

УДК 621.914

В.Є. Юмашев, к.т.н., проф.

О.О. Штегін, асист.

Житомирський державний технологічний університет

АНАЛІЗ ВІБРАЦІЙ ПРИ РІЗАННІ РАДІУСНИМИ КІНЦЕВИМИ ФРЕЗАМИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРІЇ ДІАГРАМ СТІЙКОСТІ

Розглянуто особливості використання теорії діаграм стійкості для аналізу вібрацій при різанні радіусними кінцевими фрезами просторово складних поверхонь. А саме, аналізується вплив кута нахилу поверхні на стабільність різання з урахуванням впливу автоколиваний системи «інструмент–деталь». Викладено аналітичні рівняння для визначення кутів врізання та виходу зуба фрези залежно від кривизни поверхні, що обробляється, та припуску на обробку.

Ключові слова: вібрації при різанні, теорія діаграм фрезерувальні верстати з ЧПК.

Вступ. Незважаючи на стрімкий розвиток технології обробки просторово складних поверхонь різанням на верстатах з ЧПК, який обумовлюється розвитком САМ систем, розробкою нових стратегій обробки, ускладненням стратегій врізання інструменту, виходу його з зони різання тощо, досі «ахіллесовою п'ятою» методу залишається виникнення вібрацій в процесі обробки, що вкрай негативно впливає на якість обробленої поверхні, час обробки та її собівартість. Тому велика кількість робіт сучасних науковців в галузі присвячена пошуку шляхів забезпечення стабільного різання на практиці. З огляду на це, в даній роботі розглядається можливість та особливості використання так званої теорії діаграм стійкості при обробці просторово складних поверхонь радіусними фрезами.

Мета роботи. Викласти сутність теорії діаграм стійкості та проаналізувати особливості її використання при аналізі вібрацій, які виникають в процесі різання просторово складних поверхонь радіусними фрезами.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В останні два десятиріччя завдяки розвитку обчислювальної техніки та програмного забезпечення дедалі більшої популярності у науковців набувають методи аналізу динамічних процесів, які використовують складний математичний апарат чисельних методів. Зокрема, це стосується використання теорії діаграм стійкості при різанні. І якщо до цього стрімкого розвитку комп'ютерів дана теорія, починаючи з 1960-х років, застосовувалася здебільшого для простих випадків ортогонального різання, то в останні роки науковці звернули увагу на більш складні процеси різання, в тому числі і на обробку радіусними кінцевими фрезами. В роботах останніх років вчені роблять спроби створювати просторові діаграми стійкості для оптимізації обробки складних деталей.

Власне, теорія стійкості була в загальних рисах розроблена російським математиком О.М. Ляпуновим (1857–1918) для динамічних систем зі скінченною кількістю ступенів свободи.

Своє застосування в різанні вона знайшла в 1960-х роках, коли британським вченим угорського походження професором Тобіасом були опубліковані перші експериментальні підтвердження можливості практичного застосування даної теорії при механічній обробці [2].

Суттєвий вклад в розвиток теорії діаграм стійкості як для токарної обробки, так і для фрезерної зробив вчений та інженер Іржі Тласті [3, 4, 5]. Юзуф Альтінтас, Ерган Будах, Тамас Інспергер розробили класичну теорію діаграм стійкості для фрезерування [6, 7, 8].

За більш ніж 50 років використання діаграм стійкості при дослідженні вібрацій в процесах різання своє застосування теорія отримала і, зокрема, при дослідженні обробки радіусними фрезами [9, 10, 11].

Викладення основного матеріалу. Існують різні погляди на причини виникнення вібрацій при різанні. Аналіз підходів до вивчення коливаний при металообробці викладено в роботі Є.В. Скочка [1]. В ній, зокрема, згадується про аналіз вібрацій як наслідок так званих «регенеративних коливаний». Такий підхід до аналізу природи виникнення вібрацій отримав назву «теорія діаграм стійкості».

