

**Р.В. Соболевський, к.т.н., доц.
О.М. Ващук, аспір.**

Житомирський державний технологічний університет

ГЕОСТАТИСТИЧНИЙ ПІДРАХУНОК ЗАПАСІВ ВЕЛИКО-ГАДОМИНЕЦЬКОГО РОДОВИЩА ПЕРВИННИХ КАОЛІНІВ З ВРАХУВАННЯМ СОРТОВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ

Визначено критерії геоструктурного аналізу Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів за сортами, визначеними технічними умовами (ТУ) для промисловостей, в яких передбачено для виготовлення виробів використання каоліну. Виділено якісні показники, за якими буде виконуватися геостатистичний аналіз покладу первинних каолінів. Виконано варіограмний аналіз для визначення коефіцієнта анізотропії та напрямку осі еліпсоїда анізотропії. Побудовано карти ізоліній вмісту якісних показників на основі інтерполяції сітки даних з використанням блочного крігінгу, в основу якого закладено емпіричні семіваріограми апроксимовані лініями регресії. Оконтурено сортові ділянки на основі накладання граничних меж вмісту показників якості. Визначено обсяги окремих ділянок всіх сортів методами трапецій та двома різновидами методів Сімсона. Обраховано об'єми первинних каолінів по сортах та визначено їх відносні середньо-зважені похибки. Виконано геостатистичний підрахунок запасів Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів із врахуванням сортової диференціації.

Ключові слова: *геостатистичний підрахунок запасів, первинні каоліни, варіограмний аналіз, спосіб трапецій, спосіб Сімсона, семіваріограми.*

Вступ. Постановка проблеми. Україна має значні запаси каоліну (близько 1110 млн. т), які становлять 8 % від загальносвітових і за обсягами розвіданих запасів поступається лише США, Великобританії та Китаю [1]. При оцінці перспективності розробки родовищ нерудних корисних копалин найбільш відповідальним завданням є достовірне прогнозування просторової мінливості показників якості. Сучасне промислове виробництво переважно орієнтоване на використання матеріалів з максимальним вмістом каолінових мінералів і мінімальним вмістом кварцу, калієвого польового шпату, слюди, мінералів оксидів заліза і титану [2, 3]. Унікальні властивості каоліну зумовили велику кількість напрямків використання даної сировини. До різних промисловостей висуваються різні вимоги щодо якості каоліну, при цьому шкідливі домішки для однієї промисловості часто є основним показником якості для виготовлення виробів іншою, тому геометризація за якісними показниками вимагає розв'язання цілого ряду складних задач, що обумовлює потребу в розробці нових методик багатофакторної геометризації, які будуть забезпечувати максимальне врахування різновекторних вимог до якості [4]. Враховуючи основні тенденції розвитку методик геометризації якісних показників покладу, за основу для розробки методики багатофакторної геометризації доцільно прийняти геостатистичні методи оцінки просторової мінливості показників якості.

Мета статті. Виконати геостатистичне районування покладу Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів за сортами визначеними для промисловостей, в яких передбачено для виготовлення виробів використання каоліну. На основі виділених сортових ділянок виконати підрахунок запасів відповідно для кожного сорту та галузі промисловості. За допомогою варіограмного аналізу максимально врахувати анізотропію якісних показників і підрахувати запаси покладу первинних каолінів.

Аналіз останніх літературних джерел. У [5] Л.Чулуунбат, Р.Бямбаоцг наведено особливості розробки програмного забезпечення оперативного підрахунку запасів в заданих контурах гірничих робіт, досвід використання тривимірної графіки на основі OpenGL для інтерпретації методів підрахунку запасів. Нгуен Тхе Конг у [6] розглядав побудову цифрових моделей рельєфу з прикладними інструментами, що реалізує розроблені алгоритми. Виконані аналізи популярних алгоритмів і експериментальні дослідження довели ефективність запропонованого алгоритму побудови триангуляції Делоне. Застосовані результати дослідження можна використати для розробки програми побудови цифрових моделей рельєфу. У [7] J.Deraisme, C.De Fouquet за допомогою аналізу просторової кореляції і статистичного моделювання відтворюють просторовий розподіл вмісту рудних компонентів в межах рудного тіла для оцінки економічної доцільності розробки окремих ділянок родовища. У [8] Щеглов В.І. виконує порівняльну оцінку ефективності статистичного способу, способу аналогії, секторного крайгінгу, кореляційної моделі, кореляційної моделі з трендом підрахунку запасів в умовах реальної ситуації родовища поліметалічних руд. Аналіз результатів показав, що секторний крайгінг і кореляційна модель крайгінга характеризується більш високою точністю оцінки, причому кореляційна модель крайгінга має безсумнівну перевагу. У [9] Зеленський О.С. підвищує ефективність планування гірничих робіт та обліку видобутку

