

УДК 621.941

П.Д. Кривий, к.т.н., доц.  
В.В. Крупа, аспір.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ГЕОМЕТРИЧНІ ТА МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФОРМУВАННЯ ШОРСТКОСТІ  
ЦИЛІНДРИЧНИХ ПОВЕРХОНЬ ПРИ ТОЧІННІ ТА РОЗТОЧУВАННІ

Проаналізовано відомі схеми і залежності для моделювання шорсткості при обробленні циліндричних поверхонь. Запропоновано, виходячи з кінематичних особливостей формування циліндричних поверхонь при точінні і розточуванні, різні геометричні моделі шорсткості. Встановлено умови (технологічні обмеження) існування відповідних геометричних і математичних моделей шорсткості. Отримано формули для визначення висоти нерівностей профілю залежно від подачі, кутів у плані різця та радіуса заокруглення при його вершині для різних моделей формування шорсткості.

**Вступ. Постановка проблеми.** Шорсткістю називають [6] сукупність нерівностей поверхні з відносно малими кроками на певній базовій довжині. Шорсткість поверхні є одним з найважливіших показників якості поверхні, який значною мірою визначає її зносостійкість. Кількісно шорсткість поверхні, окрім інших, регламентують такими параметрами, як висота нерівностей профілю за десятьма точками  $R_z$  або середнє арифметичне відхилення профілю  $R_a$ . При формуванні шорсткості важливе значення мають кінематичні характеристики процесу різання (швидкість різання і подача), конструктивні (наприклад, наявність чи відсутність радіуса при вершині різця) та геометричні параметри інструментів (головний  $\varphi$  та допоміжний  $\varphi'$  кути у плані).

При точінні (розточуванні), окрім впливу дії інших факторів, шорсткість обробленої поверхні формується в результаті контактів прямолінійних і радіусних ділянок, відповідно (ПД) і (РД), головної та допоміжної різальних кромки різця, відповідно (ГРК) і (ДРК), з поверхнею головного руху (ПГР) та обробленою поверхнею (ОП) деталі.

Геометричне моделювання формування шорсткості обробленої поверхні дасть можливість вирішити проблему, яка полягає у пошуку оптимальних конструкторсько-технологічних рішень у забезпеченні заданих параметрів шорсткості і є актуальним завданням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженню шорсткості поверхні присвячені роботи, результати яких представлені в багатьох наукових джерелах [1–5, 7–14]. Шорсткість поверхні пропонується [3] розділяти на розрахункові  $R_{zp}$  та дійсні  $R_z$  мікронерівності.

**Основна частина.** Під розрахунковими (геометричними) мікронерівностями розуміють [3] такі, в яких висота і форма можуть бути визначені геометрично при таких припущеннях: вважається, що оброблюваний матеріал і система верстат–пристрій–інструмент–деталь (ВПД) є абсолютно жорсткими, а леза інструменту являють собою геометричні лінії. Також слід зазначити, що при існуючих розрахунках геометричних мікронерівностей, утворених точінням чи розточуванням, нехтують кутом підйому гвинтової лінії ( $\eta = \arctg(s/\pi D)$ ), траєкторії руху вершини різця, що призводить до виникнення похибки у визначенні  $H$ , яка є величиною малості третього порядку.

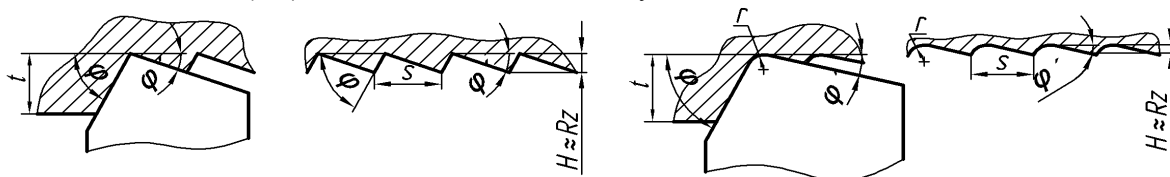
Дійсні мікронерівності – це ті, які виникли на обробленій поверхні після проходу різального інструмента не тільки в результаті кінематики різання при відповідних геометричних параметрах різців, але й за рахунок пластичних деформацій та мікронерівностей поверхонь інструмента і визначаються на основі експериментальних даних емпіричними формулами [3, 10, 14].

Залежно від форми ГРК і ДРК та  $\varphi$  і  $\varphi'$  в [1] представлені геометричні моделі шорсткості обробленої поверхні, які схематично показані на рисунку 1.