Теоретична частина

1. Теорія діаграм стійкості для систем з одним ступенем вільності

Ортогональне різання як процес для системи з одним ступенем вільності є найпростішим випадком для аналізу вібрацій за допомогою діаграм стійкості. Дана модель описує регенеративний ефект обробки, сутність якого полягає в тому, що при різанні через дію вібрацій виникає певний візерунок на поверхні заготовки, причому цей візерунок є повторюваним (рис. 1). Це призводить до того, що чинне взаємне положення інструменту та деталі безпосередньо пов'язане з положенням за один цикл до цього (оберт заготовки при точінні або фаза між послідовними зубами при фрезеруванні). Проміжок часу між двома положеннями приймається за затримку аргументу, і, таким чином, загальне рівняння руху має вигляд диференційного рівняння з затримкою аргументу.

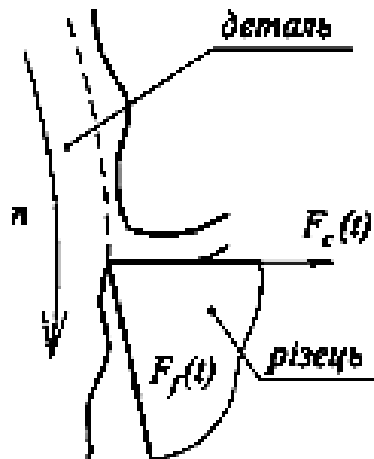


Рис. 1. Хвиляста поверхня, яка утворюється в результаті дії вібрацій

Після отримання рівняння руху (1) метод зводиться до аналітичного дослідження взаємного впливу глибини різання (радіальної глибини у випадку обробки радіусними фрезами) та швидкості обертання заготовки або фрези. На основі даного аналізу будуються діаграми стійкості. В такому простому вигляді метод застосовують при аналізі ортогонального різання, з одним ступенем свободи. При аналізі більш складних систем виникає необхідність визначення диференційного рівняння руху з затримкою аргументу числовим методом, з використанням напівдискретизації. Точність даного методу обумовлюється обраним кроком дискретизації.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(q_0 + x(t)) = \omega f_a(h(t)), \quad (1)$$

де m , c та k відповідно описують масу, згасання (демпфування) та жорсткість системи; q_0 відповідає статичному відхиленню системи від положення рівноваги, спричинене дією статичної складової сили різання; ω – глибина різання; $f_a(h(t))$ – результуюча питома одинична сила як функція від моментальної товщини зрізу $h(t)$ (Н/мм).

Слід зауважити, що вкрай важливим при використанні теорії стійкості для отримання більш точного результату є врахування демпфування системи. На рисунку 1 зображено дві складові сили різання – контактну силу $F_c(t)$ та силу тертя $F_f(t)$. Існують різні погляди на природу виникнення демпфування в динамічній системі «інструмент–деталь». Ми схильні вважати, що саме сили контакту та тертя спричиняють згасання коливань.

2. Використання теорії діаграм стійкості при фрезеруванні

Процес фрезерування, як правило, розглядають як систему з двома ступенями вільності. Стійкість процесу фрезерування залежить від кількості зубців фрези, причому при її збільшенні знижується зона стабільного різання.

Рівняння руху при фрезеруванні є періодичним через переривчастий характер різання. Це потребує дещо іншого підходу до розв'язання задачі, порівняно з ортогональним різанням.

Перш за все, вкрай важливим є точне визначення кутів врізання зубця фрези в тіло заготовки Φ_{st} та виходу зубця фрези з тіла заготовки Φ_{ex} . Для фрезерування плоских поверхонь при попутній схемі різання $\Phi_{ex} = \pi$, а при зустрічній схемі – $\Phi_{st} = 0$.

В загальному вигляді рівняння руху при фрезеруванні (2) містить вектор $x(t)$, який описує сумарний рух вздовж двох осей, а також вектор сили $F(t)$, який характеризує складові сили вздовж двох осей.

