УДК 621.317.533.275

В.Б. Бенедицький, ст. викл.
Л.Ю. Козак, аспір.
А.В. Яворська, аспір.
Житомирський державний технологічний університет

РАДІОХВИЛЬОВИЙ МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ ВОЛОГОСТІ МАТЕРІАЛІВ

(Представлено д.т.н., проф. Манойловим В.П.)

В статті розглянуто радіохвильовий метод вимірювання вологості твердих і сипучих матеріалів, який заснований на просвічуванні матеріалу мікрохвильовим випромінюванням, має нескладну методику вимірювання і є безконтактним методом.

Вступ. Вимірювання вологості сипучих і твердих матеріалів необхідне в багатьох галузях виробництва для контролю технологічних процесів [1, 2]. Визначення вологості шляхом зважування сухого і вологого зразків вимагає тривалого часу [3]. Серед методів, що забезпечують швидке і точне вимірювання вологості сипучих і твердих матеріалів, особливий інтерес представляють безперервні та безконтактні методи, при використанні яких не порушується їх цілісність. Перспективним методом вимірювання вологості матеріалів є радіохвильовий метод [4], заснований на використанні ефекту обертальної релаксації молекул води в НВЧ-полі, що призводить до поглинання енергії електромагнітної хвилі у вологому матеріалі [5, 6]. Висока чутливість радіохвильового методу обумовлена відмінністю діелектричної проникності води і сухого матеріалу. Даний метод отримав широке застосування через можливість отримання простих технічних рішень НВЧ вологомірів при нескладній методиці вимірювань. Перевагою даного методу є безконтактність вимірювань і можливість інтегральної оцінки вологості. Принцип, що лежить в основі даного методу, полягає у вимірюванні параметрів хвилі, що пройшла, та відбитої хвилі після взаємодії з матеріалом. На основі даного принципу реалізуються три схеми вимірювання вологи – за значенням поглинання енергії НВЧ-поля, значенням фазового зсуву НВЧ коливань і за параметрами відбитої від матеріалу хвилі [4]. Вимірювання вологості за поглинанням НВЧ енергії найбільш поширене в практиці НВЧ вологометрії [2, 3].

Постановка завдання. Вимірювання вологості матеріалів на НВЧ характеризується високою точністю і може проводитися без контакту з ними, що дозволяє здійснювати безперервні вимірювання великих об’ємів речовини. НВЧ-вологоміри широко використовуються для вимірювання і контролю вологості сировини, напівфабрикатів і готових виробів як у лабораторних, так і промислових умовах.

Викладення основного матеріалу. Одним із методів вимірювання вологості сипучих і твердих матеріалів є метод, заснований на просвічуванні матеріалу мікрохвильовим випромінюванням, причому вологість визначається по втратах потужності електромагнітної хвилі, що пройшла через зразок матеріалу. Послаблення, яке характеризує втрати НВЧ потужності, є функцією електричних властивостей матеріалу, через який проходить електромагнітна хвиля.

Розглянемо основні положення, які використовуються при подальшому розгляді поставленої задачі. При подальшому аналізі використовуються характеристики лінії передачі (ЛП) заповненої діелектриком з втратами. Тому, для зручності викладення коротко наводимо необхідні дані [7].

Хвильове число γ хвилі *H*- або *E*-типу, що розповсюджується в хвилеводі, заповненому діелектриком із втратами, дорівнює:

$$\gamma^2 = x^2 - \varepsilon^* k^2, \tag{1}$$

де x – хвильове число поперечного перерізу хвилеводу; k – хвильове число вільного простору; ε^* – комплексна відносна діелектрична проникність, що дорівнює:

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon'\left(1 - i\,\mathrm{tg}\delta\right), \tag{2}$$

де $\mathrm{tg}\delta = \dfrac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon}$ – тангенс кута діелектричних втрат.

Якщо підставити значення (2) у формулу (1), то отримаємо:

$$\gamma = \alpha + i\beta_\varepsilon, \tag{3}$$

де α – коефіцієнт затухання:

$$\alpha = \frac{k^2 \varepsilon' \mathrm{tg}\delta}{2\beta_\varepsilon}, \tag{4}$$

β_ε – хвильове число:

$$\beta_\varepsilon^2 = k^2\left[1-\left(\frac{x}{k}\right)^2\right]\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'-\left(\frac{x}{k}\right)^2}\right)^2\right]^{1/2}\right\}. \qquad (5)$$

Якщо $\varepsilon''=0$, то з (4) випливає звичайна формула для β_ε.