При обробці токарним або розточувальним різцями з радіусом при вершині  $r = 0$  (рис. 1, а) розрахункова висота нерівностей профілю за десятьма точками ( $R_{zp}$ ) визначається із залежності [1, 11]:

$$R_{zp} \approx H = s / (\text{ctg}\varphi + \text{ctg}\varphi'), \quad (1)$$

де  $s$  – подача, мм/об.;  $\varphi$ ,  $\varphi'$  – головний та допоміжний кути в плані відповідно.



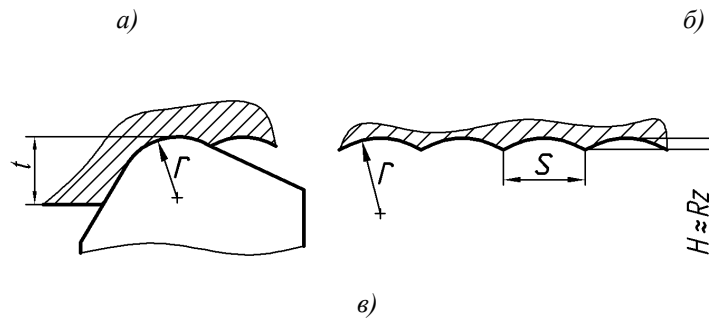


Рис. 1. Геометричні моделі шорсткості обробленої поверхні токарними та розточувальними різцями при різних формах їх різальних кромки і значеннях кутів у плані (за І.Дж. Армареґо, Р.Х. Браун) для випадків:

- а)  $r = 0$ ; б)  $r \neq 0$  і профіль утворюється в результаті контактів РД ГРК з ПГР та ПД ДРК і РД ДРК з ОП;  
 в)  $r \neq 0$  і профіль утворюється в результаті контактів РД ГРК з ПГР і РД ДРК з ОП

В.А. Аршинов і Г.А. Алексєєв [2], В.Ф. Бобров [3] та С.Н. Філоненко [13] для визначення величини  $R_{zp}$  для випадку, проілюстрованого на рисунку 1, а, запропонували формулу:

$$R_{zp} \approx H = s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi' / \sin(\varphi + \varphi'). \quad (2)$$

Для варіанта, що проілюстрований на рисунку 1, а, в різних джерелах наводяться ще й інші формули. Наприклад, А.М. Вульф [5], В.А. Кривоухов [10] і П.І. Ящерицин [14] пропонують відповідно залежності:

$$R_{zp} \approx H = s \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi' / (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \varphi'); \quad (3)$$

$$R_{zp} \approx H = s \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi') / (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \varphi'). \quad (4)$$

При обробці різцем з радіусом при вершині  $r \neq 0$  (рис. 1, б), коли різання забезпечується одночасно ПД ГРК і РД ГРК та РД ДРК, величину  $R_{zp}$  у [1] пропонується визначати за залежністю:

$$R_{zp} \approx H = (1 - \cos \varphi') \cdot r + s \cdot \sin \varphi' \cdot \cos \varphi' - \sqrt{2s \cdot r \cdot \sin^3 \varphi' - s^2 \cdot \sin^4 \varphi'}. \quad (5)$$

У випадку чистової обробки, яка здійснюється при малих глибинах різання і малих подачах за участю тільки РД ГРК і РД ДРК (рис. 1, в) і за дотримання умови  $s \leq 2r \cdot \sin \varphi'$ , величину  $R_{zp}$  пропонують [1] визначати за формулою:

$$R_{zp} \approx H = r - 1/2 \sqrt{4 \cdot r^2 - s^2} \approx s^2 / 8r. \quad (6)$$

Для цього ж випадку (рис. 1, б, в) залежно від співвідношення між величинами  $s$  та  $\varphi$ ,  $\varphi'$  і  $r$  величина  $R_{zp}$  визначається за формулами, запропонованими А.І. Ісаєвим [9]:

$$R_{zp} \approx H = \frac{\sin \varphi \cdot \sin \varphi'}{\sin(\varphi + \varphi')} \times \left[ s - r \left( \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2} \right) \right] \quad \text{при} \quad \begin{cases} \varphi < \arcsin s / 2r \\ \varphi' < \arcsin s / 2r; \end{cases} \quad (7)$$

$$R_{zp} \approx H = r(1 - \cos \varphi_1) + s \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \sqrt{s \sin \varphi_1 (2r - s \sin \varphi_1)} \quad \text{при} \quad \begin{cases} \varphi > \arcsin s / 2r \\ \varphi' < \arcsin s / 2r; \end{cases} \quad (8)$$

