

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У ВИГЛЯДІ 2D-ПОСЛІДОВНОСТІ

Розглянуто завдання, що вирішуються при цифровій обробці зображень у безпілотних авіаційних системах (БАС). Проаналізовано процес формування та дискретизації оптичних зображень, обрано їх математичну модель у вигляді 2D-последовності, розглянуто перспективи розвитку на пряму.

Ключові слова: оптичні зображення, математична модель, безпілотні авіаційні системи.

Постановка проблеми. Методи обробки зображень мають надзвичайно важливе значення в сучасній науці, вони безперервно розвиваються та вдосконалюються. При цьому під обробкою зображень у БАС розуміють не лише поліпшення зорового сприйняття, але й класифікацію об'єктів, що виконується при аналізі зображень [1–4].

Сфери застосування методів цифрової обробки зображень в наш час значно розширюються, витісняючи аналогові методи. Вони застосовуються при автоматизації виявлення об'єктів, розпізнаванні образів тощо. Передача цифрових зображень в БАС передбачає усе більші потоки інформації. Формування зображень, поліпшення якості та автоматизація їх обробки є предметом сучасних досліджень та розробок [1, 2, 4]. Автоматичний аналіз у системах дистанційного моніторингу (спостереження) широко застосовується при аналізі місцевості, у системах протипожежної безпеки.

Огляд останніх досліджень і публікацій. На даний час багато публікацій присвячено проблемним питанням передачі та обробки цифрових фотозображень в БАС. Основні з яких досліджуються в таких публікаціях: у [1] розглядаються методи і алгоритми цифрової обробки в оптико-електронних приладах; у [2] наведено стандарти передачі відео та фото інформації; у [3] розглядаються вимоги до каналів зв'язку з безпілотним літальним апаратом та визначені найбільш перспективні шляхи їх реалізації. Проте питання розробки математичних моделей оптичних зображень є недостатньо вивчені.

Формулювання завдання дослідження. Результати обробки фотозображень суттєво залежать від вибору раціональної моделі сигналу. При цьому необхідно враховувати умови завдання, що вирішується, якість та форму запису (безперервну або дискретну) [3]. Прийнята модель повинна враховувати особливості фотозображення, бути пристосованою до наявних засобів, методів та алгоритмів обробки. Часто ці вимоги суперечливі, і тому при виборі моделі зазвичай керуються деякими загальними розуміннями. Залежно від апріорної інформації про сигнали використовуються або детерміновані, або статистичні моделі. Перші моделі сигналів виражаються аналітичним описом, а другі – описуються тими чи іншими імовірнісними характеристиками і використовуються при аналізі випадкових процесів. За своєю природою фізичні процеси мають статистичний характер, обумовлений безліччю факторів, що враховуються, так і тих, що не враховуються, зокрема дією перешкод. Крім того, результати вимірів супроводжуються похибками. Тому чим краще враховуються ці фактори, тим вища ступінь адекватності моделі реальному сигналу.

Метою статті є розробка математичної моделі цифрових оптичних зображень у вигляді 2D-последовності.

Викладення основного матеріалу дослідження. Модель (від лат. “modulus” – зразок, норма, міра) – це об'єкт, що заміщує оригінал і відбиває його найважливіші риси й властивості для даного дослідження, даної мети дослідження за обраної системи гіпотез.

Математична модель – це абстракція реальної дійсності (світу), в якій відношення між реальними елементами, а саме ті, що цікавлять дослідника, замінені відношеннями між математичними категоріями. Ці відношення зазвичай надаються у формі рівнянь чи нерівностей, відношеннями формальної логіки між показниками (змінними), які характеризують функціонування реальної системи, що моделюється.

Сутність методології математичного моделювання полягає в заміні досліджуваного об'єкта його математичною моделлю – і подальшим вивченням (дослідженням) моделі на підставі аналітичних методів та обчислювально-логічних алгоритмів, які реалізуються за допомогою комп'ютерних програм. Робота не з самим об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість відносно швидко досліджувати його основні (суттєві) властивості та поведінку за будь-яких імовірних ситуацій (це переваги теорії). Водночас обчислювальні (комп'ютерні, симулятивні, імітаційні) експерименти з моделями об'єктів дозволяють ретельно та досить глибоко вивчати об'єкт, що недоступно суто теоретичним підходам (це перевага експерименту).

