

В.Є. Юмашев, к.т.н., проф.  
О.О. Штегін, аспір.

Житомирський державний технологічний університет

### АНАЛІЗ СИЛ ЗСУВУ ТА ТЕРТЯ ПО ПЕРЕДНІЙ ПОВЕРХНІ ЗУБА ФРЕЗИ ПРИ ОБРОБЦІ СФЕРИЧНИМИ КІНЦЕВИМИ ФРЕЗАМИ НА ВЕРСТАТАХ З ЧПК

*В статті розглянуто підхід до формування динамічної моделі процесу обробки сферичними кінцевими фрезами на верстатах з ЧПК; проведено аналіз геометрії шару, що зрізується; отримано рівняння для визначення сил зсуву та тертя по передній поверхні зуба фрези.*

**Вступ.** Для випадку обробки сферичними кінцевими фрезами просторово складних деталей невивченим достатньою мірою є питання динаміки процесу. Важливість розуміння динаміки обробки сферичними фрезами обумовлена необхідністю точного прогнозування результату обробки з точки зору якості отриманої поверхні, геометричних розмірів тощо. Тому в межах даної роботи ми ставимо перед собою за мету викласти базис для створення динамічної моделі обробки, яка б враховувала суттєву нестаціонарність як особливості процесу різання сферичними кінцевими фрезами.

В роботах [1–4] продемонстровано, що шорсткість обробленої поверхні при сферичному кінцевому фрезеруванні залежить від цілої низки специфічних факторів (порівняно з іншими випадками фрезерування) та зазначено, що обробці сферичними кінцевими фрезами притаманні такі особливості:

1. Яскраво виражений характер трохойдальної траєкторії руху зуба фрези.
2. Суттєва змінність припусків вздовж поверхні заготовки складної геометрії.
3. Зміна швидкості різання вздовж криволінійної різальної кромки фрези.
4. Як наслідок пунктів 2 та 3, яскраво виражені коливання різального інструменту.
5. Складність аналітичного описання процесу стружкоутворення.

**Мета роботи.** Визначити динамічні складові процесу різання сферичними фрезами; проаналізувати геометрію шару, що зрізується; отримати рівняння для визначення сил зсуву та тертя на передній поверхні зуба фрези як складових сили різання.

**Викладення основного матеріалу.** Сферичному кінцевому фрезеруванню притаманна наступна особливість: січення зрізу є змінним (рис. 1) як у вертикальній площині, так і в горизонтальній (тоді як при фрезеруванні кінцевими фрезами з прямим торцем припуск змінюється тільки у горизонтальному перерізі). Через змінність сили різання по довжині різальної кромки, 4- та 5-осьова обробка суттєво відрізняються від 3-осьової, оскільки в них наявні 1 чи 2 додаткові координати, які дають можливість задавати кут нахилу фрези, так звані «кут обгону» та «кут відставання» – і, таким чином, виключати з обробки ділянку сферичної частини фрези, яка не ріже, а зминає матеріал [5].