$$R_{zp} \approx H = r(1 - \cos \varphi) + s \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - \sin \varphi \sqrt{s \sin \varphi (2r - s \sin \varphi)} \quad \text{при} \quad \begin{cases} \varphi < \arcsin s / 2r \\ \varphi' > \arcsin s / 2r \end{cases} \quad (9)$$

$$R_{zp} \approx H = r - \sqrt{4 \cdot r^2 - s^2} / 2 \quad \text{при} \quad \begin{cases} \varphi > \arcsin s / 2r \\ \varphi' > \arcsin s / 2r. \end{cases} \quad (10)$$

У [12, 14] наведено формулу для визначення величини  $R_{zp}$  за умови, коли  $s < r$ :

$$R_{zp} \approx H = s^2 / 2r, \quad (11)$$

а в [2, 5, 11] для умови, коли  $s < 2r$ , пропонуються інші залежності:

$$R_{zp} \approx H = r - \sqrt{r^2 - s^2 / 4}, \text{ або } R_{zp} \approx H = s^2 / 8r. \quad (12)$$

А.М. Вульфом [5] запропонована формула для визначення висоти нерівностей профілю при малому значенні  $r$  такого вигляду:

$$R_{zp} \approx H = r - (r / \sin \varphi - s / 2) \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (13)$$

Аналіз (1)–(3) показує, що вони дають однаковий результат і при здійсненні перетворень їх можна привести до одного вигляду, наприклад, (1). Аналізом (4) встановлено, що її використання можливе лише

за умови  $\text{tg}\varphi > \text{tg}\varphi'$ . Для здійснення аналізу значень величини  $R_{zp}$ , отриманих за (1)–(4), в таблиці 1 представлені результати розрахунків.

Таблиця 1

Значення параметра  $R_{zp}$ , отримані за різними формулами, при різних значеннях  $\varphi$  та  $\varphi'$ , подачі  $s = 0,05$  мм/об. і  $r = 0$

№ з/п	Формула	Значення $R_{zp}$ , мкм									Джерело
		$\varphi' = 5^\circ$			$\varphi' = 15^\circ$			$\varphi' = 30^\circ$			
		$\varphi = 45$	$\varphi = 60$	$\varphi = 75$	$\varphi = 45$	$\varphi = 60$	$\varphi = 75$	$\varphi = 45$	$\varphi = 60$	$\varphi = 75$	
1	(1)–(3)	4	4,1	4,3	11	12	13	18	22	25	[1], [2], [4], [6], [11], [12], [16]
2	(4)	42	45	48	29	37	43	13	25	36	[18]

Аналіз даних таблиці 1 показує, що значення  $R_{zp}$ , визначені за (1)–(3), можуть у десять разів відрізнятись від цієї ж величини, визначеної за (4) при одних і тих же геометричних параметрах різця. Тому для наочного аналізу (1)–(4) на рисунку 2 представлені графіки залежностей  $R_{zp} = f(\varphi)$  при різних значеннях  $\varphi'$  і  $R_{zp} = \psi(\varphi')$  для різних значень  $\varphi$ .

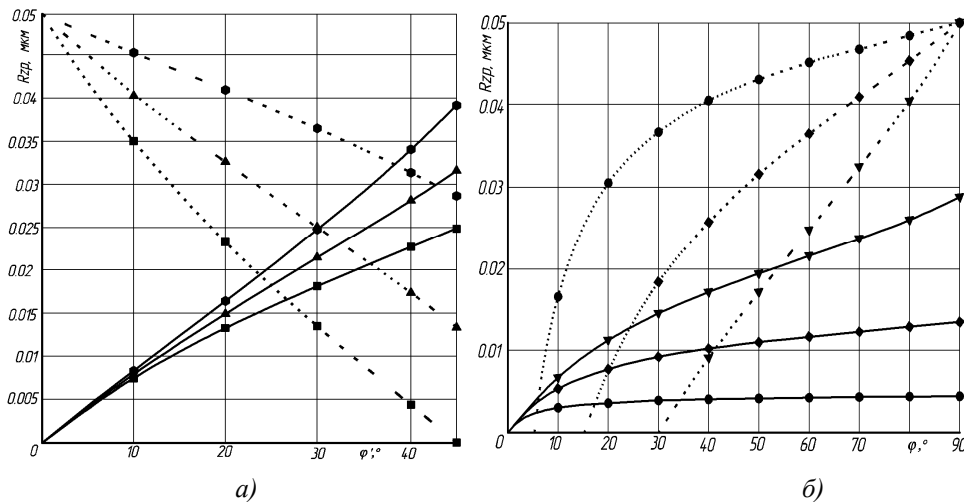


Рис. 2. Графіки залежностей  $R_{zp}$  від кутів у плані різця при  $s = 0,05$  мм/об. і  $r = 0$ :