Якщо $\varepsilon''\neq 0$, але достатньо мале, порівняно з одиницею (що майже завжди виконується для більшості діелектриків), то формулу (5) можна дещо спростити:

$$\beta_\varepsilon^2 \approx k\sqrt{\varepsilon'-\frac{x^2}{k}}\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'-\frac{x^2}{k}}\right)^2\right]. \qquad (6)$$

Якщо не розглядати область значень довжин хвиль, при якій $x^2\approx\varepsilon'$, то другим доданком в квадратних дужках можна знехтувати:

$$\beta_\varepsilon^2 \approx k\sqrt{\varepsilon'-\frac{x^2}{k}}. \qquad (7)$$

При аналізі процесів розповсюдження хвиль вздовж хвилеводу широко використовується поняття хвилевих опорів. Для *H*- і *E*-хвиль ці опори рівні:

$$Z_H=\frac{i\omega\rho_0}{\gamma};\ Z_E=\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon_0\varepsilon^*}. \qquad (8)$$

Підставивши в ці формули значення γ (3), після перетворень отримаємо:

$$Z_H=\frac{\omega\mu_0}{\beta_\varepsilon}\left[\frac{1+i\frac{a}{\beta_\varepsilon}}{1+\left(\frac{a}{\beta_\varepsilon}\right)^2}\right]; \qquad (9)$$

$$Z_E=\frac{\beta_\varepsilon}{\omega\varepsilon'\varepsilon_0}\left[\frac{1+\frac{a}{\beta_\varepsilon}\operatorname{tg}\delta+i\left(\frac{a}{\beta_\varepsilon}-\operatorname{tg}\delta\right)}{1+\operatorname{tg}^2\delta}\right]. \qquad (10)$$

Якщо $\operatorname{tg}\delta$ малий, то, використовуючи значення для β_ε (7) і (5), отримаємо:

$$Z_H\approx Z'_H\left(1+i\frac{\alpha}{\beta_\varepsilon}\right); \qquad (11)$$

$$Z_E\approx Z'_E\left[1+i\left(\operatorname{tg}\delta-\frac{a}{\beta_\varepsilon}\right)\right], \qquad (12)$$

де Z'_H і Z'_E – хвильовий опір хвилеводів, заповнених діелектриком без врахування втрат.

Вираз $\frac{a}{\beta_\varepsilon}$ має вигляд:

$$\frac{a}{\beta_\varepsilon}=\frac{\varepsilon''}{2}\left(\frac{k}{\beta_0}\right)^2=\frac{\operatorname{tg}\delta}{2}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon'-\left(\frac{x}{k}\right)^2}. \qquad (13)$$

Якщо $\varepsilon'>>1>\left(\frac{x}{k}\right)^2$, то $\frac{a}{\beta_\varepsilon}\approx\frac{\operatorname{tg}\delta}{2}$ і:

$$Z_H \approx Z_H^{'}\left(1+i\frac{\mathrm{tg}\delta}{2}\right) \approx Z_H^{'}\left(1+i\frac{a}{\beta_0}\right); \tag{14}$$

$$Z_E \approx Z_E^{'}\left(1+i\frac{\mathrm{tg}\delta}{2}\right) \approx Z_E^{'}\left(1+i\frac{a}{\beta_0}\right). \tag{15}$$

Розділивши відповідні значення хвильових опорів хвилеводів без діелектриків на вирази (14) та (15), отримаємо нормовані хвильові опори $Z_{H_0}^{'}$ і $Z_{E_0}^{'}$:

для хвиль *H*-типу:

$$Z_{H_0}^{'} \approx Z_{H_0}\left(1-i\,\frac{a}{\beta_0}\right),\ Z_{H_0}^{'} = \frac{\sqrt{\varepsilon^{'}-\left(\frac{x}{k}\right)^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{k}\right)^2}}; \tag{14′}$$

для хвиль *E*-типу:

$$Z_{E_0}^{'} \approx Z_{E_0}\left(1-i\,\frac{a}{\beta_0}\right),\ Z_{E_0}^{'} = \frac{\sqrt{\varepsilon^{'}-\left(\frac{x}{k}\right)^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{k}\right)^2}}. \tag{15′}$$

Розглянемо нескінченний регулярний хвилевід з довільною формою поперечного перерізу (рис. 1). Перпендикулярно до осі хвилеводу розміщена діелектрична пластина, що перекриває хвилевід. Припустимо, що діелектрик, з якого виготовлена пластина, має втрати, а в стінках хвилеводу втрат немає. Нехай зліва на право розповсюджується хвиля одного будь-якого *H*- або *E*-типу.