При цифровій обробці зображень в БАС вирішується широке коло завдань:

– ресстрація зображення та його перетворення в цифрову форму;

- стиснення зображення та кодування;
- передавання зображення каналом зв'язку;
- декодування та корекція (за необхідності) зображення (фільтрація);
- дешифрування зображення (виділення ознак об'єктів моніторингу).

Через недосконалість систем реєстрації записане зображення є спотвореною копією оригіналу. Основними причинами спотворень, що призводять до погіршення чіткості, є обмежена роздільна здатність системи реєстрації, розфокусування, наявність спотворень за рахунок впливу середовища (атмосфери), рух камери по відношенню до об'єкта, що реєструється, тощо. Усунення або послаблення спотворень з метою підвищення різкості належить до завдання відновлення зображень.

Розглянемо об'єкт, освітлений джерелом світла (рис. 1). На деякій відстані від об'єкта розподіл енергії джерела світлового випромінювання, відбитого об'єктом, за просторовими координатами x, y і за довжинами хвиль λ описується функцією $c(x, y, \lambda)$. Максимальне значення світлочутливості обмежене граничною величиною фотореєструючого середовища,

$$0 \leq c(x, y, \lambda) \leq A, \quad (1)$$

де A – максимальна яскравість зображення.

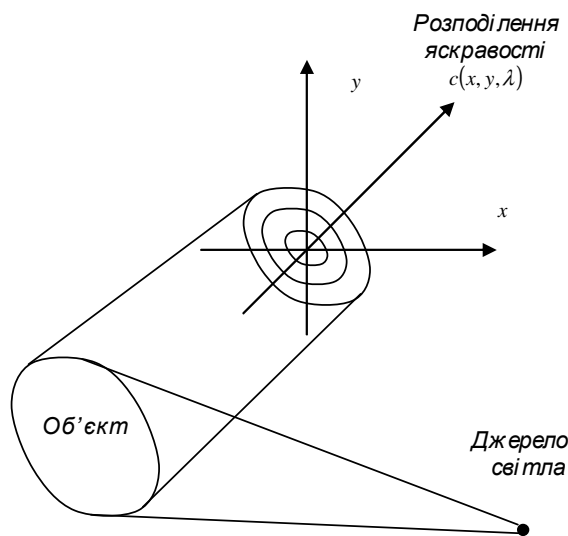


Рис. 1. Формування зображення об'єкта, що освітлений джерелом світла

Геометричні розміри зображення обмежені характеристиками формуючої системи і параметрами фотореєструючого середовища. Вважатимемо, що усі зображення відмінні від нуля в прямокутній області:

$$-L_x \leq x \leq L_x, \quad -L_y \leq y \leq L_y. \quad (2)$$

Людський зір і засоби фотореєстрації мають спектральну чутливість, що описується функцією $v(\lambda)$. Наприклад, як відомо, людське око має чутливість до світла в діапазоні хвиль від $\lambda_{\min} = 0,35$ мкм до $\lambda_{\max} = 0,78$ мкм. При цьому функція спектральної чутливості досягає свого максимуму приблизно в середині цього діапазону і спадає до його країв.

Кожен засіб фотореєстрації має індивідуальну характеристику спектральної чутливості, обумовлену фізикою приладу. Є фото- та відеодатчики ультрафіолетового й інфрачервоного діапазонів, які широко використовуються, наприклад, при проведенні спектрозональних зйомок Землі з Космосу.

Як у разі спостереження об'єкта людиною, так і у разі використання фото- та відеодатчика спостережуване зображення є результатом усереднювання функції $c(x, y, \lambda)$ за діапазоном довжин хвиль з ваговою функцією $v(\lambda)$ й описується виразом:

$$f(x, y) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} c(x, y, \lambda) v(\lambda) d\lambda. \quad (3)$$

Функцію $f(x, y)$ надалі називатимемо зображенням. Таким чином, зображення – це обмежена функція двох просторових змінних, задана в обмеженій прямокутній області.

Двовимірні лінійні системи. З курсу фізики добре відоме поняття оптичної системи, що здійснює перетворення зображень за певними правилами, що визначені сукупністю оптичних елементів та їх взаємозв'язком.

З математичної точки зору, під системою розумітимемо правило L , що ставить у відповідність вхідній функції f вихідну функцію g . Розрізняють одновимірні $1D$ і двовимірні $2D$ -системи. Одновимірні системи здійснюють перетворення функції однієї змінної:

$$g(x) = L[f(x)]. \quad (4)$$

Відповідно двовимірні системи здійснюють перетворення функції двох змінних:

$$g(x, y) = L[f(x, y)]. \quad (5)$$

Оптичні системи по суті є двовимірними, але в деяких випадках можуть розглядатися як одновимірні.