— за (1)–(3); - - - за (4): а) залежність  $R_{zp} = \psi(\varphi')$  при різних  $\varphi$ :  
 ■ —  $\varphi = 45^\circ$ ; ▲ —  $\varphi = 60^\circ$ ; ● —  $\varphi = 75^\circ$ ; б) залежність  $R_{zp} = f(\varphi)$  при різних  $\varphi'$ : ● —  $\varphi' = 5^\circ$ ; ◆ —  $\varphi' = 15^\circ$ ; ▼ —  $\varphi' = 30^\circ$

Здійснений аналіз графіків, представлених на рисунку 2, показує, що величина  $R_{zp}$ , визначена за (1)–(3), збільшується зі збільшенням значень кутів  $\varphi$  та  $\varphi'$ . Величина  $R_{zp}$ , визначена за (4), збільшується зі збільшенням кута  $\varphi$  та зменшується зі збільшенням кута  $\varphi'$ . Це дає можливість констатувати те, що (4) суперечить (1)–(3) і має фізичний зміст лише при дотриманні умови  $\varphi > \varphi'$ .

Аналогічним чином проаналізуємо формули (5)–(13) для випадку, коли  $r \neq 0$ . Отримані розрахункові значення  $R_{zp}$  за цими формулами представлені в таблиці 2.

Таблиця 2

Значення параметра  $R_{zp}$ , отримані за різними формулами, при різних значеннях подачі та при постійних кутах у плані  $\varphi = 60^\circ$ ,  $\varphi' = 15^\circ$  з радіусом заокруглення при вершині різця  $r \neq 0$

№ з/п	Формула	Значення $R_z$ при різних подачах, мкм									Джерело
		$S = 0,05$			$S = 0,2$			$S = 0,4$			
		$r = 0,1$	$r = 0,5$	$r = 1$	$r = 0,1$	$r = 0,5$	$r = 1$	$r = 0,1$	$r = 0,5$	$r = 1$	
1	(5), (6)	2,177	0,625	0,312	11	7,86	4,97	32	21	16	[9]
2	(7–10)	2,177	0,625	0,312	13	7,86	4,97	28	21	16	[1]
3	(11)	13	2,5	1,25	–	40	20	–	160	80	[16], [18]
4	(12), (13)	3,175	0,625	0,312	–	10	5,01	–	42	20	[2], [11]

Отримані розрахункові дані, представлені в таблиці 2, показують, що значення  $R_{zp}$ , визначені за (11) при різних  $r$  і  $s$ , у 5 разів більші, ніж значення  $R_{zp}$ , визначені за всіма іншими формулами. Очевидно, що ця залежність може використовуватись лише для приблизних розрахунків. Для більшої наочності побудовані графіки залежностей величини  $R_{zp}$  від радіуса заокруглення при вершині різця для різних значень подачі та при постійних головному  $\varphi = 60^\circ$  та допоміжному  $\varphi' = 15^\circ$  кутах у плані.