руд на основі удосконалення методів оперативного підрахунку запасів, оконтурювання рудних тіл по горизонтах кар'єру, маркшейдерського обліку видобутку руд, моделювання родовища і кар'єру.

Викладення основного матеріалу. Як об'єкт дослідження обрано процес оцінки геостатистичної мінливості показників якості Велико-Гадоминецького родовища. При використанні геостатистичного моделювання основною умовою є припущення про неперервність просторового розподілу структурних та якісних показників. Для аналізу і просторового прогнозування якісних показників каоліну Велико-Гадоминецького родовища був виконаний регресійний аналіз даних, першим етапом якого є варіограмний аналіз структури даних. За теоретичну неперервну модель варіограми обрано експоненціальний вид. Варіограма і функції коваріації кількісно характеризують вплив віддалі між місцями відбору проб на ступінь кореляції.

Основною геостатистичною моделлю, яка в тому чи іншому вигляді використовується у всіх методах геостатистики, є крігінг – лінійний інтерполятор, що використовує для отримання оцінки значення функції в деякій точці простору експериментально виміряні значення цієї функції в інших точках. Його оцінка має мінімальну варіацію помилки [4].

Враховуючи результати попередніх досліджень [10] та основних підходів до геоструктурного аналізу [6–9], була розроблена методика геостатистичного підрахунку запасів Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів з врахуванням сортової диференціації, структурна схема якої представлена на рисунку 1.



Рис. 1. Структурна схема методики геостатистичного підрахунку запасів Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів з врахуванням сортової диференціації

Для визначення коефіцієнта анізотропії були побудовані варіограми для вмісту якісних показників Fe_2O_3 , TiO_2 і білизни по всіх напрямках з кутом пошуку $22,5^\circ$. Результати побудови варіограм для вмісту Fe_2O_3 , TiO_2 , і білизни наведені відповідно на рисунках 2, 3 та 4.

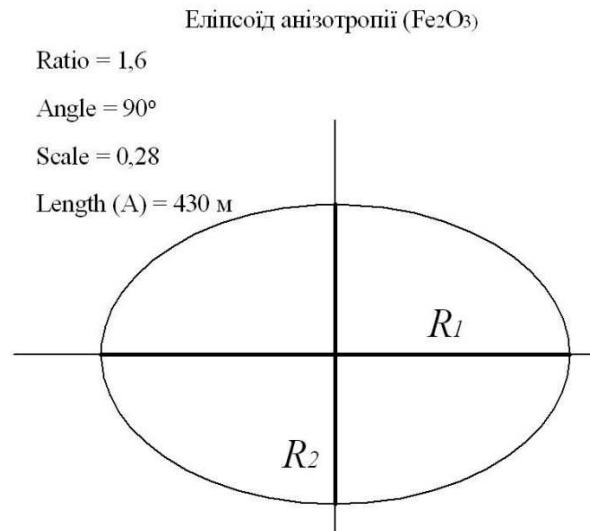
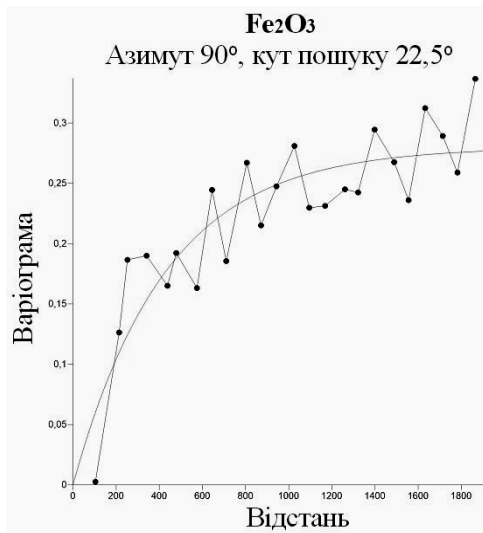