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t). \quad (2)$$

Для аналізу вібрацій необхідно визначити радіальну і тангенціальну складові сили різання в кожний момент часу. В рівняннях (3а) та (3б) ці складові для j -го зубця фрези визначаються за допомогою емпіричних лінійних коефіцієнтів – відповідно, безрозмірного радіального K_r та тангенціального K_t (Н/мм²), глибини різання a_p та миттєвої товщини зрізу $h(t)$. В даних рівняннях $g(\Phi_j(t))$ – це так

звана «функція вмикання» (англ. *switch function*), яка має значення 1, коли j -й зубець фрези знаходиться в тілі заготовки, та значення 0, коли j -й зубець фрези знаходиться поза тілом заготовки.

$$F_{j,r} = g(\Phi_j(t))K_r K_t a_p h(t); \quad (3a)$$

$$F_{j,t} = g(\Phi_j(t))K_t a_p h(t). \quad (3b)$$

Функція вмикання має такий запис:

$$g(\Phi_j(t)) = \begin{cases} 1 & \Phi_{st} \leq \Phi_j(t) \leq \Phi_{ex} \\ 0 & \Phi_{st} > \Phi_j(t) \vee \Phi_j(t) > \Phi_{ex} \end{cases} \quad (4)$$

Визначивши сили різання, можна переходити безпосередньо до побудов діаграм стійкості.

3. Побудова діаграм стійкості для аналізу вібрацій при фрезерній обробці

Миттєву товщину зрізу надалі позначатимемо a_p . Вона визначається [11, 12] за формулою:

$$a_p = \frac{-1}{2K_t \Re[G_y(j\omega_c)]}. \quad (5)$$

В рівнянні (5) $\Re[G_y(j\omega_c)]$ – реальна частина диференційного рівняння частотної функції в комплексній формі запису. Вона визначається як:

$$\Re[G_y(j\omega_c)] = \frac{1-d^2}{k[(1-d^2)^2 + (2\zeta d)^2]}. \quad (6)$$

В рівнянні (6) d є співвідношенням між частотою вібрацій та частотою автоколивань системи $d = \frac{f_c}{f_n}$; k – жорсткість (Н/мм); ζ – безрозмірний коефіцієнт демпфування.

Тепер задача зводиться до визначення граничної товщини зрізу (для обробки радіусними фрезами це радіальна глибина різання). Отже, a_p матиме своє найменше значення, коли реальна частина $\Re[G_y(j\omega_c)]$ матиме своє максимальне негативне значення (оскільки a_p має бути позитивною величиною):

$$a_{p,\min} = \frac{2k\zeta(1+\zeta)}{K_t}. \quad (7)$$

Граничне значення глибини різання a_{\lim} визначається [7] за формулою:

$$a_{\lim} = \frac{2\pi}{z a_y K_t \Re[G_y(j\omega_c)]}. \quad (8)$$

В рівнянні (8) z – кількість зубців фрези; a_y – так званий динамічний коефіцієнт в напрямку осі руху, який визначається за формулою:

$$a_y = \frac{1}{2} [-\cos(2\Phi) - 2\Phi K_r - K_r \sin(2\Phi)]_{\Phi_{st}}^{\Phi_{ex}}. \quad (9)$$

Тепер залишається визначити критичну швидкість обертання шпинделя, на якій виникатимуть вібрації:

$$n = \frac{2\pi 60 f_c}{z \left(2\pi m + \pi + 2 \arctg \left(\frac{2\zeta d}{d^2 - 1} \right) \right)}. \quad (10)$$

У (10) m – це порядковий номер діаграми. Оптимальна кількість діаграм m_{number} визначається, виходячи з власної частоти коливань системи та мінімального значення швидкості обертання шпинделя n_{\min} , яке потребує аналізу:

$$m_{number} = \frac{60 f_n}{z n_{\min}}. \quad (11)$$

4. Аналіз геометрії шару, що зрізується, при обробці радіусними фрезами

При обробці радіусними кінцевими фрезами просторово складної поверхні геометрія шару, що зрізується, є значно складнішою, ніж при фрезеруванні кінцевими фрезами з плоским торцем, та є мінливою в часі. Тому, перш за все, постає завдання визначити миттєву геометрію шару, що зрізується.