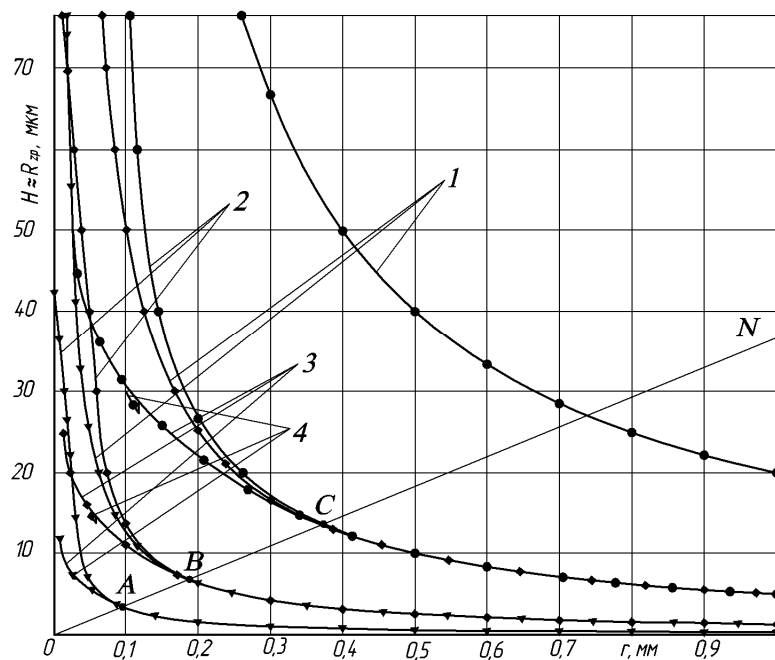


Рис. 3. Графіки залежностей  $R_{zp}$  від радіуса заокруглення при вершині різця та  $\varphi = 60^\circ$  і  $\varphi' = 15^\circ$  при:  $\bullet-\bullet-\bullet$  –  $s = 0,2$  мм/об.;  $\blacklozenge-\blacklozenge-\blacklozenge$  –  $s = 0,1$  мм/об.;  $\blacktriangledown-\blacktriangledown-\blacktriangledown$  –  $s = 0,05$  мм/об., побудовані за формулами: 1 – (11); 2 – (5), (6); 3 – (12), (13); 4 – (7)–(10)

На рисунку 3 ми бачимо, що графіки, побудовані за (11), «зсунуті» вверх над усіма іншими на певну величину, наприклад, при  $r = 0,5$  і  $s = 0,1$  мм/об. за графіком 1 отримаємо  $R_{zp} = 10$  мкм. Також  $R_{zp} = 10$  мкм отримаємо за графіками 2–4 при  $s = 0,1$  мм/об.

Аналіз графіків, представлених на рисунку 3, показує, що майже всі вони праворуч лінії ON, що проходить через точки A, B, C (точки перетину відповідних кривих), накладаються один на одний, тому що практично у всіх джерелах шорсткість визначається за однаковою формулою для випадку, зображеного на рисунку 1, в. Проте представлені залежності в різних джерелах не дають однозначної відповіді, при яких значеннях  $s$ ,  $\varphi$ ,  $\varphi'$  та  $r$  й їх співвідношеннях буде утворюватися даний профіль, тобто не накладені технологічні обмеження (ТО) або вони є неоднозначними.

Ліворуч лінії ON спостерігається неоднозначність отриманих значень величини  $R_{zp}$ , і при підрахунках отримуємо певні розбіжності. Наприклад при  $r = 0,1$  та  $s = 0,2$  мм/об. за графіком 2 (рис. 3) отримаємо  $R_{zp} = 80$  мкм, а за графіком 3 –  $R_{zp} = 30$  мкм. На графіках, побудованих за формулами А.Ісаєва [9], спостерігаються розриви при певних значеннях кутів  $\varphi$  та  $\varphi'$ .

З викладеного вище можна зробити висновок, що існуючі залежності для визначення геометричної шорсткості обробленої поверхні (1)–(13) мають суперечності як у плані отриманих результатів, так і у плані одержання того чи іншого профілю.

**Мета роботи:** створити геометричні та математичні моделі формування шорсткості для визначення висоти нерівностей профілю за десятьма точками при точінні та розточуванні для різних комбінацій контактування ГРК та ДРК з ПГР та ОП.

**Постановка завдання.**

1. Створити, враховуючи конструктивні особливості різців, геометричні та математичні моделі формування шорсткості й технологічні обмеження, які б дали можливість визначити кількісний параметр шорсткості.

2. Запропонувати методику оцінки ефективності оброблення за основним часом при реалізації тих чи інших геометричних моделей формування шорсткості.

**Результати дослідження.** Формування шорсткості циліндричної поверхні при точінні та розточуванні може здійснюватися в результаті різних комбінацій контакту ПД та РД ГРК і ДРК з ПГР і ОП заготовки.