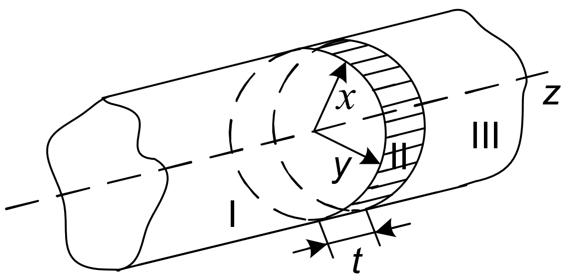

Рис. 1. Регулярний хвилевід з шаром діелектрика
(I, II, III – області хвилеводу)

Запишемо вирази для полів у областях I, II, III (рис. 1) в такому вигляді:

I область ($-\infty < z \le 0$):

$$E_t^I = \left[Ae^{+i\beta_0 z} + Be^{+i\beta_0 z}\right]\mathbf{s}_{\mathbf{h,e}};\ E_z^I = \left[Ae^{-i\beta_0 z} - Be^{+i\beta_0 z}\right]\mathbf{q}_e;$$
$$H_t^I = \left[Ae^{-i\beta_0 z} - Be^{+i\beta_0 z}\right]\frac{\mathbf{p}_{\mathbf{h,e}}}{Z_1};\ H_z^I = \left[Ae^{-i\beta_0 z} + Be^{+i\beta_0 z}\right]\mathbf{q}_{\mathbf{h}}. \tag{16}$$

II область ($0 \le z \le t$):

$$E_t^{II} = \left[Ce^{-\gamma z} + De^{+\gamma z}\right]\mathbf{s}_{\mathbf{h,e}};\ E_z^{II} = \left[Ce^{-\gamma z} - De^{+\gamma z}\right]\mathbf{q}_e;$$
$$H_t^{II} = \left[Ce^{-\gamma z} - De^{+\gamma z}\right]\frac{\mathbf{p}_{\mathbf{h,e}}}{Z_2};\ H_z^{II} = \left[Ce^{-\gamma z} + De^{+\gamma z}\right]\mathbf{q}_{\mathbf{h}}. \tag{17}$$

III область ($t \le z < +\infty$)

$$E_t^{III} = \left[Fe^{-i\beta_0 z}\right] \mathbf{s_{h,e}}; \; E_z^{III} = Fe^{-i\beta_0 z}\mathbf{q_e};$$
$$H_t^{III} = \left[Fe^{-i\beta_0 z}\right]\frac{\mathbf{p_{h,e}}}{Z_1}; \; H_z^{III} = Fe^{-i\beta_0 z}\mathbf{q_h}, \tag{18}$$

де *A*, *B*, *C*, *D* – невідомі амплітуди полів; *s*, *p*, *q* – векторні функції для *H*- і *E*-хвиль, що характеризують розподіл поля в поперечному перерізі хвилеводу; β_0, γ – хвильові числа; Z_1, Z_2 – ненормовані хвильові опори.

Множник $e^{+i\omega t}$ у виразах (16)–(18) опущено.

Прирівнюючи тангенціальні складові полів на границях областей I, II, III, отримаємо значення амплітуд:

$$B = \frac{\left(1 - Z^2\right)sh\theta}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} A; \tag{19}$$

$$C = \frac{\left(1 + Z\right)e^{\theta}}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} A; \tag{20}$$

$$D = \frac{-\left(1 - Z\right)e^{-\theta}}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} A; \tag{21}$$

$$F = \frac{2Ze^{t\varphi_0}}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} A, \tag{22}$$

де $\varphi_0 = \beta_0 t$; $\theta = \gamma t$; $Z = \dfrac{Z_1}{Z_2} = Z'_{H0,E0}$.