Особливе місце серед систем займають лінійні системи. Система називається лінійною, якщо для неї справедливий принцип суперпозиції (накладення), який полягає в тому, що відгук системи на зважену суму двох вхідних дій дорівнює зваженій сумі відгуків на кожен з дій, тобто:

$$L[a_1 f_1(x, y) + a_2 f_2(x, y)] = a_1 L[f_1(x, y)] + a_2 L[f_2(x, y)]. \quad (6)$$

У вивченні оптичних систем фундаментальну роль відіграє поняття точкового джерела світла. Точкове джерело світла описується дельта-функцією Дірака:

$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty, & x = 0, \quad y = 0 \\ 0, & x \neq 0, \quad y \neq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Таким чином, точкове джерело має нескінченно велику щільність яскравості в нескінченно малій просторовій області – в точці. Безумовно, це математична абстракція, проте виключно корисна у фізиці та має ясне фізичне трактування: дельта-функція може бути визначена як межа звичайної функції, наприклад:

$$\delta(x, y) = \lim \left\{ a^2 \exp[-a\pi(x^2 + y^2)] \right\}. \quad (8)$$

Розглянемо $2D$ -лінійну систему, на вхід якої поданий сигнал у вигляді дельта-функції. Реакція системи на дельта-функцію буде різною для різних систем, називається імпульсним відгуком і служить характеристикою $2D$ -системи. Систему називають просторово-інваріантною, якщо її імпульсний відгук залежить від різниці координат вхідною (x, y) і вихідною (ξ, η) площин. Для оптичної системи, показаної на рисунку 2, це означає, що при переміщенні точкового джерела у вхідній (предметній) області зображення цього предмета в площині спостереження також змінюватиме положення, але зберігає форму.

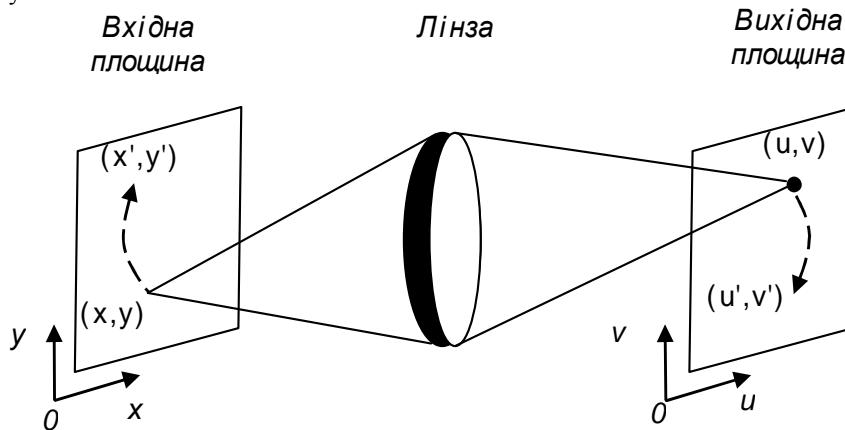


Рис. 2. Формування зображення об'єкта, що освітлений джерелом світла

Для просторово-інваріантних систем імпульсний відгук описується функцією:

$$h(x - u, y - v) \equiv h(\xi, \eta), \quad (9)$$

де $\xi = x - u, \eta = y - v$,

$$h(\xi, \eta) \equiv L[\delta(x, y)]. \quad (10)$$

Використовуючи функцію імпульсного відгуку, можна записати рівняння, що зв'язує зображення на вході і виході $2D$ -лінійної оптичної системи. Для цього вхідний сигнал $f(x, y)$ подамо на вхід $2D$ -системи з характеристикою $h(\xi, \eta)$. Вихідний сигнал запишемо у вигляді:

$$g(x, y) \equiv L[f(x, y)] = L\left\{\iint_D f(\xi, \eta)\delta(x - \xi, y - \eta)d\xi d\eta\right\}. \quad (11)$$

Оскільки операція L лінійна й операція інтеграції у фігурних дужках (11) також лінійна, їх можна поміняти місцями і записати:

$$g(x, y) \equiv L\iint_D f(\xi, \eta)L\{\delta(x - \xi, y - \eta)\}d\xi d\eta. \quad (12)$$