Рис. 2. Результат побудови варіограми та еліпсоїда анізотропії Fe₂O₃

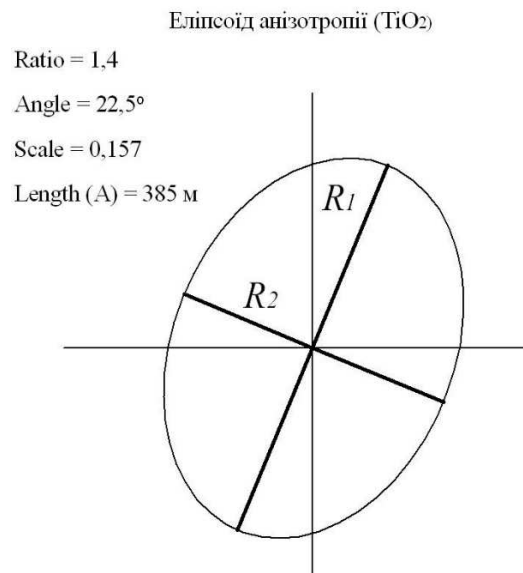
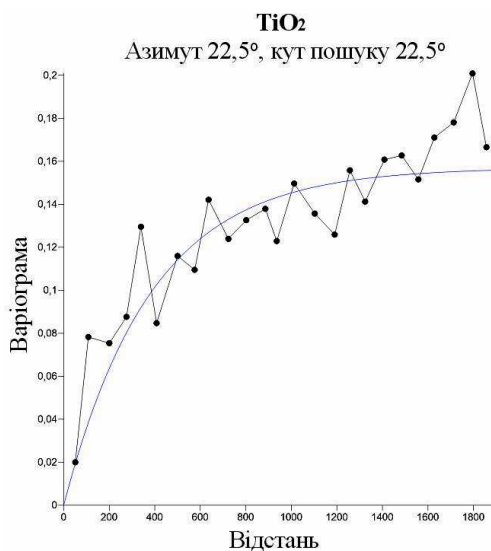


Рис. 3. Результат побудови варіограми та еліпсоїда анізотропії TiO₂

Аналіз одержаних варіограм дозволив встановити, що максимальне значення ступеня кореляції для показника Fe₂O₃ і білизни спостерігається за азимутом 90°, а за показником вмісту TiO₂ – 22,5°. У ході варіограмного аналізу також були встановлені значення показників анізотропії, які для Fe₂O₃ становить 1,6, для TiO₂ – 1,4 та білизни – 1,5 з діапазонами автокореляції даних відповідно 430 м, 385 м і 435 м.

Для підрахунку об'ємів за геостатистичним способом було використано програмне забезпечення Surfer 11.2, в якому реалізовані три методи визначення об'ємів: метод трапецій (Trapezoidal Rule), метод Сімпсона (Simpson's Rule) і метод Сімпсона 3/8 (Simpson's 3/8 Rule).

Дослідимо ефективність перерахованих методів підрахунку об'ємів в межах оконтуреної ділянки на основі аналітичної оцінки очікуваних похибок підрахунку.