Зазначимо, що в прийнятих тут позначеннях константи *B*, *C*, *D*, *F* не мають розмірності поля. Для того, щоб отримати правильну розмірність, необхідно *A* замінити на $\dfrac{E_0}{z}\sqrt{\dfrac{s}{2}}$ (S – площа поперечного перерізу хвилеводу; *E* – напруженість електричного поля). Скрізь далі кінцеві результати представлено в безрозмірному вигляді.

Формули для амплітуд (19), (20) справедливі як для *H*-, так і для *E*-хвиль. Специфіка цих хвиль заключна в значеннях величин φ, θ і *Z*, які різні для *H*- і *E*-хвиль. Використовуючи значення амплітуд (19)–(22), можна записати формули для тангенціальних складових поля в областях I–III:

$$E_t^{I} = As_{h,e}e^{-i\beta_0 z} + \frac{\left(1 - Z^2\right)sh\theta}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} As_{h,e}e^{i\beta_0 z}; \tag{23}$$

$$E_t^{II} = 2As_{h,e}\frac{\left[Zch\theta(1-\xi) + sh\theta(1-\xi)\right]}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta}; \tag{24}$$

$$E_t^{III} = 2As_{h,e}\frac{Ze^{i\varphi_0}}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} e^{-i\beta_0 z}, \tag{25}$$

де $\xi = \dfrac{z}{t}$.

Аналогічно можна записати вирази і для поздовжніх складових полів E_z і H_z. Зокрема, для поля E_z маємо:

$$E_z^{I} = Aq_e e^{-i\beta_0 z} + \frac{\left(1 - Z^2\right)sh\theta}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} Aq_e e^{+i\beta_0 z}; \tag{26}$$

$$E_z^{II} = 2Aq_e\frac{\left[ch\theta(1-\xi) + Zsh\theta(1-\xi)\right]}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta}; \tag{27}$$

$$E_z^{III} = 2Aq_e\frac{Ze^{i\varphi_0}}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta} e^{-i\beta_0 z}. \tag{28}$$

З даних формул випливає, що коефіцієнт відбиття рівний:

$$R = \frac{B}{A} = \frac{\left(1 - Z^2\right)sh\theta}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta}, \tag{29}$$

а коефіцієнт передачі має вигляд:

$$T = \frac{F}{A} = \frac{2Ze^{i\varphi_0}}{\left(1 + Z^2\right)sh\theta + 2Zch\theta}. \tag{30}$$

Таким чином, вирази (23)–(25) для поля і формули для амплітуд хвиль (19)–(22) повністю вирішують завдання з визначення розподілу поля *H*- і *E*-хвиль у регулярному хвилеводі з діелектричною пластиною. Можна показати, що формули (29), (30) співпадають з відповідними виразами для коефіцієнта відбиття і передачі для хвиль у вільному просторі [3], відмінність полягає лише в значеннях Z і β, які для *H*- , *E*- і *TEM*-хвиль різні.

Щільність потужності втрат у діелектрику рівна [8]:

$$p = \frac{\omega e_0 \varepsilon''}{2}\left|E\right|^2. \tag{31}$$

Використовуючи значення сталої затухання a (4) і хвильового числа β_0 (7), формулу (31) можна записати в іншому вигляді:

$$p = \frac{a}{\rho}\frac{\beta_0}{k}\left|E\right|^2, \tag{32}$$

де ρ – хвильовий опір вільного простору.

Для хвиль *H*-типу електричне поле поперечне, тому:

$$\left|E\right|^2 = \left|E_t\right|^2. \tag{33}$$

У випадку *E*-хвиль поле містить як поперечну, так і поздовжню компоненти:

$$\left|E\right|^2 = \left|E_t\right|^2 + \left|E_z\right|^2. \tag{34}$$

Розглянемо спочатку випадок *H*-хвиль. Оскільки у хвилеводі використовуються діелектрики з малими втратами, то при подальшому аналізі доцільно обмежитись лише випадком малих значень $\mathrm{tg}\delta$, або, точніше, малих значень at. Враховуючи дане припущення, з формули (24) отримаємо:

$$\left|E_t''\right|^2 = \left|A\right|^2\left|s_h\right|^2 \times$$
$$\times \frac{4\left[Z_0^2\cos^2\varphi(1-\xi) + \sin^2\varphi(1-\xi) + 2Z_0 al(1-\xi) - Z_0\left(\dfrac{a}{\beta}\right)\sin 2\varphi(1-\xi)\right]}{4Z_0^2\cos^2\varphi + \left(1+Z_0^2\right)\sin^2\varphi + 4Z_0 al\left[Z_0^2 + 1 + \left(Z_0^2 - 1\right)\dfrac{\sin 2\varphi}{2\varphi}\right]}, \tag{35}$$

