

УДК 539.375:519.6.

Ю.А. Рудяк, к.ф.-м.н.

Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я. Горбачевського

ВИЗНАЧЕННЯ ВЕЛИЧИН КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ МОМЕНТІВ ЗА ДАНИМИ ДИФУЗНОГО ПОВЕРХНЕВОГО РОЗСІЮВАННЯ

У статті запропоновано застосувати ефект дифузного поверхневого розсіювання для визначення величин коефіцієнтів інтенсивності моментів (КІН моментів) для тонкостінних оболонок з тріщинами. Розглянуто випадки, коли моментний стан симетричний та несиметричний щодо осі тріщини. Одержано формули зв'язку ефекту поверхневого розсіювання за даними фотопружних вимірювань при наявності моментного напруженого стану.

Постановка проблеми. У роботі теоретично обґрунтовано застосування методу дифузного поверхневого розсіювання (МДПР) для визначення величин КІН (моментів) біля вершин тріщин у тонких оболонках, які перебувають в моментному стані. Якщо має місце симетричний щодо осі тріщин моментний стан, згинний момент буде визначатися формулою, у яку параметром входить КІН (моментів) K_3 . У випадку реалізації несиметричного щодо осі тріщини моментного стану, згинні моменти будуть визначатися за формулами, в яких параметрами входять КІН (моментів) K_3 та K_4 . Також ефективно комплексне застосування МДПР та методу фотопружності у випадку моментного стану біля вершин тріщин у оболонках.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі визначення напружено-деформованого стану (НДС) тонкостінних пластинчастих та оболонкових конструкцій присвячений цілий ряд робіт [1, 2, 3]. Суттєво ускладнює вирішення завдань наявність тріщин у таких об'єктах, особливо, коли вони перебувають у моментному стані. Автори роботи [2] запропонували описувати напружено-деформований стан таких об'єктів рівняннями, у які параметрами входять величини КІН (моментів) K_3 та K_4 . Теоретичними та чисельними методами не завжди можливо одержати рішення відповідних завдань. Тому перспективним є застосування експериментальних методів механіки. Широкі можливості надає для цього МДПР [4, 5], та класична фотопружність [1, 6].

Метою статті є: теоретично обґрунтувати застосування МДПР для визначення величин КІН (моментів) K_3 та K_4 , для оболонкових елементів машин та конструкцій з тріщинами, які перебувають у моментному стані, а також знайти зв'язок між ефектом поверхневого розсіювання та фотопружністю для таких об'єктів.

Викладення основного матеріалу. Матеріали та результати дослідження. При розрахунку елементів машин, які знаходяться у моментному напруженому стані та є оболонковими конструкціями, виникає практична необхідність визначення КІН (моментів) для дефектів типу тріщин. Запропоновано метод визначення КІН (моментів) біля тріщин у тонких пластинах та оболонках, за даними МДПР та фотопружності. Розглянемо випадок, коли моментний стан симетричний щодо осі тріщини. Присутній лише згинний момент ΔM_y додаткового напруженого стану (вісь у спрямована перпендикулярно до осі тріщини). Тоді, використовуючи експериментальну реалізацію МДПР, спрямуємо світловий потік у зону біля вершини тріщини (де справедлива пружна асимптотика Ірвіна–Вестергаарда), та, враховуючи, що у нашому випадку $\Delta M_x = 0$, отримаємо:

$$\Delta M_y = D(1 + \mu)\psi \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right), \quad (1)$$

де I_{0y} – інтенсивність поляризованого світла, розсіяного поверхнею об'єкта до деформації; ΔI_{0y} – зміна інтенсивності поляризованого світла, розсіяного поверхнею об'єкта після деформації; ψ – функціональна залежність, яка попередньо визначається на таріровочних експериментах (зондує випромінювання поляризоване, поляризація у площині ZOY); D – циліндрична жорсткість, яка визначається за формулою:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (2)$$

де h – товщина оболонки; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

За даними роботи [2], згинний момент ΔM_y можемо записати у вигляді такого виразу:

$$(3 + \mu)\Delta M_y = \frac{K_3}{4\sqrt{2r}} \left[4(1 + \mu) \cos \frac{\Theta}{2} + (1 - \mu) \cos \frac{3\Theta}{2} + (7 + \mu) \cos \frac{7\Theta}{2} \right]. \quad (3)$$

У нашому випадку $\Theta = 90^0$, і рівність (3) прийме вигляд:

$$(3 + \mu)\Delta M_y = \frac{K_3}{4\sqrt{2r}} \left[4(1 + \mu)\frac{\sqrt{2}}{2} - (1 - \mu)\frac{\sqrt{2}}{2} + (7 + \mu)\frac{\sqrt{2}}{2} \right] = \frac{K_3(5 + 3\mu)}{4\sqrt{3r}}. \quad (4)$$

Підставляємо у (4) вираз для ΔM_y , записаний у вигляді (1). Одержимо:

$$(3 + \mu) \frac{Eh^3(1 + \mu)}{12(1 - \mu^2)} \psi \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right) = \frac{K_3(5 + 3\mu)}{4\sqrt{3r}}. \quad (5)$$

Після спрощень:

$$\frac{(3 + \mu)Eh^3}{\sqrt{3}(1 - \mu)} \psi \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right) = \frac{K_3(5 + 3\mu)}{\sqrt{r}}. \quad (6)$$

Звідки отримаємо вираз для КІН (моментів) K_3 у випадку, коли моментний стан симетричний відносно берегів тріщини:

$$K_3 = \frac{(3 + \mu)\sqrt{r}Eh^3 \psi \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right)}{\sqrt{3}(1 - \mu)(5 + 3\mu)}. \quad (7)$$

КІН (моментів) K_3 визначається за даними фотопружних вимірів на зрізі, який містить вершину тріщини:

$$K_3 = \frac{2(3 + \mu)\sqrt{r}h^2(\delta_B - \delta_H)}{3(5 + 3\mu)Cd}, \quad (8)$$

де δ_B , δ_H – оптична різниця ходу, виміряна по верхній та нижній гранях зрізу, відповідно; C – оптично-механічна стала; d – товщина зрізу.