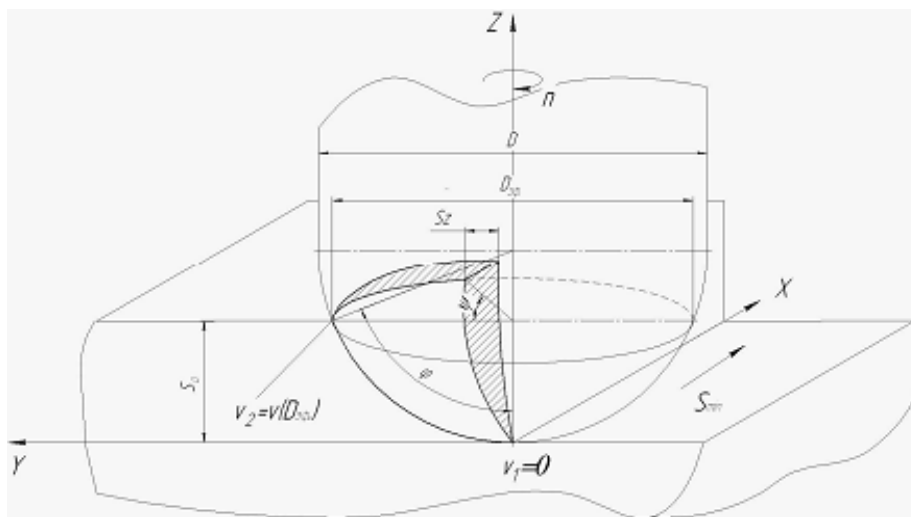


Рис. 1. Змінний переріз зрізу при обробці сферичною кінцевою фрезою

Внаслідок складності опису динаміки сил різання в світовій практиці має місце тенденція розробки динамічних моделей для кожного конкретного випадку (переважно спрямованих на вирішення конкретної практичної проблеми). Наприклад, у роботі [6] запропоновано просте наближене визначення площі зрізу  $i$ -го елемента за простою формулою через кут провертання фрези, знаючи її радіус та подачу. Потім запропоновані формули для визначення тангенціальної та нормальної складових сил різання через площу зрізу. Але у формулах фігурують коефіцієнти різання, які визначаються матеріалами фрези та

деталі і є емпіричними. Це робить дану модель недостатньо гнучкою та універсальною. Схожа модель запропонована і в роботі [7]. Детально ці моделі розглянуті нами в роботі [1].

Проаналізувавши напрямки робіт за силами різання як вітчизняних авторів (Внуков, Криворучко, Добротворський та ін.), так і іноземних [1], ми дійшли висновку, що недостатньо уваги приділяється аналізу коливань у процесі обробки та їхньому впливу на шорсткість обробленої поверхні та стійкість різального інструменту.

Це призводить до необхідності аналізу коливань різального інструменту як головної складової динаміки процесу різання. Існуючі двомірні динамічні моделі не в змозі достатньою мірою задовольнити потреби в точній імітації процесу, тому в рамках даної роботи ми проведемо просторовий аналіз системи «інструмент–деталь».

Порівняно з рештою елементів технологічної оброблювальної системи (ТОС), фреза є найменш жорстким елементом. Тому для розгляду кінетичної енергії ми розглядаємо виключно параметри її руху, приймаючи, що шпindel, пристосування, напрямні верстата, серводвигуни тощо, є абсолютно жорсткими.

Фреза має певну масу, виліт, радіус і здійснює обертальний і поступальний рухи по трьох осях. Отже кінетична енергія буде визначатися за такою формулою:

$$E_{\text{кін}} = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{m_{\text{фр}} S_{\text{хв}}^2}{2}, \quad (1)$$

де  $I$  – момент інерції фрези;  $\omega$  – кутова швидкість фрези;  $m_{\text{фр}}$  – маса фрези;  $S_{\text{хв}}$  – хвилинна подача, яка характеризує хвилинну швидкість поступального руху фрези.

З іншого боку, кінетична енергія поділяється на п'ять складових роботи: пластичну деформацію; пружну деформацію, яка завжди передує пластичній; тертя по передній поверхні; тертя по задній; утворення нової поверхні (робота диспергування–поділу).

Сума робіт пружної деформації і диспергування–поділу складає близько 1 % від загальної роботи, тому ними нехтують [8]. Залишаються 3 складові роботи:

$$E_{\text{кін}} = A(F_s) + A(F_{\text{дБ}}^{\text{II}}) + A(F_{\text{дБ}}^{\text{CI}}). \quad (2)$$

Пластичну деформацію справедливо представляти у вигляді деформації зсуву [8]. Тобто для визначення першої складової нам потрібно з'ясувати силу зсуву  $F_s$ .

Вона визначається за такою формулою:

$$F_s = G \cdot A \cdot \text{tg}(\theta), \quad (3)$$

де  $G$  – модуль зсуву;  $A$  – площа, на яку діє сила; кут  $\theta$  – кут між напрямком дії сили і площиною зсуву (рис. 2).

Кут  $\theta$ , згідно з рисунком 2, визначається як:

$$\theta = \beta - \gamma. \quad (4)$$

Тут  $\gamma$  – передній кут. З рисунка 2 видно, що  $\sin \theta = \frac{S_z \cdot \cos \Omega}{a}$ , де  $a$  – товщина стружки, що утворюється;  $S_z$  – подача на зуб; кут  $\Omega$  враховує поворот фрези. В свою чергу, відношення

$\frac{a}{S_z \cdot \cos \Omega}$  є нічим іншим, як коефіцієнтом потовщення стружки  $K_a$ .

