

УДК 621.317

Ю.О. Шавурський, доц.
Т.О. Єльнікова, к.т.н., доц.

Житомирський державний технологічний університет

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ МОТОРНОГО ПАЛИВА ЯК В'ЯЗКОЇ РІДИНИ
ЧЕРЕЗ ТЕРМОАНЕМОМЕТРИЧНИЙ ВИТРАТОМІР

У даній статті викладено матеріали розрахунку теплового балансу нагрівника у рухомому потоці моторного палива через термоанемометричний витратомір і отримано формули для визначення витрати біопалива.

Вступ. Принцип дії нового високоточного витратоміра полягає в нагріванні потоку моторного палива та вимірюванні розподілу температурного поля, створеного нагрівником у цьому потоці. Зміни температурного поля вздовж потоку моторного палива пов'язані певною функціональною залежністю з величиною витрат цього палива. Тому вимірюючи розподіл температурного поля вздовж осі потоку моторного палива, можна з високою точністю визначити його витрати. Для цього розроблено математичну модель температурного поля та визначено конкретний вигляд вказаної функціональної залежності.

Аналіз досліджень, в яких започатковано вирішення даної проблеми і на які спирається автор. У роботі проведено аналіз моделі температурного балансу нагрівника в рухомому потоці в'язкої рідини через термоанемометричний витратомір.

Мета роботи – розрахунок теплового потоку між поверхнею нагрівника і середовищем біопалива для визначення об'ємної витрати моторного палива.

Викладення основного матеріалу статті. Під час руху моторного палива як в'язкої рідини через витратомір між його окремими шарами виникають сили тертя, викликані в'язкістю. Якщо моторне паливо рухається в напрямку \vec{Ox} зі швидкістю $V_n = f(y)$ (рис. 1), то виникають дотичні напруги зрушення (тертя) F_{nx} , що мають розмірність тиску і пропорційну похідній від швидкості по нормалі до напрямку потоку:

$$F_{nx} = \mu_n \frac{\partial V_x}{\partial y}. \quad (1)$$

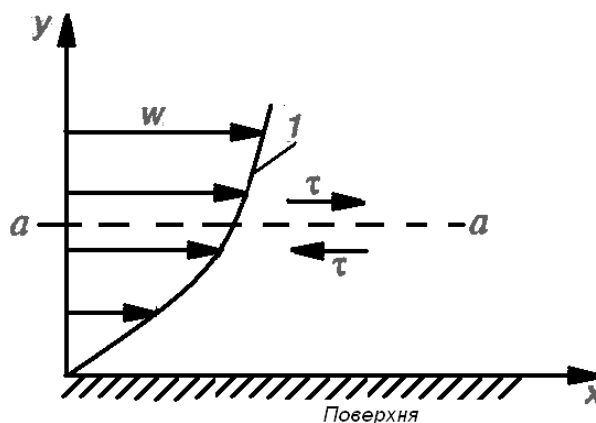


Рис. 1. Рух моторного палива як в'язкої рідини через витратомір

Моторне паливо як в'язка рідина, що відповідає рівнянню (1), вважається ньютонівською рідиною, тобто рідиною, що не стискається в процесі руху через витратомір. Коефіцієнт пропорційності μ_n в рівнянні (2), є коефіцієнтом динамічної в'язкості моторного палива і представляє собою імпульс сили, віднесений до одиниці поверхні. Цей коефіцієнт характеризує в'язке тертя в моторному паливі й дорівнює:

$$\mu_n = \rho_n \nu_n, \quad (2)$$

де ρ_n – густина моторного палива; ν_n – коефіцієнт кінематичної в'язкості моторного палива.

В'язкість моторного палива суттєво залежить від температури. Особливо актуальним це є для витратоміра, що експлуатується на автомобільному транспорті в змішаних кліматичних умовах. Для

моторних палив з альтернативної сировини цей критерій також може змінюватися в широких межах. Але моторне паливо з альтернативної сировини завжди має більшу в'язкість, ніж традиційні моторні палива і ця в'язкість суттєво збільшується при низьких температурах.

