

О.М. Толкач, аспір.
Р.В. Соболевський, к.т.н., доц.
М.П. Стенюк, ст. викл.

Житомирський державний технологічний університет

ПОБУДОВА РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ ОСНОВНИХ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ ПІРОФІЛІТОВИХ СЛАНЦІВ

Проведено кореляційно-регресивний аналіз між основними показниками якості пірофілітових сланців Кур'янівського родовища та побудовано регресійні моделі їх взаємозв'язків.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її актуальність. Розробка методики геометризації Кур'янівського родовища пірофілітових сланців не можлива без попереднього геостатистичного аналізу хімічних та фізико-механічних показників. Одним із головних етапів аналізу є встановлення взаємозв'язків між основними показниками якості та знаходження функціональної залежності, тобто побудова регресивної моделі. Актуальність досліджень, що проводилися авторами, полягає в поглибленому вивченні родовища пірофілітової сировини та подальшій розробці методики геометризації із використанням кореляційно-регресивного аналізу.

Викладення основного матеріалу досліджень. Встановлення кореляційних залежностей і оцінка тісноти зв'язку між параметрами є необхідними умовами для правильної обробки даних, які характеризують якісний склад пірофілітових сланців. За знайденими кореляційними зв'язками між показниками можна, за вимірюванням одного показника і незначним (вибірковим) вимірюванням другого, встановити закономірності розміщення другого із необхідною точністю. Це дасть можливість вибрати зручний та економічний метод визначення значення показників.

На першому етапі досліджень було проведено кореляційний аналіз хімічних та фізико-механічних показників пірофілітового сланцю Кур'янівського родовища [1]. Для обробки експериментальних даних, спрямованих на виявлення взаємовідношення між зазначеними показниками було використано кореляційний аналіз на основі застосування модулів STATISTICA. Цей програмний продукт одержав найвищу сумарну оцінку серед ряду інших програм такого типу [2]. STATISTICA вийшла на перше місце в таких категоріях: призначений для користувача інтерфейс; основні статистики; графіка тощо. Варто зазначити і потужну, але просту в користуванні мову програмування SVB, що є розвитком мови Microsoft Visual Basic, яка впливає на область аналізу даних і широкі можливості унікальних процедур лінійних і нелінійних моделей [3]. Графіка STATISTICA традиційно призначається найточнішою та зручною у використуванні. Результати розрахунків кореляції надано в таблиці 1.

У праці [4] встановлено, що глибина залягання пластів метаморфічних гірських порід є одним із факторів, який впливає на ступінь метаморфізму. Зваживши на те, що пірофілітові сланці Кур'янівського родовища мають метаморфічний генезис та пластоподібну форму покладу, було проведено кореляційний аналіз між глибиною залягання та фізико-хімічними показниками якості.

Із таблиці 1 видно, що глибина залягання покладу даного родовища практично не впливає на якісні показники сланців, про що говорить слабкий ($0,2 < r < 0,5$) та дуже слабкий ($0 < r < 0,2$) кореляційний зв'язок. Можливо, це пов'язано із відносно невеликою глибиною залягання покладу (від 10 до 90 м) та пологим його заляганням (до 14°). Цілком імовірно, що таке просторове розміщення пласта сприяло рівномірному проходженню процесів метаморфізму, в результаті яких увесь поклад знаходився в однакових умовах формування.

У подальших дослідженнях було встановлено наявність достатньо тісних зв'язків між деякими хімічними та фізичними показниками якості. Як видно із таблиці 1, у дуже сильному кореляційному зв'язку ($0,9 < r < 1$) знаходиться SiO_2 із Al_2O_3 , маючи коефіцієнт кореляції $r = -0,96$. Сильна кореляція ($0,7 < r < 0,9$) спостерігається також між SiO_2 і TiO_2 ($r = -0,81$), SiO_2 і ВПГ* ($r = -0,86$), Al_2O_3 і TiO_2 ($r = 0,76$), Al_2O_3 і ВПГ ($r = 0,8$).

* втрати при гартуванні в соляній кислоті (нерозчинний залишок).