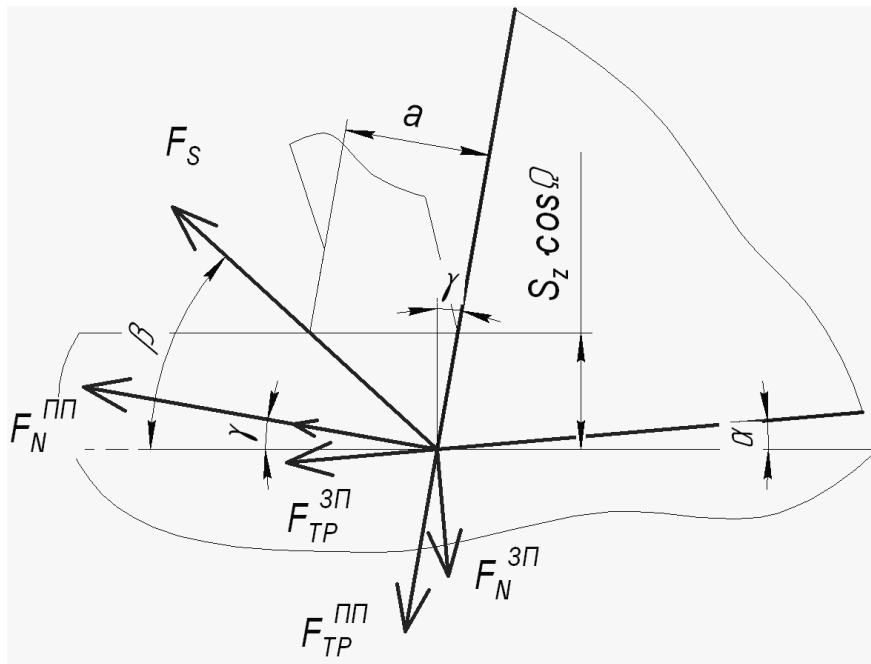


Рис. 2. Схема дії складових сил різання

$$K_a = \frac{1}{\sin(\beta - \gamma)}; \quad (5)$$

$$K_a^2 = \frac{1}{\sin^2(\beta - \gamma)} = 1 + \text{ctg}^2(\beta - \gamma); \quad (6)$$

$$\text{tg}(\beta - \gamma) = \frac{1}{\sqrt{K_a^2 - 1}}. \quad (7)$$

Враховуючи отримане значення тангенса кута, формула для знаходження сили зсуву буде мати вигляд:

$$F_s = G \cdot A \cdot \frac{1}{\sqrt{K_a^2 - 1}}. \quad (8)$$

Для визначення площі  $A$  поглянемо на рисунок 3.

Заштрихована область – це і є шукана площа. Ми можемо знайти її без застосування інтегрування (в більшості практичних випадків це виявляється справедливим в силу простоти опису припуску):

$$\text{tg} \varphi = \frac{\Delta Z}{S_z \cdot \cos \Omega}; \quad (9)$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\Delta Z}{S_z \cdot \cos \Omega}; \quad (10)$$

$$A = \frac{S_z \cdot \cos \Omega}{\cos \varphi} h_{np}. \quad (11)$$

У формулі (11)  $h_{np}$  – це висота припуску на даному проході.