Враховуючи, що за визначенням

$$L\{\delta(x - \xi, y - \mu)\} \equiv h(x - \xi, y - \eta), \quad (13)$$

остаточно отримаємо вираз, що встановлює зв'язок між зображеннями у вхідній і вихідній площинах лінійної системи:

$$g(x, y) = \iint_D f(\xi, \eta)h(x - \xi, y - \eta)d\xi d\eta. \quad (14)$$

Рівняння (14) називається інтегралом згортки. З цього рівняння виходить, що, знаючи імпульсний відгук оптичної системи, можна розрахувати вихідне зображення за вхідним. Технічне завдання, яке необхідно вирішити в обробці зображень, – це введення оптичних зображень в пам'ять комп'ютера і виведення (візуалізація) зображень. В сучасних комп'ютерах завдання візуалізації вирішене. Для цього використовуються кольорові дисплеї та інша техніка відображення інформації (проектори, планшети).

Введення зображень в пам'ять комп'ютера здійснюється за допомогою матричних приймачів випромінювання (МПВ). МПВ переводить оптичний розподіл яскравості зображення в електричні сигнали і далі в цифрові коди. Оскільки зображення є функцією двох просторових змінних, а електричний сигнал є функцією однієї змінної – часу, то для перетворення використовується розгортка.

Наприклад, при використанні телевізійної камери зображення прочитується по рядках: рядок за рядком. При цьому в межах кожного рядка залежність яскравості від просторової координати x перетворюється в пропорційну залежність амплітуди електричного сигналу від часу t . Перехід від кінця попереднього рядка до початку наступного здійснюється практично миттєво. При використанні МПВ зображення як би спостерігається крізь екран з множиною прозорих осередків. Кількість таких осередків для сучасних МПВ дуже велика і складає величину 1024×1024 і більше.

Початкове зображення, як вже зазначалося, є функцією двох безперервних аргументів. У той же час, цифрова пам'ять комп'ютера здатна зберігати тільки масиви даних. Тому введення зображення в комп'ютер неминуче пов'язане з дискретизацією зображень за просторовими координатами і за яскравістю.

Дискретизація зображень. Розглянемо безперервне зображення $f(x, y)$ як функцію двох просторових змінних x і y на обмеженій прямокутній області (рис. 3).

Введемо поняття кроку дискретизації T_1 за просторовою змінною x і T_2 за змінною y . Наприклад, можна уявити, що в точках, віддалених одна від одної на відстань T_1 по осі x , розташовані точкові МПВ. Якщо такі датчики встановити по усій прямокутній області, то зображення виявиться заданим на двовимірній площині:

$$f(n_1 T_1, n_2 T_2) = f(x, y)|_{x=n_1 T_1, y=n_2 T_2}. \quad (15)$$

Для скорочення запису позначимо:

$$f(n_1 T_1, n_2 T_2) = f(n_1, n_2). \quad (16)$$

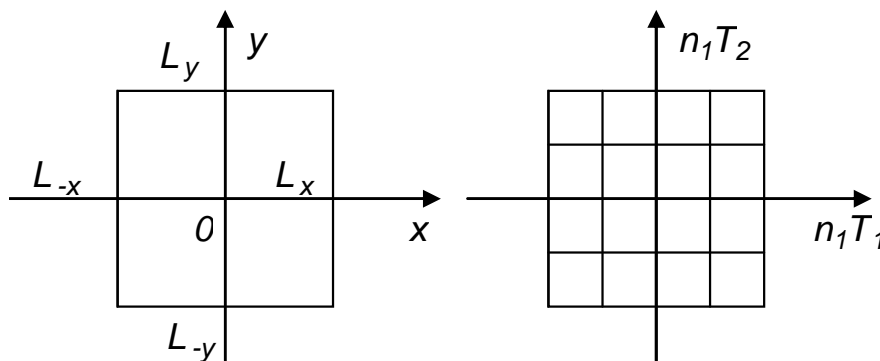


Рис. 3. Перехід від безперервного зображення до дискретного

Функція $f(n_1, n_2)$ є функцією двох дискретних змінних і називається двовимірною $2D$ -послідовністю. Тобто дискретизація зображення по просторових змінних переводить його в таблицю вибірових значень. Розмірність таблиці (кількість рядків і стовпців) визначається геометричними розмірами початкової прямокутної області і вибором кроку дискретизації за формулою:

$$M_x = \left\lfloor \frac{2L_x}{T_1} \right\rfloor, \quad M_y = \left\lfloor \frac{2L_y}{T_2} \right\rfloor, \quad (17)$$

де $\lfloor \cdot \rfloor$ означає цілу частину числа.