Таблиця 1

Результати розрахунків кореляції основних показників якості пірофілітового сланцю Кур'янівського родовища

Показник	Глибина	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	TiO ₂	K ₂ O	Na ₂ O	ВПГ	Вологість	Водопоглинання	Пористість	Густина	Міцність	Втрати у вазі	Вогнетривкість
Глибина	1,00	0,17	-0,17	-0,04	-0,13	-0,21	-0,05	-0,11	0,30	-0,42	-0,46	0,03	0,46	-0,22	-0,12
SiO ₂	0,17	1,00	-0,96	-0,10	-0,81	-0,51	-0,29	-0,86	0,10	-0,51	-0,52	0,29	0,17	-0,11	-0,24
Al ₂ O ₃	-0,17	-0,96	1,00	-0,01	0,76	0,43	0,19	0,80	-0,09	0,39	0,42	-0,22	-0,11	0,02	0,18
Fe ₂ O ₃	-0,04	-0,10	-0,01	1,00	0,30	0,39	0,50	-0,06	0,01	-0,12	-0,05	0,16	-0,09	-0,26	-0,17
TiO ₂	-0,13	-0,81	0,76	0,30	1,00	0,52	0,41	0,64	-0,01	0,46	0,46	-0,21	0,01	0,00	0,15
K ₂ O	-0,21	-0,51	0,43	0,39	0,52	1,00	0,35	0,27	0,10	0,36	0,37	-0,22	-0,17	0,01	0,12
Na ₂ O	-0,05	-0,29	0,19	0,50	0,41	0,35	1,00	0,20	-0,09	0,20	0,17	-0,15	0,10	0,04	0,14
ВПГ	-0,11	-0,86	0,80	-0,06	0,64	0,27	0,20	1,00	-0,11	0,50	0,50	-0,29	-0,20	0,24	0,32
Вологість	0,30	0,10	-0,09	0,01	-0,01	0,10	-0,09	-0,11	1,00	-0,34	-0,37	0,09	0,11	-0,13	0,49
Водопоглинання	-0,42	-0,51	0,39	-0,12	0,46	0,36	0,20	0,50	-0,34	1,00	0,96	-0,41	-0,28	0,36	0,05
Пористість	-0,46	-0,52	0,42	-0,05	0,46	0,37	0,17	0,50	-0,37	0,96	1,00	-0,43	-0,23	0,34	0,03
Густина	0,03	0,29	-0,22	0,16	-0,21	-0,22	-0,15	-0,29	0,09	-0,41	-0,43	1,00	0,18	-0,15	-0,00
Міцність	0,46	0,17	-0,11	-0,09	0,01	-0,17	0,10	-0,20	0,11	-0,28	-0,23	0,18	1,00	-0,05	-0,08
Втрати у вазі	-0,22	-0,11	0,02	-0,26	0,00	0,01	0,04	0,24	-0,13	0,36	0,34	-0,15	-0,05	1,00	-0,01
Вогнетривкість	-0,12	-0,24	0,18	-0,17	0,15	0,12	0,14	0,32	0,49	0,05	0,03	-0,00	-0,08	-0,01	1,00

Примітка: жирним шрифтом виділено сильні ($0,7 < r < 0,9$) та дуже сильні ($0,9 < r < 1$) кореляційні зв'язки

Щодо інших показників якості (Fe_2O_3 , K_2O , Na_2O , вологість, водопоглинення, пористість, густина, міцність, втрати у вазі, вогнетривкість), то надійних зв'язків не встановлено. Очевидно, що побудувати достатньо надійну регресивну модель із врахуванням зазначених параметрів неможливо і геометризацію даного родовища необхідно буде проводити окремо за кожним із цих показників.

На другому етапі досліджень виконувалось моделювання залежностей між тими показниками якості пірофілітових сланців, які мають сильний кореляційний зв'язок, а саме: SiO_2 , Al_2O_3 , TiO_2 та ВПГ. Було побудовано діаграми розсіювання та підібрано функції. Це дозволило виявити структуру зв'язків між досліджуваними змінними та визначити функції, які найкраще їх апроксимують (рис. 2).