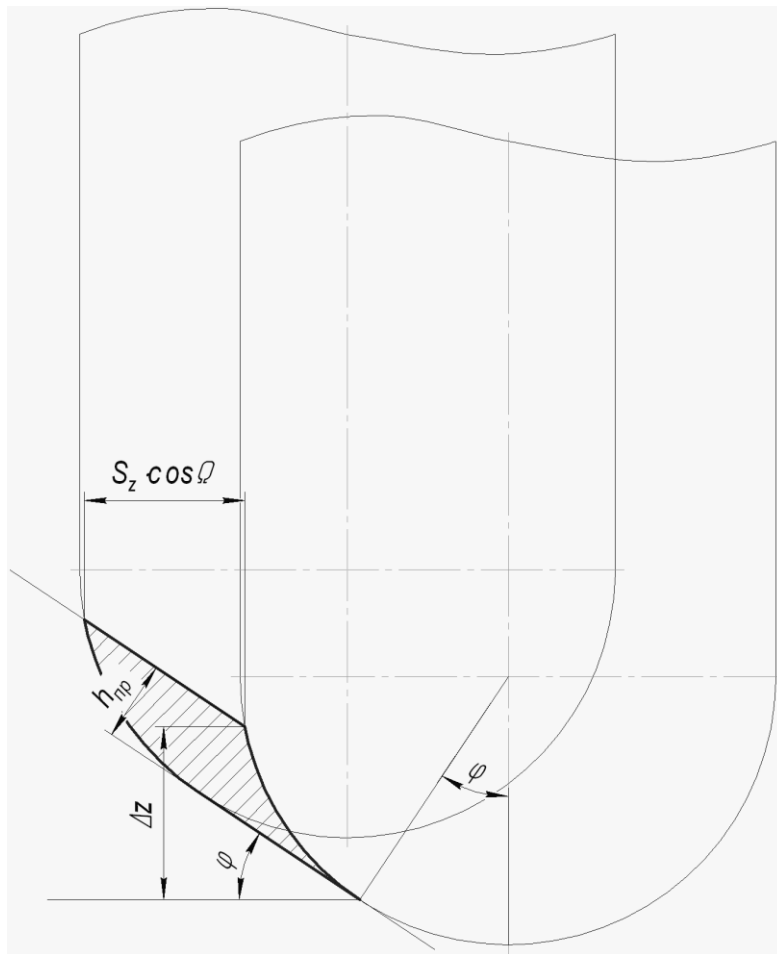


Рис. 3. Визначення площі шару, що зрізується

$$\cos \varphi = \cos \arctg \frac{\Delta Z}{S_z \cdot \cos \Omega} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\Delta Z}{S_z \cdot \cos \Omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \Omega + \left( \frac{\Delta Z}{S_z} \right)^2}}. \quad (12)$$

Отже, підставивши значення косинуса кута  $\varphi$ , одержимо таку формулу:

$$A = h_{np} \cdot S_z \cdot \cos \Omega \sqrt{\cos^2 \Omega + \left( \frac{\Delta Z}{S_z} \right)^2}. \quad (13)$$

Тепер ми можемо функціонально визначити силу зсуву:

$$F_s = G \cdot h_{np} \cdot S_z \cdot \cos \Omega \cdot \frac{\sqrt{\cos^2 \Omega + \left( \frac{\Delta Z}{S_z} \right)^2}}{\sqrt{K_a^2 - 1}}. \quad (14)$$

Сили тертя на передній і на задній поверхнях мають різну причину виникнення. Сила тертя на передній поверхні виникає внаслідок руху по ній пластично деформованого припуску при перетворенні його в стружку. Сила тертя на задній поверхні яскраво виражена при виникненні фаски зносу при пружній деформації обробленої поверхні. Сила тертя по передній поверхні для заточеного інструменту має більш виражений характер і є більш простою для аналітичного визначення.

У першому наближенні коефіцієнт тертя  $\mu$  матеріалу заготовки по поверхні різального клина можна визначити, виходячи тільки з марок матеріалів поверхонь тертя. Отже визначити його експериментальним шляхом не складає ніяких труднощів.

На рисунку 4 зображені сили, що мають місце при зрізанні припуску. В першу чергу ми розглянемо силу зсуву  $F_s$  і силу тертя по передній поверхні  $F_{TP}^{III}$ .