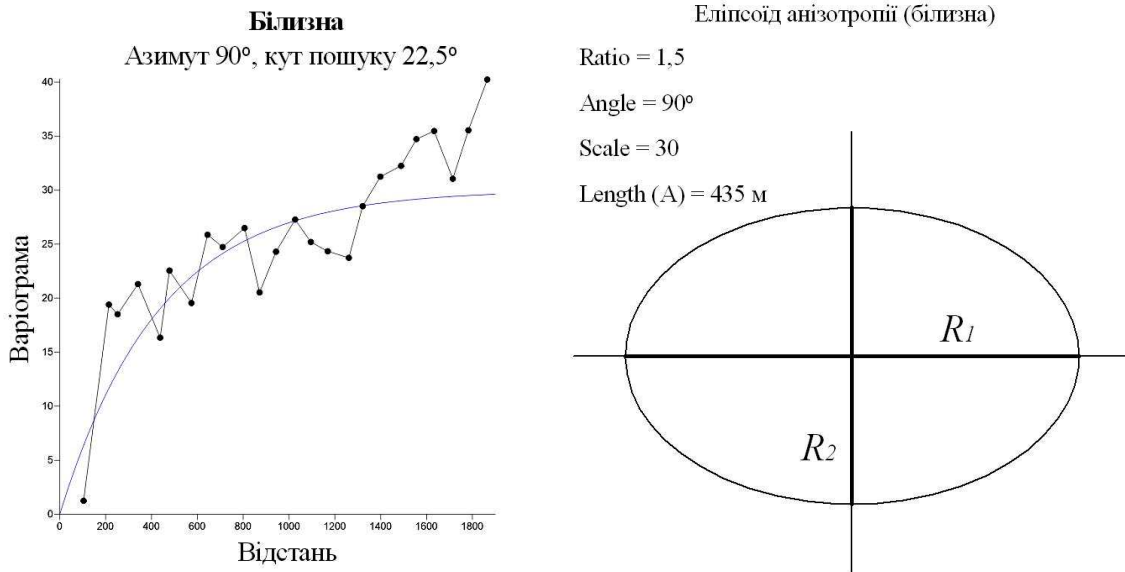
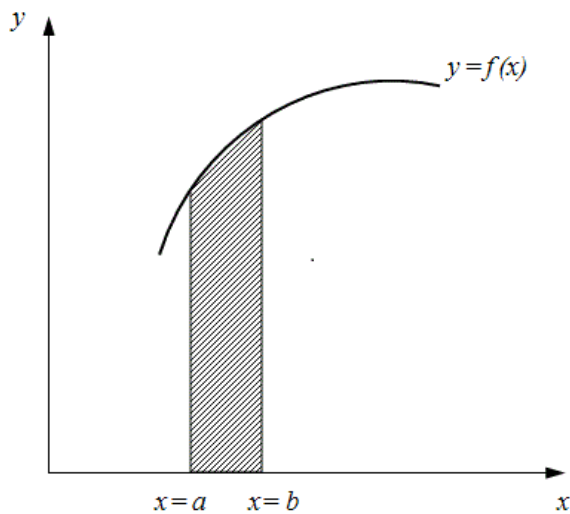
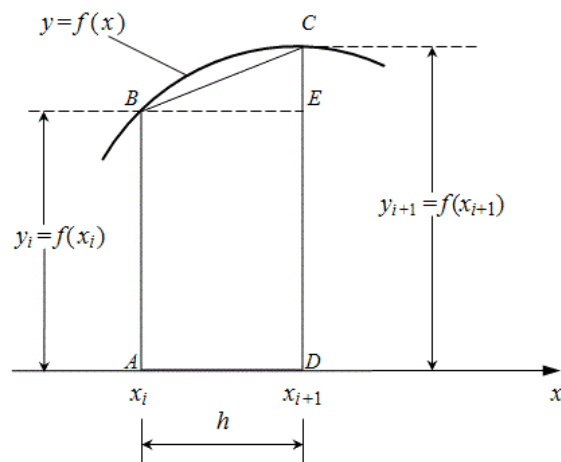


Рис. 4. Результат побудови варіограми та еліпсоїда анізотропії білизни

Сутність методу трапецій полягає у заміні на кожному елементарному відрізку підінтегральної функції на багаточлен першого ступеня, тобто на лінійну функцію. Очевидно, що чим більшим буде число n відрізків розбиття, тим точніший буде отримано результат. Розглянемо інтеграл, що являє собою площу під кривою $y = f(x)$ на відрізку $a \leq x \leq b$ (рис. 5). Розділимо інтервал інтегрування (a, b) на n рівних частин довжиною $h = (b - a) / n$ кожна [11, 12]. Розглянемо один із інтервалів окремо (рис. 6).