де Z_0 – відношення хвильових опорів хвилеводу без діелектрика і хвилеводу з діелектриком без втрат (14′), (15′); $\varphi = \beta_\varepsilon t$.

Оскільки окремі доданки малі, то в ряді випадків ними можна знехтувати:

$$\left|E_t''\right|^2 = \left|A\right|^2\left|s_h\right|^2 \frac{4\left[Z_0^2\cos^2\varphi(1-\xi) + \sin^2\varphi(1-\xi)\right]}{4Z_0^2\cos^2\varphi + \left(1+Z_0^2\right)\sin^2\varphi}. \tag{36}$$

Останній вираз зручний для аналізу і в багатьох випадках забезпечує достатню точність. Підставляючи (36) у формулу (32), отримаємо вираз для розподілу щільності втрат:

$$P_h = 2a\left(\frac{\beta_\varepsilon}{\beta_0}\right)\frac{\left|s_h\right|^2}{\int\limits_s\left|s_h\right|^2 ds}\frac{4\left[Z_0^2\cos^2\varphi(1-\xi) + \sin^2\varphi(1-\xi)\right]P_0}{4Z_0^2\cos^2\varphi + \left(1+Z_0^2\right)\sin^2\varphi}, \tag{37}$$

де P_0 – потужність хвилі, що падає на діелектрик:

$$P_0 = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\int\limits_s\left[E_t^I H_t^I\right]z_0 ds = \frac{\left|A\right|^2}{2Z_1}\int\limits_s\left|s_h\right|ds, \tag{38}$$

де z_0 – одиничний вектор.

Якщо електрична товщина діелектрика мала, то з (37) випливає:

$$P_h = 2a\left(\frac{\beta_\varepsilon}{\beta_0}\right)\frac{\left|s_h\right|^2}{\int\limits_s\left|s_h\right|^2 ds}P_0. \tag{39}$$

Повну потужність втрат P_{nm} у вікні можна знайти шляхом інтегрування потужності втрат за об'ємом вікна:

$$\frac{P_{nm}}{P_0} = \int_{\upsilon} p d\upsilon \approx \left(\frac{a}{\beta_\varepsilon}\right)\left(\frac{\beta_\varepsilon}{\beta_0}\right) \times$$
$$\times \frac{4\left[Z_0^2 + 1 + \left(Z_0^2 - 1\right)\frac{\sin 2\varphi}{2\varphi}\right]\varphi}{4Z_0^2 \cos^2\varphi + \left(1 + Z_0^2\right)\sin^2\varphi + 4Z_0^2\left(\frac{a}{\beta_\varepsilon}\right)\varphi\left[Z_0^2 + 1 + \left(Z_0^2 - 1\right)\frac{\sin 2\varphi}{2\varphi}\right]}. \tag{40}$$

При малих значеннях електричної товщини діелектрика $(\varphi << 1)$ з даної формули випливає, що відносна величина потужності втрат рівна:

$$\frac{P_{nm}}{P_0} \approx 2at\left(\frac{\beta_\varepsilon}{\beta_0}\right), \tag{41}$$

тобто втрати пропорційні товщині діелектрика t. У випадку великих товщин залежність більш складна. При достатньо великих, але скінченних значеннях $\varphi = \beta_\varepsilon, t$ і малих значеннях $at << 1$ з формули (41) випливає:

$$\frac{P_{\ddot{\imath}\eth}}{P_0}\left(\frac{\beta_\varepsilon}{a}\right) \approx \frac{4Z_0\left(1 + Z_0^2\right)\varphi}{4Z_0^2 + \left(1 - Z_0^2\right)^2 \sin^2\varphi}. \tag{42}$$