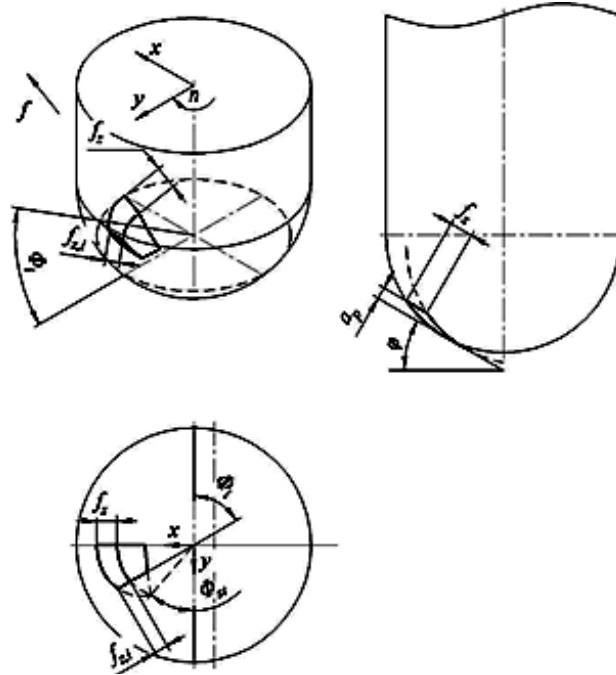


Рис. 2. Схема обробки радіусною фрезою похилої поверхні

Розглянемо простий випадок: фреза рухається з подачею на зубець f_z вздовж похилої поверхні вгору, схема різання – зустрічна (рис. 2).

Визначимо кут врізання Φ_{st} зубця фрези в тіло заготовки:

$$\Phi_{st} = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\sqrt{\left(1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2\right)}}{\left(1 - \frac{a_p}{r}\right) \sin \varphi}. \quad (12)$$

У (12) $\frac{a_p}{r}$ – співвідношення радіальної глибини різання (рис. 2) до радіусу фрези; φ – кут нахилу поверхні заготовки («кут випередження»; англ. *lead angle*).

Кут виходу Φ_{ex} обумовлюється перекриттям рядків обробки.

Тепер ми легко можемо визначити миттєву площу шару, що зрізується, як функцію від кута повороту фрези $\Phi_{i,j}$:

$$S_{i,j} = a_p \frac{z_{i,max} - z_{cont}}{z_{max} - z_{cont}} \cdot \frac{x_{i,j} - x_{i,j-1}}{\cos \varphi \cos \Phi_{i,j}}. \quad (13)$$

У (13) $x_{i,j}$, z_{cont} , z_{max} , $z_{i,max}$, $x_{i,j-1}$ характеризують положення зубця фрези по відношенню до положення попереднього зубця фрези залежно від подачі на зубець f_z (рис. 2):

$$x_{i,j} = \frac{r \sin \varphi \left(1 - \frac{a_p}{r}\right) \operatorname{tg} \Phi_{i,j} + r \cos \varphi \sqrt{\cos^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 \Phi_{i,j} - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2 (\operatorname{tg}^2 \Phi_{i,j} + 1)}}{2 \left(r \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2} \right) \right)^2 (\cos^2 \varphi + \operatorname{ctg}^2 \Phi_{i,j})}; \quad (14a)$$

$$z_{cont} = r - r \cos \varphi; \quad (14б)$$

$$z_{max} = r \left(1 - \cos \left(\varphi + \arccos \left(1 - \frac{a_p}{r} \right) \right) \right); \quad (14в)$$

$$z_{i,max} = r - \sqrt{r^2 - x_{i,j}^2 - x_{i,j}^2 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{2} - \Phi_{i,j} \right)}; \quad (14г)$$

$$x_{i,j-1} = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}; \quad (14д)$$

$$A = \left(r \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2} \right) \right)^2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \Phi_{i,j} \right) + \left(\left(r \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2} \right) \right) \cos \varphi \right)^2; \quad (14е)$$

$$B = -2 \left(r \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2} \right) \right)^2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \Phi_{i,j} \right) \left(r \sin \varphi \left(1 - \frac{a_p}{r} \right) - f_z \cos \varphi \right); \quad (14ж)$$

$$C = \left(r \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2} \right) \right)^2 \left[(f_z \cos \varphi)^2 - 2f_z r \left(1 - \frac{a_p}{r} \right) \cos \varphi \sin \varphi + 2rx_{i,j} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \Phi_{i,j} \right) \sin \varphi \left(1 - \frac{a_p}{r} \right) \right] - x_{i,j}^2 \left(r \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{a_p}{r}\right)^2} \right) \right)^2 \left(\operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{2} - \Phi_{i,j} \right) + \cos^2 \varphi \right). \quad (14з)$$

Визначивши миттєву площу шару, що зрізується, і знаючи кут врізання зубця фрези, ми з легкістю можемо визначити тангенціальний та радіальний коефіцієнти та отримати емпіричну функцію їх залежності від кута нахилу поверхні.