Рис. 5. Інтервал інтегрування (a, b) Рис. 6. Частина інтервалу інтегрування h

Площа під кривою $y = f(x)$ між x_i і x_{i+1} буде дорівнювати (1):

$$I_i \approx \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \quad (1)$$

Припустимо, що крок інтегрування досить дрібний, тоді площу без суттєвих похибок можна прирівняти до площі трапеції $ABCD$ і, оскільки інтеграл від суми дорівнює сумі інтегралів, остаточна формула (2) трапецій матиме вигляд:

$$I \approx \frac{h}{2} (y_0 + 2y_1 + \dots + 2y_{n-1} + y_n) \quad (2)$$

Абсолютна величина оцінки похибки задовольняє нерівність (3):

$$|R_n| \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2} \max_{x \in [a,b]} |f'''(x)| \quad (3)$$

Враховуючи, що метод Сімпсона передбачає наближення підінтегральної функції на відрізку $[a, b]$ інтерполяційним багаточленом другого ступеня $p_2(x)$, тобто наближення графіка функції на відрізку параболою, очевидним є необхідність розбиття інтервалу інтегрування на безліч дрібніших відрізків, для обчислення площі, під кожним з яких через три послідовні ординати проводиться квадратична параболою (рис. 7).

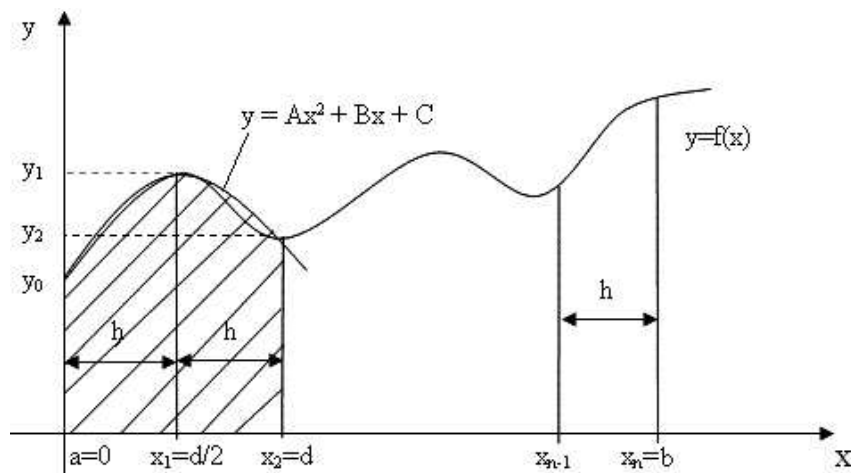


Рис. 7. Метод Сімпсона

Кінцева формула визначення об'єму методом Сімпсона після деяких спрощень наближено може бути визначена з виразу (4):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} (y_0 + y_n + 4 \cdot (y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2 \cdot (y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})) \quad (4)$$

За умови, що у функції $f(x)$ на відрізку $[a, b]$ існує четверта похідна, похибка $E(f)$, згідно з формулою Джузеппе Пеано (5):

$$|R_n| \leq \frac{(b-a)^5}{180(2n)^4} M_4 \quad (5)$$

де M_4 – максимум модуля четвертої похідної підінтегральної функції на відрізку $[a, b]$ [13].

Модифікований варіант методу Сімпсона, в основі якого лежить «Правило 3/8», передбачає використання квадратичних функцій інтерполяційного типу, що утворюються при заміні підінтегральної функції інтерполяційним поліномом третього ступеня, побудованим по чотирьох точках (рис. 8). Кінцева розрахункова формула для «правила 3/8» буде мати вигляд:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \left[\frac{1}{8} f(a) + \frac{3}{8} f\left(\frac{2a+b}{3}\right) + \frac{3}{8} f\left(\frac{a+2b}{3}\right) + \frac{1}{8} f(b) \right] \quad (6)$$

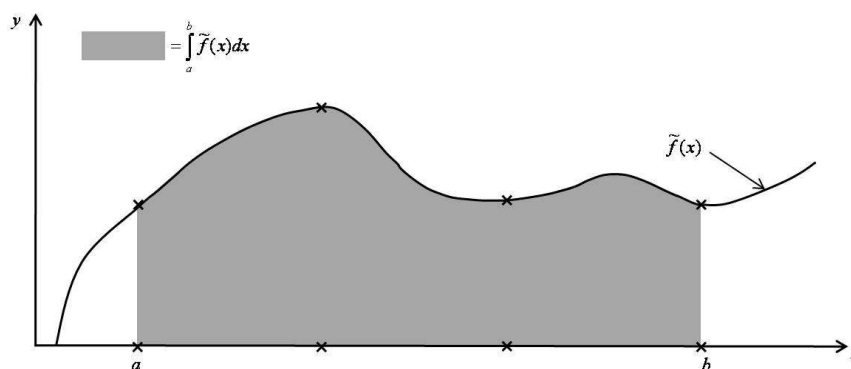


Рис. 8. Метод Сімпсона «3/8»