Розглянемо тепер випадок E-хвиль. Так само, як і для H-хвиль, можна було б проаналізувати квадрат поперечної складової і квадрат поздовжньої складової. Однак, якщо цікавитися лише сумарними втратами, то можна вчинити значно простіше. Із закону збереження енергії випливає, що потужність втрат рівна:

$$\frac{P_{nm}}{P_0} = 1 - |R|^2 - |T|^2, \tag{43}$$

де $|R|$ і $|T|$ визначаються за формулами (29), (30), які справедливі як для H-, так і для E-хвиль. Підставивши значення $|R|$ і $|T|$ в (43), отримаємо:

$$\frac{P_{\ddot{\imath}\eth}}{P_0} = 1 - \frac{\left|1 - Z^2\right|^3 |sh\theta|^2 - 4|Z|^2}{\left|\left(1 + Z^3\right)sh\theta + 2Zch\theta\right|^2}. \tag{44}$$

Ця формула дає можливість розрахувати повні втрати для обох типів хвиль. Обмежуючись випадком малих втрат і використовуючи значення для Z (14′),(15′) і для β_ε (7) (справедливі при $\varepsilon k^2 >> x^2$), з формули (44) отримаємо результат, що співпадає з (37), тобто як для H-, так і для E-хвиль втрати у вказаному наближенні розраховуються за однією і тією ж формулою (37). Так як поле H-хвиль визначається однією поперечною складовою, а E-хвиль – поздовжньою і поперечною, то співпадання результатів означає, що поздовжня складова напруженості електричного поля в випадку малих втрат (і при $\varepsilon k^2 >> x^2$) вносить незначну величину в загальні втрати, порівняно з поперечною складовою поля. В цьому можна переконатися при безпосередньому аналізі щільності втрат, обумовлених складовими E_t І E_z.

Розподіл втрат у поперечному перерізі визначається векторними функціями s, p, q (16)–(18), які в прийнятих тут позначеннях мають такий вигляд:

для H-хвилі:

$$s_h = \left[\nabla\psi \cdot z_0\right];\ p_h = \nabla\psi_h;\ q_h = \frac{ix_h^2}{\omega\mu_0}\psi_h \cdot z_0; \tag{45}$$

для E-хвилі:

$$s_e = \psi_e;\ p_e = \left[z_0, \nabla\psi\right];\ q_e = -\frac{x^2}{\gamma_e}\psi_e \cdot z_0, \tag{46}$$

де ψ_h і ψ_e – власні функції хвильового рівняння для поперечного перерізу хвилеводу. Ці функції дійсні, не залежать від властивостей середовища, що заповнює хвилевід і тому на ділянці хвилеводу без діелектрика і з діелектриком однакові. Власні функції ψ визначаються з точністю до константи, яка знаходиться за умови нормування:

$$\int_s \left|\psi_{e,h}\right|^2 ds = 1 \, ; \; \int_s \left|\nabla \psi_{e,h}\right|^2 ds = x_{e,h}^2 \, . \tag{47}$$

Підставляючи значення векторних функцій (45), (46), у формулу (32), для щільності втрат отримаємо:

$$p_h = 2aP_0\left(\frac{\beta_\varepsilon}{\beta_0}\right)\left[\frac{\left|\nabla \psi_e\right|^2}{x_e^2}\left|f_1(\gamma\xi)\right|^2\right], \tag{48}$$

де

$$\left|f_1(\gamma\xi)\right|^2 = 4\left|\frac{Zch\theta(1-\xi)+sh\theta(1-\xi)}{2Zch\theta+\left(1+Z^2\right)sh\theta}\right|^2 ; \tag{49}$$

$$p_e = 2aP_0\left(\frac{\beta_0\beta_\varepsilon}{k^2}\right)\left[\frac{\left|\nabla \psi\right|^2}{x_e^2}\left|f_1(\gamma\varepsilon)\right|^2 + \frac{x_e^2}{\left|\gamma\right|^2}\left|\psi_e\right|^2\left|f_2(\gamma\xi)\right|^2\right], \tag{50}$$

де

$$\left|f_2(\gamma\xi)\right|^2 = 4\left|\frac{ch\theta(1-\xi)+Zsh\theta(1-\xi)}{2Zch\theta+\left(1+Z^2\right)sh\theta}\right|^2 . \tag{51}$$

Таким чином, розподіл втрат у поперечному перерізі вікна повністю визначається власною функцією та її градієнтом:

У випадку прямокутного хвилеводу [6] власні функції рівні:

$$\begin{aligned} &\psi_{e.mn} = \frac{2}{\sqrt{ab}}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \, , \; x^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right); \\ &\psi_{h.mn} = \sqrt{\frac{(2-\delta_{0m})(2-\delta_{0n})}{ab}}\cos\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b} \, . \end{aligned} \tag{52}$$

Для круглого хвилеводу:

$$\begin{aligned} &\psi_{e.mn} = \sqrt{\frac{2}{\pi(1+\delta_{0m})}}\frac{J_m\left(\varepsilon_{mn}\frac{r}{a}\right)}{aJ_m(\varepsilon_{mn})}\frac{\sin}{\cos}m\varphi \, , \; x_{e.mn}^2 = \left(\frac{\varepsilon_{mn}}{a}\right)^2 ; \\ &\psi_{h.mn} = \sqrt{\frac{2}{\pi(1+\delta_{0m})}}\frac{\mu_{mn}}{a\sqrt{\mu_{mn}^2 - m^2}}\frac{J_m\left(\mu_{mn}\frac{r}{a}\right)}{J_m(\mu_{mn})}\frac{\sin}{\cos}m\varphi \, , \; x_{h.mn}^2 = \left(\frac{\mu_{mn}}{a}\right), \end{aligned} \tag{53}$$

причому найменші значення коренів ε_{mn} і μ_{mn} дорівнюють: ε_{01} = 2,405; ε_{11} = 3,832; ε_{21} = 5,135; μ_{11} = 1,840; μ_{21} = 3,054; μ_{01} = 3,830.

Розглянемо розподіл щільності втрат для деяких видів хвиль, що використовуються найбільш часто.

Прямокутний хвилевід

Хвиля типу H_{10}. Використовуючи вирази (52) і (48), отримаємо:

$$p_{h10} = \frac{4P_0aZ_0}{ab}\sin^2\frac{\pi x}{a}\left|f_1(\beta_\varepsilon, \xi)\right|^2 . \tag{54}$$

Максимум щільності втрат розміщений у центрі широкої стінки хвилеводу. По висоті хвилеводу щільність втрат постійна. Як випливає з виразу (54) біля 80 % всієї потужності втрат виділяється в центрі пластини на ділянці шириною $\frac{a}{2}$ (рис. 1).

Хвиля типу E_{11}. Розподіл щільності втрат у даному випадку визначається виразом:

$$p_{e11} = \frac{8aP_0Z_0}{ab}\left[\frac{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2\cos^2\frac{\pi x}{a}\sin^2\frac{\pi y}{b} + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2\sin^2\frac{\pi x}{a}\cos^2\frac{\pi y}{a}}{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2}\left|f_1(\beta_\varepsilon, \xi)\right|^2 + \right. \tag{55}$$

$$+\frac{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi}{b}\right)^2}{|\gamma|^2}\sin^2\frac{\pi x}{a}\sin^2\frac{\pi y}{a}\left|f_2(\beta_\varepsilon,\xi)\right|^2\Bigg].$$

Розподіл поля по перерізу хвилеводу у випадку E-хвилі залежить від довжини хвилі. Зокрема по мірі наближення до критичної довжини хвилі другий доданок (55) збільшується.

Круглий хвилевід

Хвиля типу H_{11}. Використовуючи вираз для власної функції $\psi_{h.11}$ (53) і формулу (48), отримаємо:

$$p_{h11}=\frac{4aP_0Z_0}{\pi a^2\left(1-\frac{1}{\mu_{11}^2}\right)}\left[\frac{J_1^2\left(r\frac{\mu_{11}}{a}\right)}{J_1^2(\mu_{11})}\cos^2\varphi+\left(\frac{a}{\mu_{11}r}\right)^2\frac{J_1^2\left(r\frac{\mu_{11}}{a}\right)}{J_1^2(\mu_{11})}\sin^2\varphi\right]\left|f(\beta_\varepsilon,\xi)\right|^2. \quad (56)$$

Максимум щільності втрат розташований у центрі хвилеводу (рис. 1).