Експериментальна частина

1. Хід проведення експериментів

В ході експерименту було вирішено провести обробку вгору за зустрічною схемою різання поверхонь, нахилених під кутами відповідно 15° , 30° та 45° з радіальними глибинами різання 0,5 та 1,0 мм на швидкостях обертання шпинделя 3900 та 4485 об./хв. з подачею 0,14 мм/зуб. Матеріал заготовки – С35 (ISO); змінна твердосплавна пластинка фрези – R216-10 02 E-M (виробник Sandvik Coromant). Досліди проводились на верстаті моделі DMU 50 eVolution Deckel Maho.

Заготовку було закріплено на динамометричному столі Kistler 9257BA з трикомпонентним динамометром (рис. 3) для вимірювання складових сили різання по трьох осях. Радіус фрези $r = 5$ мм; виліт $l = 50$ мм; кількість зубців (різальних пластинок) $z = 2$. Були виміряні власні частоти коливаний фрези та деталі, які, відповідно, склали $f_{n,\delta\delta} = 3250$ Гц та $f_{n,\delta\delta\delta} = 947$ Гц. Жорсткість фрези складала $k = 7520$ Н/мм. Коефіцієнт демпфування $\zeta = 1,2$ %. Вимірювання частоти та амплітуди вібрацій фрези проводилися з використанням лазерного віброметра LDV Ometron VH300+.

Нумерація експериментів вказана у таблиці 1.

Таблиця 1

Кут нахилу поверхні φ	Швидкість обертання шпинделя n , об./хв.			
	3900		4485	
	Радіальна глибина різання a_p , мм			
	0,5	1,0	0,5	1,0
15°	1	–	2	–
30°	3	4	5	6
45°	7	8	9	10



Рис. 3. Проведення експерименту

2. Обробка експериментальних даних

Вимірювання показали, що в жодному з тестів практично не мали місця вібрації фрези. За результатами вимірювань сил різання були визначені середні значення тангенціальної та радіальної складових для кожного з тестів. Їхні значення наведено в таблиці 2.

За результатами цих складових сил різання були визначені відповідні їм коефіцієнти: тангенціальний K_t та радіальний K_r .

Графічно залежність тангенціальної та радіальної складових сили різання від кута нахилу поверхні та швидкості обертання шпинделя при радіальній глибині 0,5 та 1,0 мм зображено відповідно на рисунках 4, а та 4, б.

Таблиця 2

№	Тангенціальна складова F_t , Н	Радіальна складова F_r , Н	K_t , Н/мм ²	K_r
1	246,9	61,7	3527	0,250
2	227,8	56,5	3254	0,248
3	238,6	45,3	3409	0,190
4	348,6	177,4	2490	0,509
5	223,6	42,7	3194	0,191
6	358,3	155,9	2559	0,435
7	226,7	28,8	3239	0,127
8	342,7	149,4	2448	0,436
9	211,5	26,4	3021	0,125
10	372,9	87,6	2664	0,235