Все це треба враховувати при розробці нового витратоміра. Математичною моделлю руху моторного палива як в'язкої рідини через витратомір є рівняння Нав'є-Стокса. Для ізотермічної течії ($\mu_n = \text{const}$) нестиснутої рідини моторного палива ($\rho_n = \text{const}$):

$$\rho_n \frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} = -\text{grad} \mathcal{E}_n + (v_n \nabla^2 \vec{V}_n + \vec{g}) \mathcal{E}_n, \quad (3)$$

де \mathcal{E}_n – зовнішня сила, що діє на моторне паливо, заставляє його рухатися через витратомір; \vec{g} – прискорення сили ваги. Ліва частина рівняння (3) є силою інерції елемента об'єму рідини, записану в загальному вигляді. Права частина – сума сил, що діють на елемент об'єму рідини: 1) зовнішня сила, що діє на моторне паливо та заставляє його рухатися через витратомір; 2) сила в'язкого тертя; 3) сила ваги.

У найпростішому випадку за відсутності сил тиску ($\text{grad } p = 0$) і нехтуючи силою ваги, $\vec{g} \rho = 0$, на основі (3) отримаємо:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}_n, \text{grad}) \vec{V}_n = \nu \nabla^2 \vec{V}_n, \quad (4)$$

де $(\vec{V}_n, \text{grad}) \vec{V}_n$ – конвективне прискорення, пов'язане із залежністю швидкості \vec{V}_n від координати y (рис. 2).

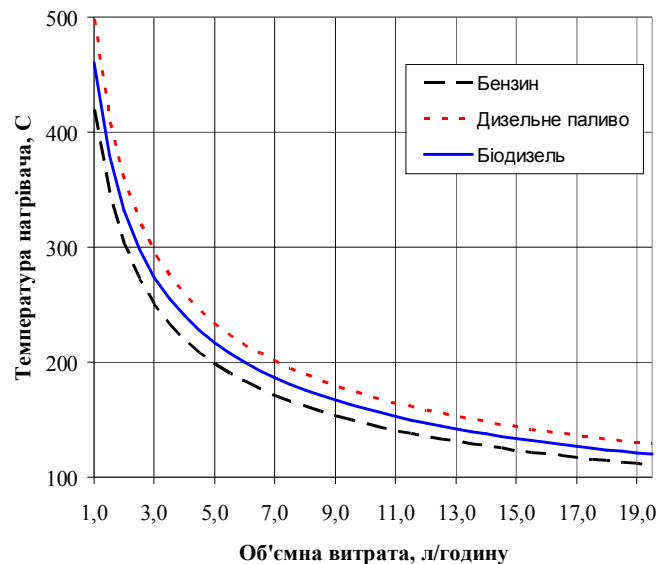


Рис. 2. Результати моделювання температурного балансу нагрівника в рухомому потоці моторного палива

Залежно від величини витрати та фізико-хімічних властивостей, моторне паливо може рухатися через витратомір у двох основних режимах руху: ламінарному і турбулентному.

При ламінарному режимі окремі шари моторного палива рухаються тільки в одному напрямку – паралельно і не взаємодіючи між собою (сили в'язкості між шарами набагато менші сил інерції кожного шару).

У реальних умовах експлуатації витратоміра значення швидкостей моторного палива V_n набагато більше, ніж зміни цієї швидкості згідно з (2) і (4), обумовлені в'язким тертям. Тому вважаємо, що $|V_n| = \text{const}$.

При турбулентному режимі, що виникає при збільшенні швидкості руху, взаємодія шарів потоку моторного палива призводить до їх хаотичного переміщення і зміщення. Кожна частка моторного палива одночасно робить нерівномірні коливання відносно деякого середнього положення. Тому математична модель турбулентного руху моторного палива має статистичний характер.

Перехід від ламінарного режиму руху до турбулентного визначається на основі критичного числа Рейнольдса. Число Рейнольдса $Ra = V_n \cdot L_n / \nu$ (L_n – характерний розмір), представляє відношення

сил інерції потоку моторного палива до сил в'язкості і названо на честь О.Рейнольдса, що відкрив це явище.