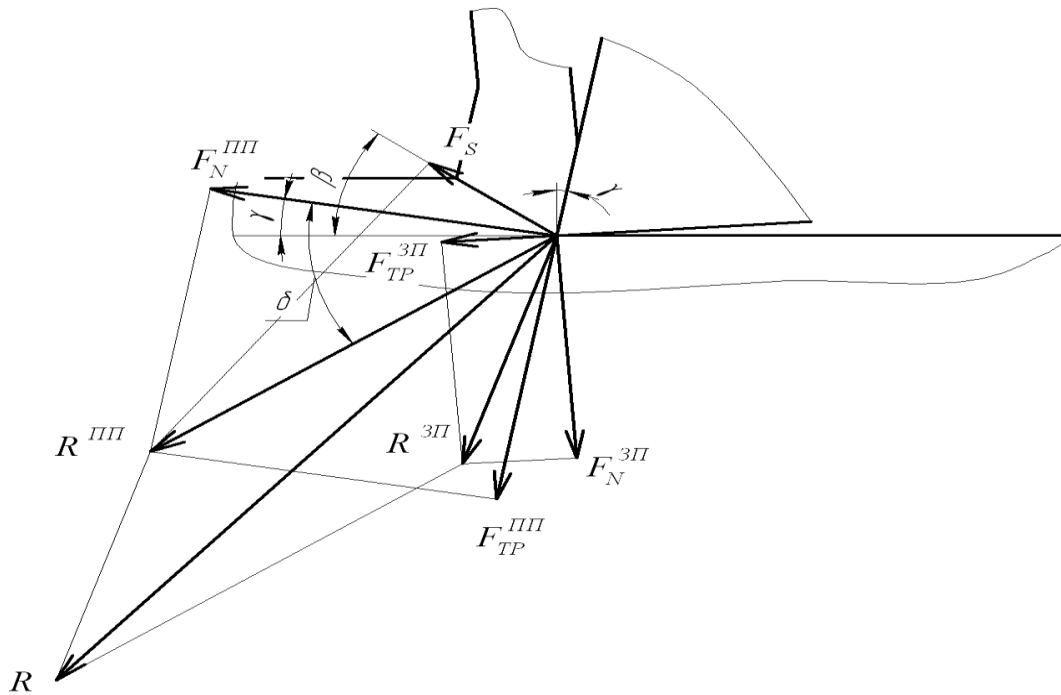


Рис. 4. Схема для визначення результуючої сили різання

Виведемо формулу для визначення сили тертя по передній поверхні.

$$\cos \delta = \frac{F_N^{III}}{R^{III}}; \quad (15)$$

$$\cos(\delta + \beta - \gamma) = \frac{F_S}{R^{III}}; \quad (16)$$

$$F_N^{III} = \frac{F_S \cos \delta}{\cos(\delta + \beta - \gamma)}, \quad (17)$$

де  $\operatorname{tg} \delta = \frac{F_{\partial D}^{II}}{F_N^{II}} = \mu$  – коефіцієнт тертя.

$$\delta = \operatorname{arctg} \mu; \quad (18)$$

$$\cos \delta = \operatorname{cosarctg} \mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}; \quad (19)$$

$$\cos(\delta + \beta - \gamma) = \cos(\delta + \theta) = \cos \delta \cdot \cos \theta - \sin \delta \cdot \sin \theta \quad (20)$$

;

$$\sin \theta = \frac{1}{K_a}; \quad (21)$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{K_a^2 - 1}}{K_a}; \quad (22)$$

$$\sin \delta = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \quad (23)$$

Підставивши (19), (21), (22), (23) в (20), отримуємо:

$$\cos(\delta + \theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \cdot \frac{\sqrt{K_a^2 - 1}}{K_a} - \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \cdot \frac{1}{K_a}. \quad (24)$$

Після спрощення:

$$\cos(\delta + \theta) = \frac{1}{K_a \sqrt{1 + \mu^2}} \cdot (\sqrt{K_a^2 - 1} - \mu). \quad (25)$$

Після підстановки (19) і (25) в (17) отримуємо:

$$F_N^{III} = F_S \frac{K_a}{\sqrt{K_a^2 - 1} - \mu}. \quad (26)$$

Відповідно, сила тертя по передній поверхні буде визначатися:

$$F_{TP}^{III} = \mu \cdot F_N^{III} = \mu \cdot F_S \frac{K_a}{\sqrt{K_a^2 - 1} - \mu}. \quad (27)$$

*Експериментальна частина.* Були проведені порівняльні досліди для трьох випадків – фрезерування зразка із заглибленням фрези на її  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  і на  $\frac{3}{4}$  радіуса відповідно. Обробка проводилася на фрезерному оброблювальному центрі Victor VC-85 дослідного зразка з матеріалу Сталь 3 твердосплавною сферичною кінцевою фрезою діаметром 6 мм. Вихідні дані досліду наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