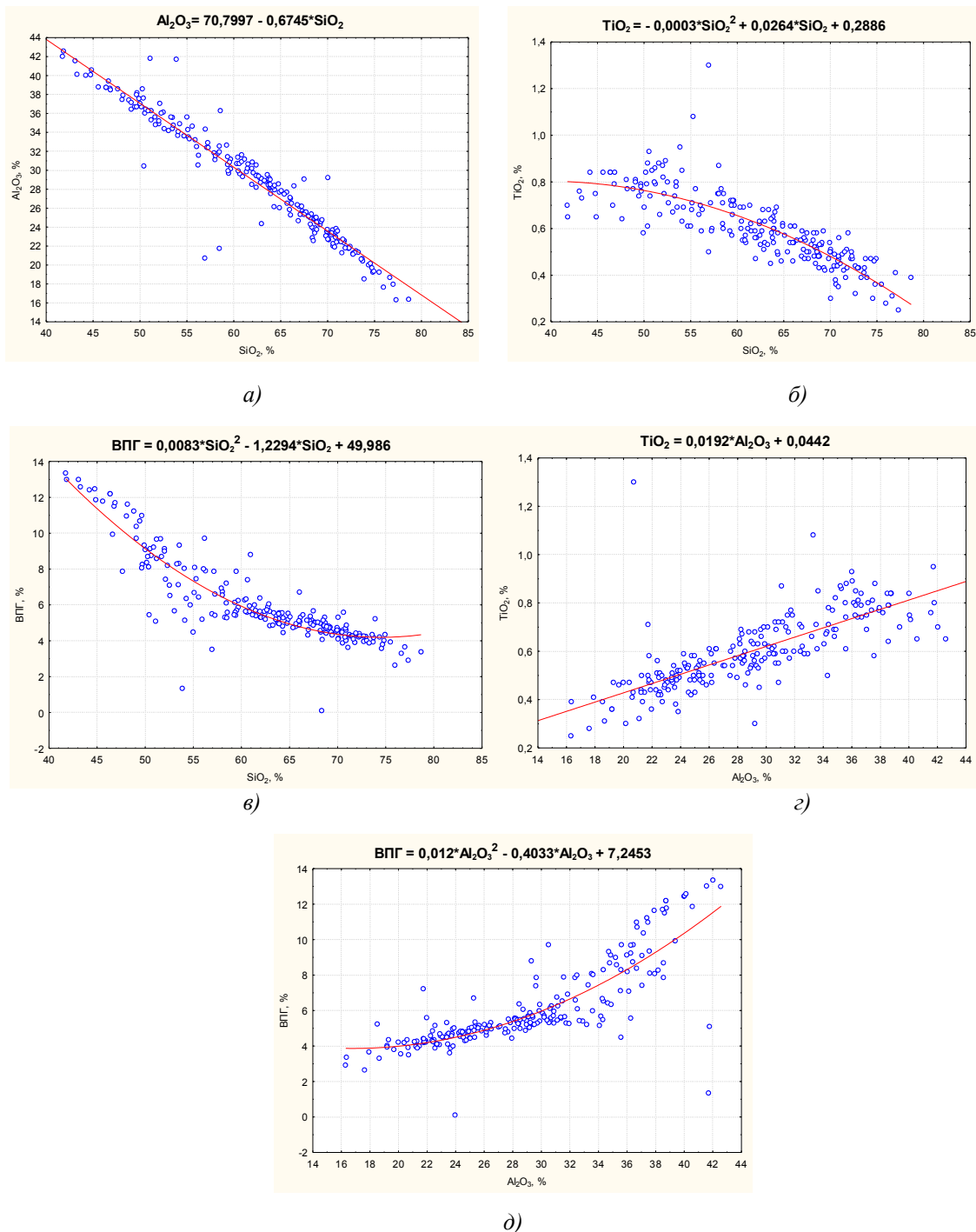


Рис. 1. Регресійні моделі кореляційних пар: а – SiO_2 і Al_2O_3 ; б – SiO_2 і TiO_2 ; в – SiO_2 і ВПГ; з – Al_2O_3 і TiO_2 ; д – Al_2O_3 і ВПГ

Як бачимо, SiO_2 і Al_2O_3 мають обернену лінійну залежність із достовірністю апроксимації $R^2 = 0,93$; Al_2O_3 і TiO_2 знаходяться в прямому лінійному зв'язку, причому $R^2 = 0,58$. Діаграми розсіювань

кореляційних пар SiO_2 і TiO_2 , SiO_2 і ВПГ, Al_2O_3 і ВПГ найкраще апроксимуються поліномами другого ступеня та мають відповідні коефіцієнти апроксимації 0,69; 0,81 та 0,68.

Узагальненням регресійної моделі з двома змінними є багатовимірна регресійна модель (або модель множинної регресії):

$$Y = Xb + e, \quad (1)$$

де $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)T$ – вектор-стовпчик значень залежної змінної; T – символ транспортування; b – вектор-стовпчик (розмірності k) невідомих коефіцієнтів регресії; e – вектор випадкових відхилень.