Величина $R\dot{a}_{e\theta}$ залежить від умов руху, швидкості, фізико-хімічних властивостей моторного палива потоку тощо. Так, при течії в трубці $R\dot{a}_{e\theta} \approx 2300...3000$. Тепловий потік нагрівника створюється за рахунок потужності $\dot{D}_{\dot{a}e\theta}$, що споживається нагрівником від джерела електричної потужності:

$$\dot{D}_{\dot{a}e\theta}(\dot{O}, \dot{O}_f) = i_j^2(t) \cdot R_{e,\dot{a}e\theta}(\dot{O}), \quad (5)$$

де $i_j(t)$ – струм, що протікає через котушку нагрівника; $R_{e,\dot{a}e\theta}(\dot{O})$ – електричний опір котушки нагрівника.

В загальному випадку струм через котушку нагрівника залежить від часу. Але в конструкції витратоміра нагрівник споживає постійну потужність від джерела. Тому $i_j(t) = i_j = \text{const}$. Вважаючи швидкість моторного палива постійною, та враховуючи стаціонарний тепловий режим витратоміра в процесі вимірювань, маємо:

$$\begin{aligned} R_{e,\dot{a}e\theta}(\dot{O}_f) &= R_{e,\dot{a}e\theta}(\dot{O}_f) + \eta_f (\dot{O}_f - \dot{O}_f) = \text{const}; \\ \dot{O}_f &= \text{const}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $R_{e,\dot{a}e\theta}(\dot{O}_f)$ – електричний опір котушки нагрівника при нормальних умовах ($T_O = 293 \text{ K}$); η_f – температурний коефіцієнт опору матеріалу котушки нагрівника; 2_f – поточна температура нагрівника в стаціонарному тепловому режимі витратоміра при $V_n = \text{const}$. Зауважимо, що додаткова похибка вимірювання витрат у нестационарному режимі може бути скомплектована згідно з [1].

Тепловий потік від нагрівника чисельно дорівнює потужності, що споживає нагрівник від електричного джерела. Цей тепловий потік передається через поверхню нагрівника до моторного палива.

На основі закону Ньютона для тепловіддачі отримуємо:

$$\dot{Q} = S_{\dot{a}e} \cdot \alpha_{\dot{f}} (\dot{O}_{\dot{f}} - \dot{O}_f), \quad (7)$$

де $\alpha_{\dot{f}}$ – коефіцієнт конвективної тепловіддачі моторного палива; $S_{\dot{a}e}$ – площа поверхні нагрівника, що контактує з моторним паливом; $\dot{O}_{\dot{f}}$ – початкова температура моторного палива на вході витратоміра; \dot{O}_f – температура поверхні нагрівника.

Будемо вважати, що нагрівник – це циліндр діаметром d_H та довжиною ℓ_H , що розташований поперек потоку моторного палива в трубці витратоміра, причому $\ell_H \gg d_H$. Тоді:

$$S_{\dot{a}e} \approx \pi d_H \ell_H. \quad (8)$$

Також будемо використовувати число Нусельта, що є безрозмірним коефіцієнтом тепловіддачі:

$$Nu = \frac{\alpha_{\dot{f}} \cdot L_f}{\chi_{\dot{f}}}, \quad (9)$$

де $\alpha_{\dot{f}}$ – коефіцієнт тепловіддачі моторного палива; L_f – характерний лінійний розмір нагрівника, для поперечного обтікання циліндра нагрівника біопаливом $L_f = d_H$.

Число Нусельта характеризує збільшення теплообміну за рахунок конвекції, порівняно з чисто молекулярним переносом теплоти.

З формули (9) отримуємо:

$$\alpha_{\dot{f}} = \frac{Nu \cdot \lambda_{\dot{f}}}{d_H}. \quad (10)$$

Таким чином, на основі формул (7)–(9) отримуємо вираз для теплового потоку від нагрівника:

$$\dot{Q} = \pi \ell_H \cdot Nu \cdot \lambda_{\dot{f}} (\dot{O}_{\dot{f}} - \dot{O}_f), \quad (11)$$

де Nu – середнє значення числа Нусельта по поверхні нагрівника.