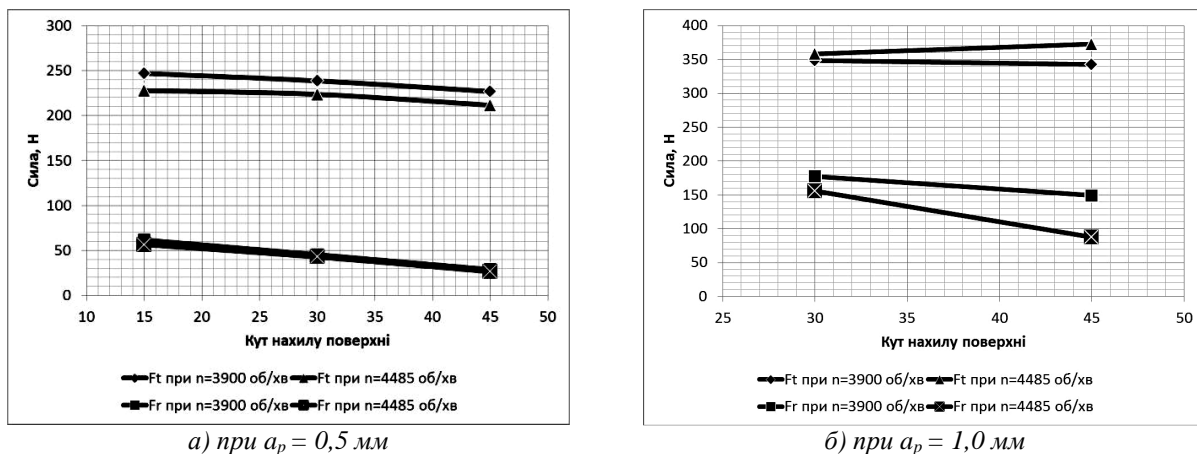


Рис. 4. Тангенціальна та радіальна складові сили різання

Графічно зміна тангенціального коефіцієнта K_t при зміні швидкості обертання шпинделя, кута нахилу поверхні заготовки або радіальної глибини різання зображено на рисунку 5.

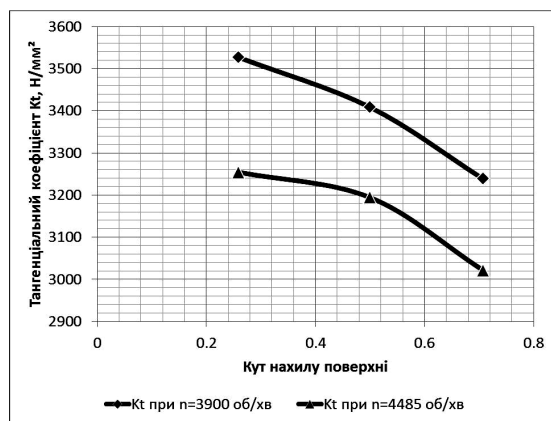


Рис. 5. Тангенціальний коефіцієнт K_t

3. Побудова діаграм стійкості

За отриманими даними побудуємо діаграми стійкості для поверхонь з кутами нахилу відповідно 15° (рис. 6), 30° (рис. 7) та 45° (рис. 8).