Для підрахунку об'ємів каоліну за сортами промисловостей спочатку виконувалося оконтурення ділянок в межах якої каолін задовольняє вимоги ТУ щодо вмісту якісних показників. Наприклад, для

підрахунку об'єму каоліну марки «КЭС-35» для виробництва електротермічного силуміну і ультрамарину спочатку було оконтурено ділянку із врахування коефіцієнта анізотропії за вимогами ТУ за вмістом TiO_2 (рис. 9, а), потім за вмістом Fe_2O_3 (рис. 9, б). Побудова карти ізоліній вмісту білизни показала, що вміст білизни на всій території родовища задовольняє вимоги ТУ для хімічної промисловості, Для виробництва електротермічного силуміну і ультрамарину, для керамічних виробів, для гумотехнічних і пластмасових виробів, штучних шкір і тканин. В результаті перетину площин якісних за вмістом TiO_2 , Fe_2O_3 і білизни сорту каоліну «КЭС-35» утворилася ділянка, в межах якої каолін задовольняє вимоги ТУ одночасно по всіх якісних показниках (рис. 9, в). Інтерполяція сітки даних по свердловинах виконувалась за допомогою блочного крігінгу, основою якого були емпіричні семіваріограми апроксимовані лініями регресії.

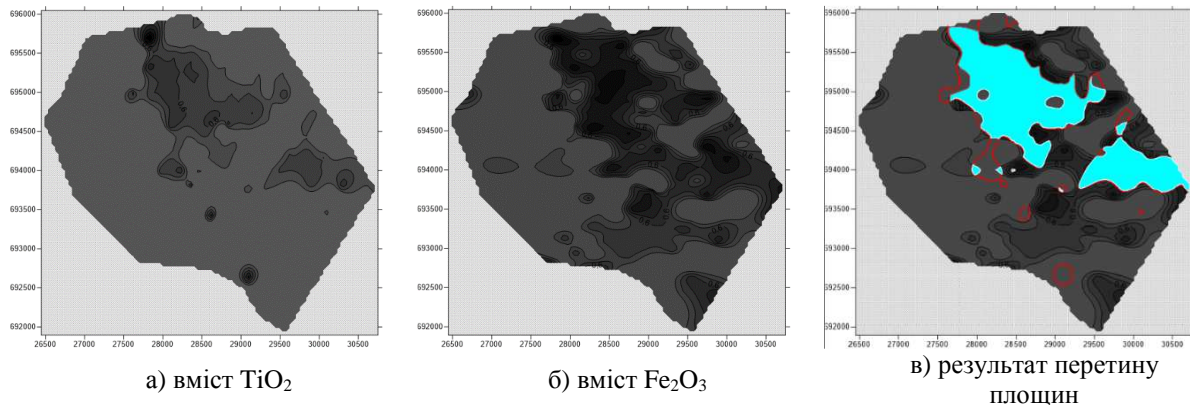


Рис. 9. Приклад визначення спільної зони за показниками якості для підрахунку об'єму каоліну сорту «КЭС-35» для виробництва електротермічного силуміну і ультрамарину із врахування коефіцієнта анізотропії

За запропонованою методикою було виконано дослідження для всіх галузей промисловості, в яких ТУ передбачає використання каоліну для виробництва виробів. Побудовані карти ізоліній вмісту якісних показників дали змогу визначити, що для кабельної і косметичної промисловостей, виробництва паперу і картону, для хімічних засобів захисту рослин каолін Велико-Гадоминецького родовища не придатний за вмістом якісних показників згідно з вимогами ТУ. Результати виконаних підрахунків об'ємів наведено у таблиці 1.

Аналіз одержаних результатів свідчить про незначну відносну середньозважену похибку визначення об'ємів, яка коливається від 0,001 до 1,067 %.