Обчислимо число Нусельта. Згідно з [4], це число для випадку поперечного обтікання циліндра визначається виразом:

$$\bar{Nu} = 0,50 \text{Re}^{0,50} \cdot \text{Pr}^{0,37} \cdot A_t \cdot E_{\psi} \text{ при } \text{Re} = 5...10^3; \quad (12)$$

$$\bar{Nu} = 0,25 \text{Re}^{0,60} \cdot \text{Pr}^{0,37} \cdot A_t \cdot E_{\psi} \text{ при } \text{Re} = 10^3...(2 \cdot 10^5); \quad (13)$$

$$\bar{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,80} \cdot \text{Pr}^{0,40} \cdot A_t \cdot E_{\psi} \text{ при } \text{Re} = (2 \cdot 10^5)...10^7, \quad (14)$$

де $\text{Pr} = \frac{M_{\dot{f}} \cdot \tilde{N}_{\dot{f}}}{\lambda_{\dot{f}}}$ – число Прандтля, що характеризує подібність швидкісного і температурного поля

в потоці моторного палива; $M_{\dot{f}} = \rho_{\dot{f}} \cdot \nu_{\dot{f}}$ – коефіцієнт динамічної в'язкості моторного палива;

ρ_{fl} – густина моторного палива; ν_{fl} – коефіцієнт кінематичної в'язкості моторного палива; \tilde{N}_{fl} – теплоємність моторного палива; $\hat{A}_t = \left(\frac{Pr|_{T=T_{III}}}{Pr|_{T=T_I}}\right)^{0,25}$ – коефіцієнт, що враховує зміну густини, кінематичної в'язкості, теплопровідності і теплоємності моторного палива при його нагріванні; $E_\psi = 1 - 0,54 \cos^2 \psi$ при $30^\circ \leq \psi \leq 90^\circ$; ψ – кут між віссю циліндра нагрівника і напрямком потоку моторного палива.

Так як для течії в трубах, число Рейнольдса:

$$Re = \frac{V_n \cdot d_{\delta\delta}}{\nu_{fl}}, \tag{15}$$

де V_n – швидкість потоку моторного палива; $d_{\delta\delta}$ – діаметр трубки витратоміра.

Критичне значення числа Рейнольдса в цьому випадку $Re_{\delta\delta} \approx 2300..3000$. Тому формулу (12) будемо використовувати при низьких швидкостях та ламінарній течії моторного палива, формулу (13) – при середніх швидкостях та турбулентній течії моторного палива, а формулу (14) – при дуже високих швидкостях та турбулентній течії моторного палива.

Для спрощення розрахунків також будемо вважати, що $\hat{A}_t \approx 1,0$. Додаткова похибка, що виникає при цьому, може бути скомпенсована за рахунок процедур адаптації та навчання штучної нейронної мережі згідно з [4].

У даному випадку циліндр нагрівника розташований поперек потоку моторного палива, тому $\psi = 90^\circ$, а $E_\psi = 1 - 0,54 \cos^2 90^\circ = 1$.

Таким чином, на основі формул (11)–(15) маємо:

$$\begin{aligned} Q &= \pi l_H \cdot \hat{E}_1 \cdot Re^{\hat{E}_2} \cdot Pr^{K_3} \cdot \lambda_{fl} (\dot{O}_{III} - \dot{O}_I) = \\ &= \pi l_H \cdot \hat{E}_1 \cdot \left(\frac{V_n \cdot d_{\delta\delta}}{\nu_{fl}}\right)^{\hat{E}_2} \cdot (\mu_{fl} \cdot \tilde{N}_{fl})^{K_3} \cdot (\lambda_{fl})^{1-\hat{E}_3} (\dot{O}_{III} - \dot{O}_I), \end{aligned} \tag{16}$$

де $\hat{E}_1 = 0,50$; $\hat{E}_2 = 0,50$; $\hat{E}_3 = 0,37$ – для ламінарної течії моторного палива, коли $V_I = (5...10^3) \cdot \frac{V_{fl}}{d_{\delta\delta}}$, $\hat{E}_1 = 0,25$; $\hat{E}_2 = 0,60$; $\hat{E}_3 = 0,37$ – для турбулентної течії, коли $V_I = (10^3...2 \cdot 10^5) \cdot \frac{V_{fl}}{d_{\delta\delta}}$, $\hat{E}_1 = 0,023$; $\hat{E}_2 = 0,80$; $\hat{E}_3 = 0,40$ – для турбулентної течії з високою швидкістю, коли $V_I = (2 \cdot 10^5...10^7) \cdot \frac{V_{fl}}{d_{\delta\delta}}$.