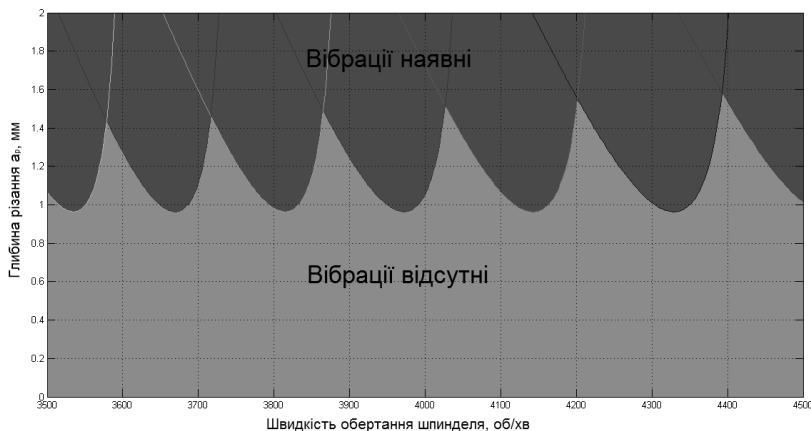
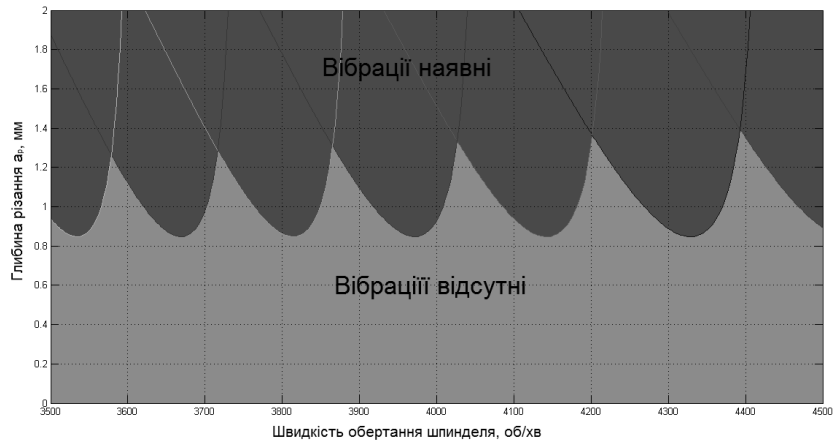
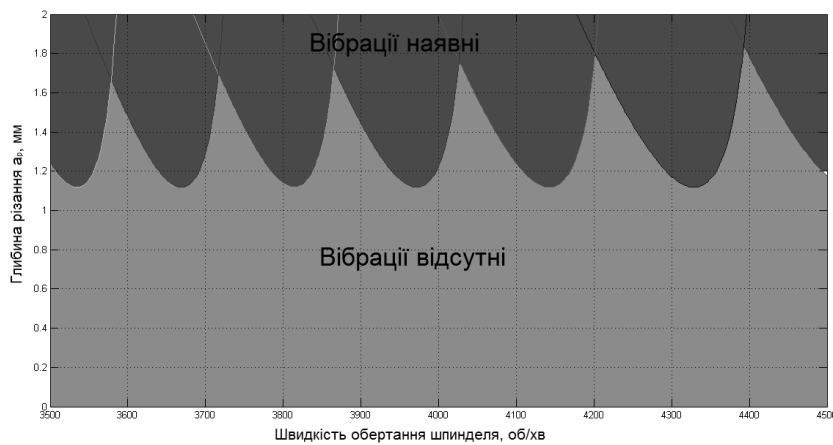


Рис. 6. Діаграма стійкості для обробки поверхні, нахиленої під кутом 15°

Рис. 7. Діаграма стійкості для обробки поверхні, нахиленої під кутом 30° Рис. 8. Діаграма стійкості для обробки поверхні, нахиленої під кутом 45°

Дані діаграми показують, що на рисунку 7 граничною зоною для виникнення вібрацій є обробка на швидкості обертання шпинделя $n = 4485$ об./хв. з глибиною різання $a_p = 1,0$ мм. Це тест № 6. Якщо поглянути на графік сил в цьому тесті (рис. 9), то можна побачити, що крива радіальної сили має невеликі коливання. Частота коливань за графічними вимірюваннями складає 1140 Гц, що є $1/3$ від частоти власних коливань фрези $f_{n,\delta\delta} = 3250$ Гц (з точністю 5 %).