Різниця значень, отриманих різними методами, може слугувати якісною оцінкою точності визначення об'ємів. Відносну похибку визначеного об'єму можна оцінити шляхом порівняння результатів трьох методів і виразити в відсотках від середнього значення. Відносну похибку визначення об'єму можна виразити за допомогою формули (7):

$$\delta_i = \frac{(V_{\max} - V_{\min}) \cdot 100\%}{V_{\text{сеп}}}, \quad (7)$$

де δ_i – відносна похибка; V_{\max} – найбільший із результатів, отриманий трьома методами; V_{\min} – найменший із результатів, отриманий трьома методами; $V_{\text{сеп}}$ – середнє арифметичне трьох результатів.

Оскільки загальний об'єм покладу каоліну для однієї промисловості є сумою об'ємів в межах ділянок перетину площин, що обмежують певну територію за вмістом показників якості згідно з ТУ, відносна похибка визначення загального об'єму визначалася як середнє зважене, яке можна обчислити за відомою формулою (8) [14]:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i \cdot \delta_i)}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad (8)$$

де V_i – об'єм в межах перетину площин, що обмежують певну територію за вмістом показників якості.

Визначення об'ємів покладу каоліну
Велико-Гадоминецького родовища за промисловостями

Таблиця 1

Назва промисловості	Сорт	Спосіб визначення об'єму				Відносна середньозважена похибка визначення об'єму, %
		трапецій, м ³	Сімпсона, м ³	Сімпсона «3/8», м ³	середнє, м ³	
Для виробництва електротермічного силуміну і ультрамарину	КЭС-37	26599	26300	26471	26456	0,976
	КЭС-36	2538212	2535277	2538104	2537198	0,215
	КЭС-35	28785744	28789535	28786357	28787211	0,633
	КУМ	34082461	34083520	34084697	34083559	0,064
Для хімічної промисловості	КАХ-1	31734039	31731295	31731786	31732374	0,021
	КАХ-2	67059370	67063118	67054874	67059121	0,018
Для керамічних виробів	КФ-1, КФН-1	22535	22631	22452	22540	0,691
	КФ-2, КФН-2	95184	95477	95082	95248	1,067
	КФ-3, КФН-3	28785744	28789535	28786357	28787211	0,022
	КФП	48582073	48591873	48588611	48587517	0,036
	КС-1	81756987	81742597	81749425	81749670	0,024
	КЭ-1	3446198	3443723	3445086	3445002	0,136
	КЭ-2	30881737	30873911	30881161	30878937	0,042
	КЭ-3	31734039	31731295	31731786	31732374	0,021
Для гумотехнічних і пластмасових виробів, штучних шкір і тканин	КРт	34277366	34294323	34288499	34286730	0,076
	КРтШП	87582951	87593169	87579409	87585174	0,022
	КР	160490956	160491660	160491704	160491439	0,003
	ККЖТ	168067179	168066786	168068007	168067324	0,001

Значення відносних похибок визначення об'єму відображено на рисунку 10. За значеннями відносних похибок був виконаний кореляційний і регресійний аналізи. Коефіцієнт кореляції між відносною середньозваженою похибкою і величиною об'єму показує статистичний зв'язок середньої міцності і становить $r = -0,51$. Для моделювання функції, яка наближено відобразить залежність відносною середньозваженою похибки від величини об'єму, на основі методу найменших квадратів було визначено рівняння регресії у вигляді полінома третього ступеня з величиною достовірності апроксимації $R^2 = 0,58$:

$$y = -4 \cdot 10^{-6} x^3 + 0,0012x^2 - 0,1106x + 3,547$$



Рис. 10

Висновок. За результатами визначення критеріїв геоструктурного аналізу Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів за сортами визначеними технічними умовами (ТУ) для різних промисловостей, в яких передбачено для виготовлення виробів використання каоліну виділено наступні показники якості: вміст TiO_2 , Fe_2O_3 і білизни. Виконаний варіограмний аналіз дав змогу визначити коефіцієнти анізотропії, які становлять для Fe_2O_3 – 1,6, для TiO_2 – 1,4 та білизни – 1,5 з діапазонами автокореляції даних відповідно 430, 385 і 435 м. За побудованими картами ізоліній вмісту якісних показників було оконтурено окремі ділянки кожного сорту, в результаті чого були підраховані їх об'єми способами трапецій та різновидами способів Сімпсона. Одержані результати підрахунку об'ємів характеризуються мінімальними значеннями відносної середньо-зваженої похибки визначення загального об'єму сорту, яка коливається в межах від 0,001 до 1,067%. Для підвищення достовірності визначення дійсного значення об'єму доцільно використовувати середнє арифметичне значення трьох результатів. Для моделювання функції, яка наближено відображатиме залежність відносної середньо-зваженої похибки від величини об'єму, на основі методу найменших квадратів було визначено рівняння регресії у вигляді полінома третього ступеня.