Якщо область визначення безперервного зображення – квадрат $L_x = L_y = L$ і крок дискретизації обраний однаковим по осях x і y $T_x = T_y = T$, то

$$M_x = M_y = M \quad (18)$$

і розмірність таблиці складає M^2 .

Елемент таблиці, отриманої шляхом дискретизації зображення, називають піксел. Розглянемо піксел $f(n_1, n_2)$. Це число набуває безперервних значень.

Для запису в пам'яті безперервна величина f має бути піддана аналогово-цифровому перетворенню з кроком Δ .

Операцію дискретизації безперервної величини за рівнями називають квантуванням. Кількість рівнів квантування дорівнює:

$$K = \left\lfloor \frac{A}{\Delta} \right\rfloor. \quad (19)$$

У практичних завданнях обробки зображень величина K варіюється в широких межах від $K = 2$ ("бінарні" (чорно-білі) зображення) до $K = 2^{10}$ і більш (практично безперервні значення яскравості). Найчастіше вибираються $K = 2^8$, при цьому піксел зображення кодується одним байтом інформації. З усього згаданого вище робимо висновок, що піксели, що зберігаються в пам'яті комп'ютера, є результатом дискретизації початкового безперервного зображення за аргументами і за рівнями. Ясно, що кроки дискретизації T_1, T_2 і Δ повинні обиратися досить малими, для того, щоб погрішність дискретизації була незначною і цифрове представлення зберігало основну інформацію про зображення.

При цьому слід пам'ятати, що чим менше крок дискретизації і квантування, тим більший обсяг даних про зображення має бути записаний в пам'ять комп'ютера. З фізичної точки зору, вибір кроку дискретизації диктується шириною просторового спектра зображення. Чим більша ширина спектра Ω , тим менше крок дискретизації T . Практично при дискретизації прагнуть задовольнити співвідношенню

$$T \ll \frac{2\pi}{\Omega}. \quad (20)$$

$2D$ -послідовності. Розглянемо декілька практично важливих $2D$ -послідовностей, що мають аналітичний вираз.

Цифровий одиничний імпульс:

$$U_0(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & n_1 = n_2 = 0 \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}. \quad (21)$$

Неважно помітити, що ця послідовність подібна до дельта-функції (7). Довільна послідовність $f(n_1, n_2)$ може бути представлена у вигляді:

$$f(n_1, n_2) = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} f(k_1, k_2) U_0(n_1 - k_1, n_2 - k_2). \quad (22)$$

Цифровий одиничний імпульс:

$$U_{-1}(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & n_1 = n_2 \geq 0 \\ 0, & n_1, n_2 < 0, \end{cases} \quad (23)$$

це функція, яка набуває одиничних значень в правому верхньому квадранті координатної площини і нульове значення в інших квадрантах.

Експоненціальна послідовність:

$$e(n_1, n_2) = a_1^{n_1} a_2^{n_2}. \quad (24)$$

Комплексна експонента:

$$e(n_1, n_2) = \exp[i(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)], \quad (25)$$

де ω_1, ω_2 мають сенс просторових частот.

2D-системи. З математичної точки зору, 2D-система – це правило, що ставить у відповідність 2D-вхідній послідовності $f(n_1, n_2)$ 2D-вихідну послідовність $g(n_1, n_2)$.

Нагадаємо, що ми розглядаємо лінійні просторово-інваріантні системи. Подаючи на вхід системи функцію $u_0(n_1, n_2)$, на виході отримуємо функцію $h(n_1, n_2)$, яка називається імпульсною реакцією системи.

Імпульсна реакція дозволяє записати зв'язок між вхідною і вихідною двовимірними послідовностями системи у вигляді:

$$g(n_1, n_2) = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} f(m_1, m_2) f(n_1 - m_1, n_2 - m_2) \quad (26)$$

(порівняємо з (14)).

Формула 2D-згортки має велику обчислювальну складність. Для наочності розглянемо приклад, наведений нижче.

Приклад. Дана система з імпульсною реакцією:

$$h(n_1, n_2) = a^{n_1 n_2}, \quad -\infty \leq n_1, n_2 \leq \infty. \quad (27)$$

Вхідна послідовність має вигляд:

$$f(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n_1, n_2 \leq 2 \\ 0 & \text{при інших } n_1 \text{ та } n_2 \end{cases}. \quad (28)$$

Необхідно розрахувати послідовність $g(n_1, n_2)$ на виході цієї системи.