Таку модель зручно записувати в матричній формі:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{1k} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

- матриця $n \times (k+1)$; в i -му рядку знаходяться значення незалежних змінних, в i -му досліджуваному співвідношенні перша змінна-константа, дорівнює 1 [3].

У нашому випадку як залежну змінну приймаємо показник SiO_2 , а незалежними чинниками – Al_2O_3 – x_1 , TiO_2 – x_2 , ВПГ – x_3 .

Використовуючи модуль «Множинна регресія» в програмі STATISTICA, було отримано результати досліджень, які надано в таблиці 2. У стовпчику В вказано оцінки невідомих коефіцієнтів вектора b .

Таблиця 2

Результати розрахунку коефіцієнтів функції регресії для SiO_2

Показник	БЕТА	Стд. пом. БЕТА	В	Стд. пом. В	t(215)	p-рівень
Вільний член			99,8469	0,611832	163,1935	< 0,00001
x_1	-0,643754	0,026194	-0,9187	0,037381	-24,5762	< 0,00001
x_2	-0,177830	0,020531	-10,0362	1,158686	-8,6617	< 0,00001
x_3	-0,230089	0,022205	-0,8508	0,082109	-10,3622	< 0,00001

Маємо таку модель множинної регресії:

$$\text{SiO}_2 = 99,8469 - 0,9187 \times \text{Al}_2\text{O}_3 - 10,0362 \times \text{TiO}_2 - 0,8508 \times \text{ВПГ}. \quad (3)$$

Висновки. Таким чином, проведений кореляційно-регресивний аналіз основних показників якості пірофілітових сланців Кур'янівського родовища показав, що у статистичному зв'язку знаходяться показники SiO_2 , Al_2O_3 , TiO_2 та ВПГ. Побудовані регресивні моделі дають можливість за знайденими значеннями одного показника і незначним (вибірковим) вимірюванням другого встановлювати закономірності розміщення другого із необхідною точністю. Це дасть змогу вибрати зручний та економічний метод визначення значення показників. Також у роботі було виявлено, що практично всі фізико-хімічні показники даного покладу мають слабку залежність від глибини залягання покладу.

Список використаної літератури:

1. Лукашенко Н.Г. Переоценка запасов пиррофиллитового сланца Курьяновского месторождения (I ч.) / Н.Г. Лукашенко. – Володарск-Вольнский : Геолого-разведочная экспедиция, 1990. – 167 с.
2. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов / В.П. Боровиков. – 2-ое изд. – СПб. : Питер, 2003. – 688 с.
3. Сидоренко В. Регресійний аналіз залежності між вертикальним розчленуванням рельєфу, морфоструктурами та сучасними рухами земної поверхні / В.Сидоренко, О.Куліковська // Український міжвідомчий науково-технічний збірник : Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів : НУ «Львівська політехніка», 2009. – С. 191–197.

ТОЛКАЧ Олександр Миколайович – аспірант кафедри геотехнологій ім. проф. М.Т. Бакка Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- маркшейдерія;
- технологія видобування корисних копалин.

СОБОЛЕВСЬКИЙ Руслан Вадимович – кандидат технічних наук, доцент, заступник завідувача кафедри маркшейдерії Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- маркшейдерія;
- технологія видобування облицювального каменю.

СТЕНЮК Михайло Петрович – старший викладач кафедри геотехнологій ім. проф. М.Т. Бакка Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання;
- технологія видобування декоративного каменю.

Стаття надійшла до редакції 15.02.2012

Толкач О.М., Соболевский Р.В., Стенюк М.П. Побудова регресійної моделі взаємозв'язків основних показників якості пірофілітових сланців

Толкач А.Н., Соболевский Р.В., Стенюк М.П. Построение регрессионной модели взаимосвязей основных показателей качества пиррофиллитовых сланцев

Tolkach O.M., Sobolevsky R.V., Stenyuk M.P. Building a regression model of relationships main indicators of quality pyrophyllite schists

УДК 622.1:55

Построение регрессионной модели взаимосвязей основных показателей качества пиррофиллитовых сланцев / А.Н. Толкач, Р.В. Соболевский, М.П. Стенюк

Проведено кореляційно-регресійний аналіз між основними показателями якості пиррофиллитових сланців Курьяновського месторождения и построено модели их взаимосвязей

УДК 622.1:55

Building a regression model of relationships main indicators of quality pyrophyllite schists / O.M. Tolkach, R.V. Sobolevsky, M.P. Stenyuk

A correlation-regression analysis between the main indicators of quality pyrophyllite schists Kuryanovsky field and built models of their relationships.