Прирівнюємо вирази для визначення КІН (моментів) K_3 , за даними МДПР (7) та фотопружних вимірювань (8). Отримаємо:

$$\frac{(3 + \mu)\sqrt{r}Eh^3 \psi \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right)}{\sqrt{3}(1 - \mu)(5 + 3\mu)} = \frac{2(3 + \mu)\sqrt{r}h^2(\delta_B - \delta_H)}{3(5 + 3\mu)Cd}. \quad (9)$$

З виразу (9) отримаємо рівняння, яке зв'яже ефект поверхневого дифузного розсіювання з даними фотопружних вимірювань (різницями оптичного ходу променів) за наявності моментного напруженого стану:

$$\psi \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right) = \frac{2(1 - \mu)(\delta_B - \delta_H)}{\sqrt{3}EhCd}. \quad (10)$$

У випадку довільного моментного напруженого стану біля берегів тріщини для величин моментів додаткового напруженого стану ΔM_x , ΔM_y (вісь x спрямована вздовж осі тріщини, вісь y нормально їй) можна записати систему рівнянь, до яких параметрами входять КІН (моментів) K_3 , K_4 :

$$\begin{aligned} \Delta M_y &= \frac{K_3}{\sqrt{2r}} [f_1(\mu, \Theta) + f_3(\mu, \Theta)] + \frac{K_4}{\sqrt{2r}} [f_2(\mu, \Theta) + f_4(\mu, \Theta)]; \\ \Delta M_x &= \frac{K_3}{\sqrt{2r}} [f_5(\mu, \Theta) + f_7(\mu, \Theta)] + \frac{K_4}{\sqrt{2r}} [f_6(\mu, \Theta) + f_8(\mu, \Theta)], \end{aligned} \quad (11)$$

За даними вимірювань ефекту дифузного поверхневого розсіювання запишемо для ΔM_x та ΔM_y такі вирази:

$$\begin{aligned} \Delta M_y &= EJ_{(y)} \left(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right); \\ \Delta M_x &= EJ_{(x)} \left(\frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

При визначенні ΔM_y зондуєчне випромінювання поляризоване у площині ZOY . При визначенні ΔM_x зондуєчне випромінювання поляризоване у площині ZOX .

Рішення системи (11) з врахуванням (12) у загальному випадку буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} K_3 &= \Omega_1(\Delta I_y/I_{0y}, \Delta I_x/I_{0x}, \mu, \Theta, E, h), \\ K_4 &= \Omega_2(\Delta I_y/I_{0y}, \Delta I_x/I_{0x}, \mu, \Theta, E, h). \end{aligned} \quad (13)$$

Таким чином, застосування МДПР дозволяє визначити величини КІН (моментів) K_3 , K_4 і моментний стан біля вершини тріщини.

Висновки. Застосовано ефект дифузного поверхневого розсіювання для визначення величин КІН (моментів). Отримано формули визначення величини КІН (моментів) K_3 для випадку симетричного щодо берегів тріщини моментного стану та K_3 та K_4 , для випадку несиметричного моментного стану. Отримано формулу, яка зв'язує ефект дифузного поверхневого розсіювання та дані фотопружних вимірювань моментного стану оболонок з тріщинами.

Список використаної літератури:

1. Александров А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформированного тела / А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов. – М. : Наука, 1973. – 576 с.
2. Панасюк В.В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В.В. Панасюк, М.П. Саврук, А.П. Дацьшин. – К. : Наук. думка, 1976. – 444 с.
3. Андрейкив А.Е. Пространственные задачи теории трещин / А.Е. Андрейкив. – К. : Наук. думка, 1982. – 354 с.
4. Пат Ас СССР, М5 кл. G01B11/16 Способ определения деформаций поверхности / Ю.А. Рудяк. – № 1716317 от 01.11.1991.
5. Пат АС СССР, М5 кл. G01B11/18 Способ определения напряженно-деформированного состояния объекта / Ю.А. Рудяк, В.Г. Пизар. – № 1668860 от 08.04.1991.
6. Малежик М.П. Метод фотопружності в двовимірних динамічних задачах механіки анізотропних тіл : автореф. дис. ... докт. фіз.-мат. наук / М.П. Малежик. – Львів, 2008. – 36 с.

РУДЯК Юрій Аронович – кандидат фізико-математичних наук, завідувач кафедри медичної фізики та медичного обладнання Тернопільського державного медичного університету ім. І.Я. Горбачевського

Наукові інтереси:

– оптичні методи експериментальної механіки;

– механіка руйнування.

Тел.: (067) 350-11-67.

Email: V_stetsenko_v@mail.ru

Стаття надійшла до редакції 12.02.2013