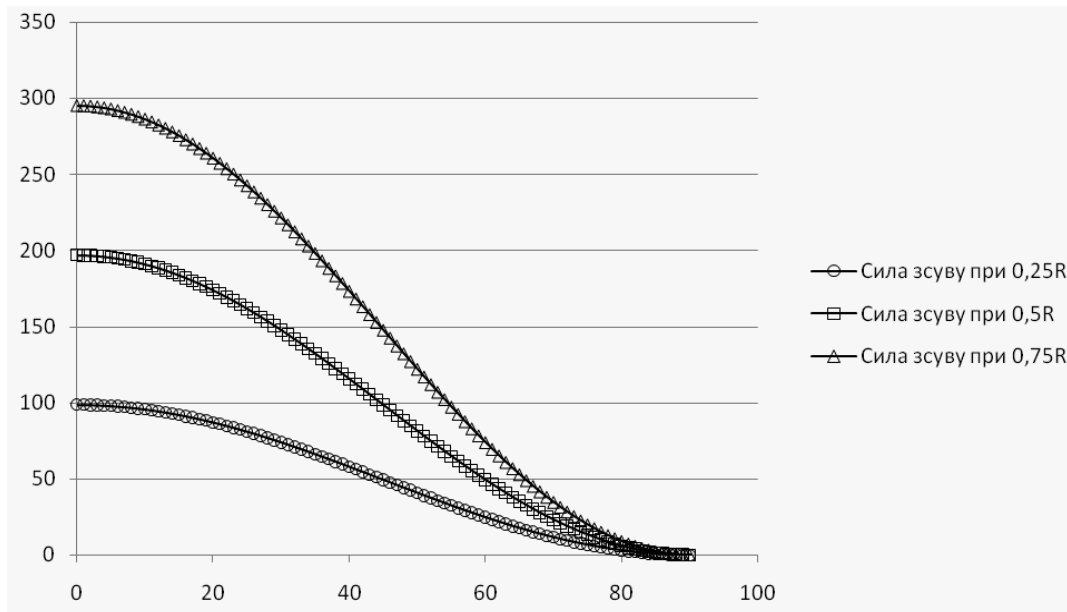
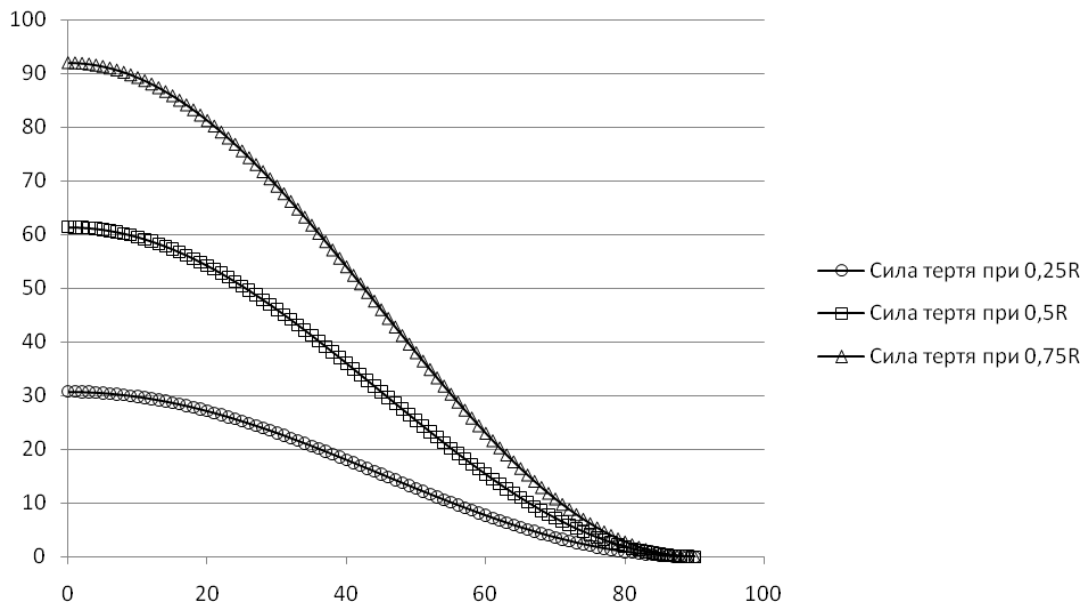
Показник	Значення
Радіус фрези, мм	3
Виліт фрези, мм	30
Глибина різання $\frac{1}{4}R$ , мм	0,75
Глибина різання $\frac{1}{2}R$ , мм	1,5
Глибина різання $\frac{3}{4}R$ , мм	2,25
Подача на зуб, мм	0,02
Частота обертання шпинделя, об./хв.	1500
Матеріал заготовки	Сталь3
Матеріал фрези	T15K6 (аналог)
Модуль зсуву, ГПа	82