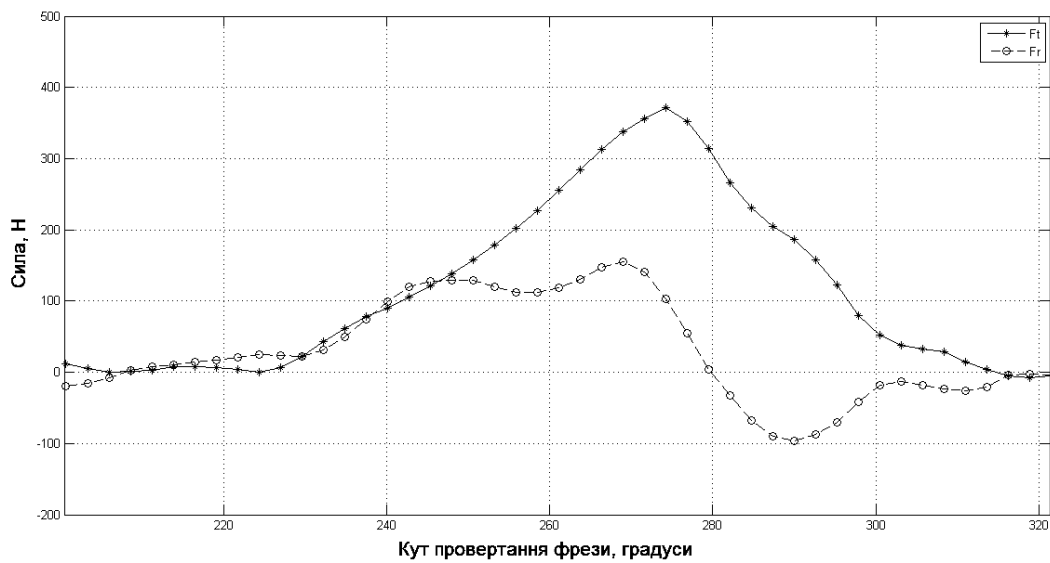


Рис. 9. Тангенціальна F_t та радіальна F_r складові сили різання для тесту № 6

Висновки. В даній роботі розглянуто можливість використання теорії діаграм стійкості для аналізу та прогнозування вібрацій при обробці радіусними кінцевими фрезами, а також для вибору оптимальних режимів обробки. Результати роботи показують, що є можливість використовувати діаграми стійкості при обробці просторово складних поверхонь, щоправда, це потребує глибокого аналізу процесу різання, який залежить від багатьох факторів, в тому числі, кривизни поверхні.

Теорія діаграм стійкості є дуже потужним та актуальним інструментом для боротьби з вібраціями при різанні, про що свідчить велика кількість робіт, присвячених даній темі.

Список використаної літератури:

1. Скочко Є.В. Елементи аналізу коливань та їх наслідків при обробці деталей різанням / Є.В. Скочко // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2003. – № 1 (25). – С. 44–55.
2. Das M.K. The Relation Between the Static and the Dynamic Cutting Forces of Metals / Das M.K., Tobias S.A. // International Journal of Machine Tool Design and Research. – 7. – 1967. – Pp. 63–89.
3. Thusty J. A Method of Analysis of Machine Tool Stability / J. Thusty // Proc. of the 6th MTDR Conference, Manchester 1965, Pergamon Press.
4. Thusty J. Stability Lobes in Milling / J.Thusty, F.Ismail, W.Zaton // CIRP Annals. – Vol. 32/1. – 1983.
5. Thusty J. Stiffness, Stability, and Loss of Process Damping in High Speed Machining / J.Thusty, S.Smith, T.Delio // Symp. on Fundamental Issues in Machining, PED. – Vol. 43, ASME WAM 1990. – Pp. 171–191.
6. Budak E. Analytical models for high performance milling. Part I : cutting forces, structural deformations and tolerance integrity / E.Budak // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 46 (2006). – Pp. 1478–1488.
7. Budak E. Analytical models for high performance milling. Part II : process dynamics and stability / E.Budak // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 46 (2006). – Pp. 1489–1499.
8. Insperger T. Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay / T.Insperger, G.Stepan // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 61 (2004). – Pp. 117–141.
9. Budak E. Modeling and simulation of 5-axis milling processes / Budak E., Ozturk E., Tunc L.T. // CIRP Annals-Manufacturing Technology. – 2009. – Т. 58. – №. 1. – Pp. 347–350.
10. Kim S.J. Prediction of chatter in NC machining based on a dynamic cutting force model for ball end milling / Kim S.J., Lee H.U., Cho D.W. // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2007. – Т. 47. – № 12. – Pp. 1827–1838.
11. Predicting the dynamic behaviour of torus milling tools when climb milling using the stability lobes theory / Mousseigne M. et al. // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2013. – Т. 65. – Pp. 47–57.
12. Thusty J. Machine Dynamics. Handbook of High Speed Machining Technology / J.Thusty // King, R.I., ed., 1985, Chapman and Hall, New York, Ch. 3. – 48–153.

ЮМАШЕВ Володимир Євгенович – кандидат технічних наук, професор кафедри технологій машинобудування Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- робототехніка;
- верстати з ЧПК.

ШТЕГІН Олексій Олександрович – асистент кафедри технологій машинобудування Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- верстати з ЧПК;
- вібрації в металообробці.

Стаття надійшла до редакції 10.04.2014