Хвиля типу E_{10}. Розподіл щільності втрат для хвилі E_{10}-типу визначається за формулою:

$$q_{e10}=\frac{2aP_0Z_0}{\pi a^2J_1^2(\varepsilon_{01})}\left[J_1^2\left(\varepsilon_{01}\frac{r}{a}\right)\left|f_1(\beta_\varepsilon,\xi)\right|^2+\frac{\left(\frac{\varepsilon_{01}}{a}\right)^2}{|\gamma|^2}J_0^2\left(\varepsilon_{01}\frac{r}{a}\right)\left|f_2(\beta_\varepsilon,\xi)\right|^2\right]. \quad (57)$$

Виражена в децибелах величина затухання потужності, що пройшла через шар матеріалу в лінії передачі, визначається виразами (9), (10):

$$N=10\lg\frac{P_{\text{ïàä}}}{P_{\text{ïð}}}=8{,}686\alpha t, \quad (58)$$

де $P_{пад}$ і $P_{пр}$ – потужність, що падає на шар матеріалу і проходить через нього.

Стала затухання α є функцією електричних параметрів ε^* і $\mathrm{tg}\delta$, які, як було сказано вище, зв'язані з вологістю матеріалу. Звідси випливає, що величина затухання також залежить від вологості матеріалу і може бути мірою його вологості.

Висновки. В даній роботі розглянутий метод вимірювання вологості твердих і сипучих матеріалів.

Якщо діелектрична проникність шару матеріалу така, що $\varepsilon' \geq 1 \geq \left(\frac{x}{k}\right)^2$ і малі втрати, то першому наближенні, стала затухання для всіх типів хвиль і форм ліній передачі визначається лише діелектричною проникністю, тангенсом кута втрат і довгої хвилі. Щільність втрат розподілена неоднорідно за товщиною шару матеріалу. Розподіл втрат по поперечному перерізі шару матеріалу нерівномірний. При малій товщині шару матеріалу величина повної потужності втрат пропорційна товщині (t) коефіцієнта затухання і відношенню хвильових опорів лінії передачі без матеріалу із матеріалом.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Мелкумян В.Е.* Обеспечение единства измерений влажности твердых материалов / *В.Е. Мелкумян*. – М., 1975. – 120 с.
2. *Кричевский Е.С.* Высокочастотный контроль влажности при обогащении полезных ископаемых / *Е.С. Кричевский*. – М. : Недра, 1972. – 238 с.
3. *Бензарь В.К.* Техника СВЧ влагометрии / *В.К. Бензарь*. – Минск : Высшая школа, 1974. – 185 с.
4. *Викторов В.А.* Радиоволновые измерения параметров технологических процессов / *В.А. Викторов, Б.В. Лункин, А.С. Совлуков*. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 206 с.
5. *Федоткин И.М.* Физико-технические основы влагометрии в пищевой промышленности / *И.М. Федоткин, В.П. Клочков*. – К. : Техника, 1974. – 152 с.
6. *Ястребов О.И.* Применение техники СВЧ в целюлозно-бумажном производстве / *О.И. Ястребов*. – М. : Лесная промышленность, 1977. – 220 с.
7. *Митрохин В.Н.* Электродинамика и распространение радиоволн / *В.Н. Митрохин*. – М. : Рудомино, 2010. – 210 с.

8. Электродинамика и распространение радиоволн / *В.А. Неганов, О.В. Осипов, С.Б. Раевский и др.* – М. : Радио и связь, 2009. – 774 с.
9. *Митрохин В.Н.* Электродинамические свойства материальных сред / *В.Н. Митрохин*. – М. : Изд-во МГТУ им. М.Э. Боумана, 2011. – 150 с.
10. *Гридин В.Н.* Электродинамика структур крайневысоких частот / *В.Н. Гридин, Е.И. Нефедов, Т.Ю. Черникова*. – М. : Наука, 2002. – 359 с.

БЕНЕДИЦЬКИЙ Василь Борисович – старший викладач кафедри радіотехніки та телекомунікацій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:
– радіохвильові методи вимірювання.

КОЗАК Лілія Юріївна – аспірант кафедри радіотехніки та телекомунікацій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:
– радіохвильові методи вимірювання;
– вимірювання вологості матеріалів.

ЯВОРСЬКА Анна Валеріївна – аспірант кафедри радіотехніки та телекомунікацій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:
– радіохвильові методи вимірювання;
– вимірювальна апаратура.

Подано 19.10.2011