Вимірявши товщину стружки за допомогою мікроскопа моделі УІМ-21, за формулою  $K_a = \frac{a}{t}$ , де  $a$  – товщина стружки,  $t$  – припуск на зуб, ми визначили коефіцієнт потовщення стружки. За формулами (14) та (27) ми визначили сили зсуву та тертя по передній поверхні для кожного досліду. Розраховані дані наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Показник	Значення
Середнє значення вимірної товщини стружки, мм	0,08
Коефіцієнт потовщення стружки	4
Коефіцієнт тертя	0,28
Максимальне значення сили зсуву для $\frac{1}{4}R$ , Н	98,40
Максимальне значення сили тертя по передній поверхні для $\frac{1}{4}R$ , Н	30,67
Максимальне значення сили зсуву для $\frac{1}{2}R$ , Н	196,80
Максимальне значення сили тертя по передній поверхні для $\frac{1}{2}R$ , Н	61,35
Максимальне значення сили зсуву для $\frac{3}{4}R$ , Н	295,20
Максимальне значення сили тертя по передній поверхні для $\frac{3}{4}R$ , Н	92,02

На рисунках 5 і 6 у вигляді графіків наочно продемонстровані залежності сил зсуву і тертя від кута повертання фрези і порівняно для трьох експериментів. По осі X кут повороту фрези в градусах, по осі Y сила в ньютонках.

Рис. 5. Сили зсуву при  $1/4R$ ,  $1/2R$  та  $3/4R$ Рис. 6. Сили тертя при  $1/4R$ ,  $1/2R$  та  $3/4R$ 

**Висновок.** В роботі розглянуті динамічні складові процесу різання сферичними фрезами, а саме сили зсуву та тертя по передній поверхні зуба фрези в ході зрізання припуску. Виведені формули для визначення зазначених складових сил та проведений підтверджувальний дослід. Слід звернути увагу, що в межах даної роботи для загальної картини сил різання сферичними кінцевими фрезами не розглянута сила тертя по задній поверхні та не розглянуті втрати на нагрівання в процесі різання. В подальшій роботі слід доопрацювати ці дві складових різання, що дасть достатньо точне уявлення про енергетичний обмін у процесі обробки. Маючи інформацію про кінетичну енергію в межах системи інструмент–деталь, можна буде дослідити коливання фрези, що суттєво впливають на якість обробленої поверхні.

**Список використаної літератури:**

1. Штегін О.О. Аналіз методів підвищення ефективності обробки сферичними кінцевими фрезами на верстатах з ЧПК / О.О. Штегін // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2011. – № 4 (59). – С. 21–27.
2. Юмашев В.С. Забезпечення постійної шорсткості при фрезеруванні 3D поверхонь сферичними кінцевими фрезами на верстатах з ЧПК / В.С. Юмашев, О.О. Штегін // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – Житомир, 2010. – № 2 (53). – С. 56–60.
3. Юмашев В.С. Шорсткість поверхні при растровому фрезеруванні сферичними фрезами просторово-складних поверхонь / В.С. Юмашев, О.А. Степчин // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – Житомир, 2011. – № 1 (56). – С. 32–37.
4. Юмашев В.С. Елементи процесу різання і параметри шару, що зрізується при фрезеруванні сферичними фрезами просторово-складних поверхонь / В.С. Юмашев, О.А. Степчин // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – Житомир, 2011. – № 3 (58). – С. 91–97.
5. Внуков Ю.Н. Особенности расчета составляющих силы резания при торцевом фрезеровании сферическими фрезами / Ю.Н. Внуков, А.Г. Саржинская // Сучасні технології в машинобудуванні : зб. наук. пр. – Харків : НТУ «ХП», 2010. – С56 Вип. 5. – 350 с. – С. 12–17.
6. Onozuka: Analysis of Cutting Forces in Ball End Milling , 2000 Proceedings ASPE (2000).
7. M. Ben Said, A. Ben Amara, W. Bouzid, R. Fredj. Cutting force modelling in machining with ball end milling.
8. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов / В.Ф. Бобров. – М. : Машиностроение, 1975. – 344 с.

ЮМАШЕВ Володимир Євгенович – кандидат технічних наук, доцент кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- робототехніка;
- верстати з ЧПК.

ШТЕГІН Олексій Олександрович – аспірант кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- обробка на верстатах з ЧПК;
- САМ/САЕ-системи.

Стаття надійшла до редакції 25.10.2012