Звідси температура нагрівника:

$$\dot{O}_I = \dot{O}_{III} - \frac{Q}{\pi l_H \cdot \hat{E}_1} \cdot \left(\frac{V_{fl}}{V_I \cdot d_{\delta\delta}}\right)^{\hat{E}_2} \cdot (\mu_{fl} \cdot \tilde{N}_{fl})^{K_3} \cdot (\lambda_{fl})^{1-\hat{E}_3}. \tag{17}$$

Так як $Q = -\dot{E}_{\delta\delta}$, то з формули (16) отримуємо для статичного режиму вимірювань ($V_n = \text{const}$):

$$\dot{O}_I = \dot{O}_{III} + \frac{P_{\delta\delta}}{\pi l_H \cdot \hat{E}_1} \cdot \left(\frac{V_{fl}}{V_I \cdot d_{\delta\delta}}\right)^{\hat{E}_2} \cdot (\mu_{fl} \cdot \tilde{N}_{fl})^{K_3} \cdot (\lambda_{fl})^{1-\hat{E}_3}. \tag{18}$$

Об'ємна витрата моторного палива:

$$W_{fl} = V_n \cdot S_{\delta\delta} = V_n \cdot \frac{\pi d_{\delta\delta}^2}{4},$$

де $S_{\delta\delta}$ – площа поперечного перерізу трубки у витратомірі.

Звідси:

$$V_n = \frac{4W_{fl}}{\pi d_{\delta\delta}^2}. \tag{19}$$

На основі формули (18) і (19) – маємо остаточний вираз для розрахунку температури нагрівника в статичному режимі вимірювань $V_n = \text{const}$:

$$\dot{O}_I = \dot{O}_{III} + \frac{P_{a\ddot{a}e}}{\pi \ell_H \cdot \dot{E}_1} \cdot \left(\frac{\pi v_{II} \cdot d_{\ddot{o}o}}{4W_{II}} \right)^{\dot{E}_2} \cdot (\mu_{II} \cdot \tilde{N}_{II})^{-K_3} \cdot (\lambda_{II})^{1-\dot{E}_3} \quad (20)$$

Вимірюючи температуру поверхні нагрівника, можна визначити об'ємну витрату моторного палива при відомих $D_{a\ddot{a}e}$ та \dot{O}_{III} .

Також слід врахувати, що опір котушки нагрівника, змінюється із зміною температури за формулою (6). Це явище впливає на точність вимірювань у витратомірі моторного палива. Для врахування даного явища можливі три підходи:

1. Вважаємо, що потоком моторного палива охолоджується тільки зовнішня поверхня нагрівника, а котушка, розташована в середині нагрівника зберігає приблизно постійну температуру. В цьому випадку $R_{e, i\ddot{a}\ddot{a}o}$ розраховується за формулою (6), $R_{e, i\ddot{a}\ddot{a}o} = \text{const}$. Підтримуючи постійний струм $I_H = \text{const}$, отримуємо постійний тепловий потік нагрівника $Q = P_{a\ddot{a}e} \cdot \dot{I}^2 \cdot R_{e, i\ddot{a}\ddot{a}o} = \text{const}$.

При цьому для розрахунків витрати моторного палива використовується апріорно відоме значення $D_{a\ddot{a}e}$.

2. Вважаємо, що опір котушки нагрівника змінюється при зміні витрат моторного палива. В цьому випадку для підтримання заданого значення $D_{a\ddot{a}e}$ необхідно регулювати за допомогою електричних схем напругу U_H та струм через нагрівник таким чином, щоб $D_{a\ddot{a}e} = I_H \cdot U_H = \text{const}$.

3. Вважаємо, що опір котушки нагрівника змінюється при зміні витрат моторного палива. Для визначення $D_{a\ddot{a}e}$ і розрахунку поточного значення витрат вимірюємо значення напруги і струму через нагрівник. В цьому випадку $P_{a\ddot{a}e}(t) = \dot{I}(t) \cdot U_I(t)$.

Перший підхід є найбільш простим і найменш точним. Третій підхід є найбільш складним, але і найбільш точним.