Використовуючи формулу (26), отримаємо:

$$g(n_1, n_2) = \sum_{m_1=0}^2 \sum_{m_2=0}^2 a^{(n_1-m_1)(n_2-m_2)}. \quad (29)$$

Виконуючи підсумовування, отримаємо:

$$g(n_1, n_2) = \left(\begin{array}{l} a^{n_1 n_2} + a^{n_1(n_2-1)} + a^{n_1(n_2-2)} + a^{(n_1-1)n_2} + a^{(n_1-1)(n_2-1)} + \\ + a^{(n_1-1)(n_2-2)} + a^{(n_1-2)n_2} + a^{(n_1-2)(n_2-1)} + a^{(n_1-2)(n_2-2)} \end{array} \right). \quad (30)$$

Складність обчислення 2D-згорток навіть в простих випадках дає уявлення про обчислювальні труднощі, з якими доводиться зустрічатися при роботі з 2D-системами.

З розглянутого вище прикладу видно, що, якщо вхідний сигнал (чи імпульсна реакція) має обмежену протяжність, нескінченна сума (26) у виразі двовимірної згортки переходить в кінцеву:

$$g(n_1, n_2) = \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=0}^{M-1} h(m_1, m_2) f(n_1 - m_1, n_2 - m_2). \quad (31)$$

З формули (29) видно, що для обчислення одного пікселя на виході 2D-системи слід виконати $\approx M^2$ арифметичних операцій.

У обчислювальній математиці розроблені так звані алгоритми швидких згорток, які дозволяють скоротити це число до $\approx M \log_2 M$ операцій.

Висновки. Наведені завдання, що вирішуються при цифровій обробці в БАС, проаналізовано процес формування та дискретизації оптичних зображень, обрано математичну модель у вигляді 2D-послідовності. В подальшому доцільно здійснити розробку методу фільтрації 2D-послідовності.

Список використаної літератури:

1. Колобородов В.Г. Застосування методів і алгоритмів цифрової обробки зображень в оптико-електронних приладах / В.Г. Колобородов, К.В. Харитоненко // Вісник НТУУ “КПІ”. – К. : НТУУ “КПІ”, 2010. – № 40. – С. 23–31.
2. Слюсар В.И. Передача данных с борта БПЛА: стандарты НАТО / В.И. Слюсар // Электроника: наука, технология, бизнес. – 2010. – № 3. – С. 80–86.
3. Слюсар В.И. Радиолінії зв'язи с БПЛА: примеры реализации / В.И. Слюсар // Электроника: наука, технология, бизнес. – 2010. – № 5. – С. 56–60.

4. *Вітлінський В.В.* Моделювання економіки : навч. посібник / *В.В. Вітлінський*. – К. : КНЕУ, 2003. – 408 с.
5. Підвищення ефективності функціонування системи обробки інформації та управління безпілотних літальних апаратів на основі застосування модулярної системи числення / *В.І. Барсов, Є.О. Сотник, В.О. Жадан та ін.* // Зб. наук. праць Харківського ун-ту Повітряних Сил. – Х., 2011. – № 3(29). – С. 90–95.
6. *Цепляєва Т.П.* Метод выбора характеристик фотооборудования для БПЛА в зависимости от высоты полета / *Т.П. Цепляева, А.Н. Лохов* // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х., 2011. – № 49. – С. 48–52.
7. *Росточин В.В.* Применение цифровых оптических систем для беспилотных летательных аппаратов / *В.В. Росточин, М.Л. Дмитриев* [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.uav.ru.
8. Електронний ресурс. – Режим доступу : <http://uavforum.com/>.
9. STANAG 4609/AEDP-8. NATO Digital Motion Imagery Format [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.nato.int/structur/AC/224/standard/4609/4609.htm.
10. *Проценко М.М.* Аналіз структури та варіантів побудови безпілотних авіаційних комплексів / *М.М. Проценко* // Вісник ЖДТУ. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – № 61(2). – С. 113–117.
11. *Проценко М.М.* Аналіз методів цифрової обробки відеозображень апаратурою безпілотного літального апарату / *М.М. Проценко* // Вісник ЖДТУ. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – № 62(3). – С. 67–72.

ПРОЦЕНКО Михайло Михайлович – кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник наукового центру Житомирського військового інституту імені С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- обробка фотозображень з безпілотного літального апарату;
- цифрова обробка сигналів з використанням вейвлет-перетворень.

Стаття надійшла до редакції 24.04.2014