;
- методи оптимізації перевезень пасажирів і вантажів в транспортних системах.

Тел.: +38 (044) 280–84–02.
E-mail: p_g_s@ukr.net.

Оліскевич Мирослав Стефанович – кандидат технічних наук, доцент, докторант Національного транспортного університету, м. Київ.

Наукові інтереси:
- теорія транспортних систем;
- інформаційні технології на транспорті.

Тел.: +38 (067) 718–04–57.
E-mail: myroslav@3g.ua.

Стаття надійшла до редакції 15.06.2018.