На основі формули (12) об'ємна витрата моторного палива дорівнює:

$$W_{II} = \dot{E}_4 \cdot \dot{E}_5 \cdot (\dot{O}_{III} - \dot{O}_I)^{\frac{1}{\dot{E}_2}}, \quad (21)$$

де $\dot{E}_4 = \frac{\pi d_{\ddot{o}o}}{4} \cdot \left(\frac{D_{a\ddot{a}e}}{\pi \ell_I} \right)^{\frac{1}{\dot{E}_2}}$ – коефіцієнт, що враховує конструктивні параметри витратоміра,

$\dot{E}_5 = v_{II} \cdot (\mu_{II} \cdot \tilde{N}_{II})^{-\frac{K_3}{K_2}} \cdot (\lambda_{II})^{\frac{\dot{E}_3-1}{K_2}} \cdot (\dot{E}_1)^{-\frac{1}{\dot{E}_2}}$ – коефіцієнт, що враховує фізико-хімічні властивості моторного палива та режим його течії через витратомір.

Коефіцієнти $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$, згідно з формулами (12)–(14), залежать від числа Рейнольдса, яке, в свою чергу, згідно з формулою (15), залежить від $V_n, d_{\ddot{o}o}, v_{II}$. Тому для визначення цих коефіцієнтів потрібно оцінити поточне значення числа Рейнольдса на основі апріорних даних про конструктивні параметри витратоміра, фізико-хімічні властивості моторного палива та можливий діапазон значень його швидкості руху через витратомір. Наприклад, для вимірювань витрат моторного палива автомобільним двигуном, можна отримати попередню оцінку швидкості руху моторного палива на основі поточного числа обертів цього двигуна. Для підвищення точності визначення коефіцієнтів $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3, \dot{E}_4, \dot{E}_5$ доцільно застосування процедур адаптації та навчання штучної нейронної мережі у витратомірі згідно з [3].

Якщо такі значення фізико-хімічних властивостей не відомі, то для визначення об'ємної витрати моторного палива можна використовувати закон Кінга [4]. Згідно з цим законом:

$$P_{a\ddot{a}e} = S_{II\ddot{a}} (\dot{O}_{III} - \dot{O}_I) (\dot{E}_6 + \dot{E}_7 \cdot V_I^{\frac{1}{2}}), \quad (22)$$

де \dot{E}_6, \dot{E}_7 – емпіричний коефіцієнт, що визначається шляхом калібрування витратоміра.

Враховуючи формули (8) і (19), отримаємо:

$$W_{II} = \frac{\pi d_{\ddot{o}o}^2}{4 \dot{E}_7^2} \left(\frac{D_{a\ddot{a}e}}{\pi d_I \cdot \ell_I (\dot{O}_I - \dot{O}_{III})} - \dot{E}_6 \right)^2 \quad (23)$$

Висновки:

1. Викладено фізичні основи перетворень при вимірюванні витрати біопалива ТАВ.
2. Отримано формулу (21) для вимірювання об'ємної витрати біопалива новим ТАВ.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Бошняк Л.Л.* Измерение малых расходов жидкостей / *Л.Л. Бошняк, Л.Н. Бызов.* – Л. : Машгиз, 1961. – 82 с.
2. *Безвесільна О.М.* Перетворюючі пристрої приладів / *О.М. Безвесільна, П.М. Таланчук.* – К. : ІСДО, 1994. – 448 с.
3. *Бирюков Б.В.* Измерение количества жидкости в системах воспроизведения расхода / *Б.В. Бирюков, М.А. Данилов, С.С. Кивилис* // Приборы и системы управления. – 1975. – № 7. – С. 36–38.
4. *Преображенский В.П.* Теплотехнические измерения и приборы : учеб. пособие / *В.П. Преображенский.* – М. : Энергия, 1978. – 704 с.

ШАВУРСЬКИЙ Юрій Олександрович — доцент кафедри автоматизації і комп'ютерних технологій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- методи вимірювання механічних величин;
- цифрова обробка зображень.

ЄЛЬНІКОВА Тетяна Олександрівна — кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматики та управління в технічних системах Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- методи вимірювання механічних величин;
- цифрова обробка зображень.

Подано 15.11.2011