Список використаної літератури:

1. Пласт : Перспективы развития производства обогащенного каолина в Украине [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://plast.vn.ua/031.html>.
2. Металлургические стандарты : ГОСТы. Нерудные материалы [Електронний ресурс]. – Режим доступу : metalgost.ru/OKC/Нерудные_минералы/1042/.
3. Ващук О.М. Дослідження перспективності багатofакторної геометризації покладів каоліну за якісними показниками для умов України / О.М. Ващук, Р.В. Соболевський // Всеукр. наук.-практ. on-line конф. аспірантів, молодих учених та студентів, присвячена Дню науки (14–16 трав. 2014 р., м. Житомир). – Житомир, 2014. – С. 32–33.
4. Ващук О.М. Геостатистичний аналіз Велико-Гадоминецького родовища первинних каолінів/ О.М. Ващук, Р.В. Соболевський // Доп. наук.-практ. конф. студ., аспірантів та молодих вчених «Маркшейдерське забезпечення геотехнологій» (23–24 квіт. 2014 р.). – Д. : Національний гірничий університет, 2014. – С. 131–137.
5. Чулуунбат Л. Автоматизация подготовки данных и оперативного подсчета запасов на рудных месторождениях / Л. Чулуунбат, Р. Бямбацогт // Вісник КТУ. – Вип. 28. – 2011. – С. 3–6.
6. Нгуен Тхе Конг. Исследование и разработка высокопроизводительного алгоритма построения цифровых моделей рельефа : автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 25.00.35 «Геоинформатика»/ Нгуен Тхе Конг. – Санкт-Петербург, 2011. – 23 с.
7. J.Deraisme C. The geostatistical approach for reserves / J.Deraisme C., DeFouquet // Article published in Mining Magazine. – May, 1996. – 6 p.
8. Щеглов В.И. Практические методы крайгинга / В.И. Щеглов. – М., 1989. – 51 с.

9. *Зеленський О.С.* Методологічні основи маркшейдерського забезпечення планування та обліку видобутку в інформаційній системі управління рудним кар'єром : дис. ... докт. техн. наук : спец. 05.15.01 «Маркшейдерія» / *Зеленський О.С.* – Дніпропетровськ, 2003. – 29 с.
10. *Ващук О.М.* Попередня оцінка геопросторової мінливості показників якості каоліну Велико-Гадоминецького родовища / *О.М. Ващук, Р.В. Соболевський* // Всеукр. наук.-практ. конф. студентів, аспірантів та молодих учених «Перспективи розвитку гірничої справи та раціонального використання природних ресурсів» (9–11 квіт. 2014 р.). – Житомир, 2004. – С. 81–83.
11. Математические методы в географии : Методы численного интегрирования [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://exponenta.ru/educat/systemat/gritsenko/glava2/theory1.asp>.
12. Прикладная и инженерная математика : Численное интегрирование. Формула трапеций. [Електронний ресурс] – Режим доступу : www.simumath.net/library/book.html?code=Num_Integr_formula_trap.
13. Численное интегрирование : Метод парабол (метод Симпсона) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://dit.isuct.ru/ivt/sitanov/Literatura/M501/Pages/Glava1_3.htm.
14. Статистика : Средняя арифметическая взвешенная [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.grandars.ru/student/statistika/srednyaya-arifmeticheskaya.html>.

СОБОЛЕВСЬКИЙ Руслан Вадимович – кандидат технічних наук, доцент, заступник завідувача кафедри маркшейдерії Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- геометризація покладів нерудної будівельної сировини, дослідження закономірностей формування тріщинуватості в високоміцних породах;
- технологія видобування декоративного каменю.

ВАЩУК Олексій Миколайович – асистент кафедри маркшейдерії Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- маркшейдерське забезпечення відкритої розробки родовищ нерудної будівельної сировини;
- автоматизація камеральних робіт у маркшейдерській справі.

Стаття надійшла до редакції 29.04.2014