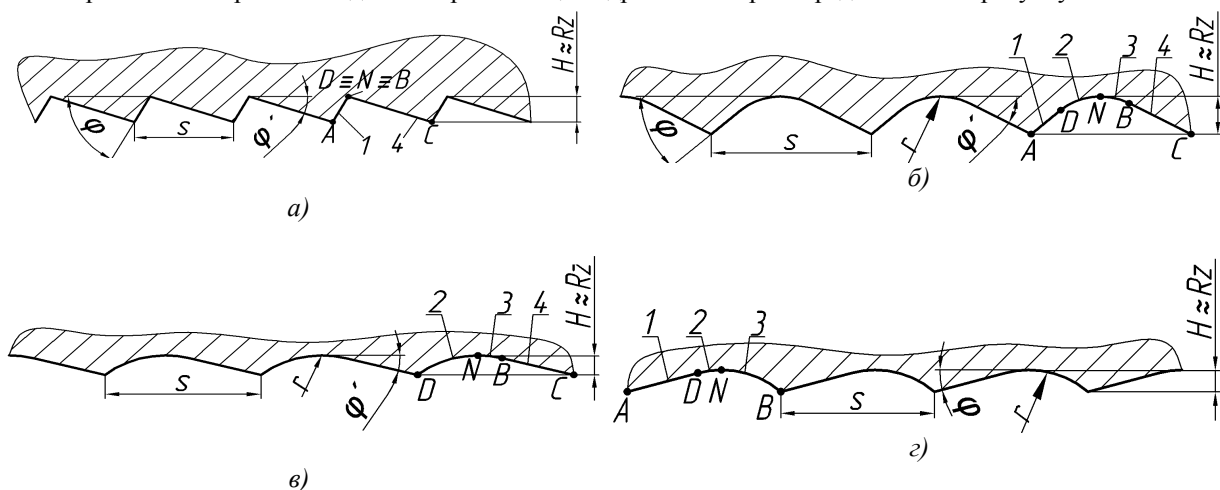
Залежно від значень  $\varphi$  та  $\varphi'$  та їх співвідношень,  $s$  і  $r$  запропоновано 5 варіантів геометричних і математичних моделей формування шорсткості (табл. 3), які реалізуються при різних значеннях  $r$  та умовах  $\varphi > 0$ ,  $\varphi' > 0$ ,  $s > 0$ .

Таблиця 3

Варіанти геометричних моделей формування шорсткості при комбінації можливих контактів ділянок ГРК і ДРК з ПГР і ОП

Варіант	Поверхня заготовки: ПГР і ОП	Ділянки ГРК і ДРК та значення $r$			
		ПД ГРК	РД ГРК	РД ДРК	ПД ДРК
$r = 0$					
I	ПГР	+	-	-	-
	ОП	-	-	-	+
$r \neq 0$					
II	ПГР	+	+	-	-
	ОП	-	-	+	+
III	ПГР	-	+	-	-
	ОП	-	-	+	+
IV	ПГР	+	+	-	-
	ОП	-	-	+	-
V	ПГР	-	+	-	-
	ОП	-	-	+	-

Примітки: 1) + – наявність контактування; 2) - – відсутність контактування  
Варіанти геометричних моделей шорсткості циліндричної поверхні представлені на рисунку 4.



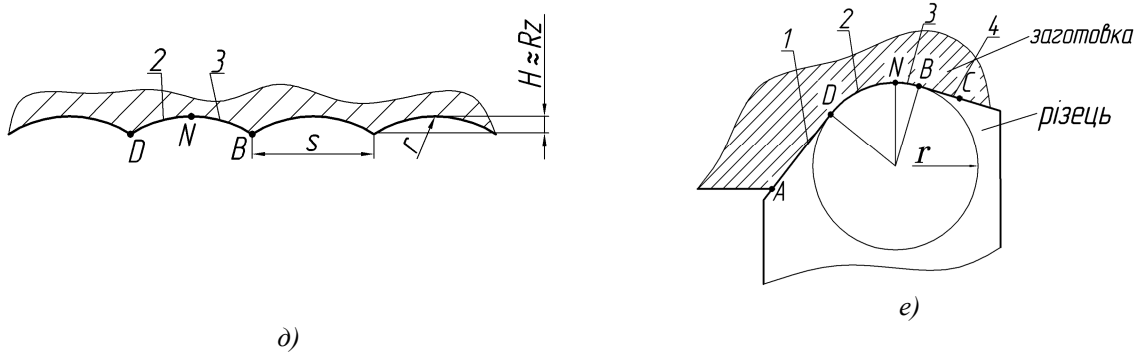


Рис. 4. Варіанти геометричних моделей шорсткості обробленої поверхні точінням та розточуванням (а-б); схема контактування: 1 – ПД ГРК – ПГР; 2 – РД ГРК – ПГР; 3 – РД ДРК – ОП; 4 – ПД ДРК – ОП (в) відповідно

Розглянемо I варіант формування шорсткості, при обробці циліндричної поверхні (рис. 4, а), схема якого представлена на рисунку 5.

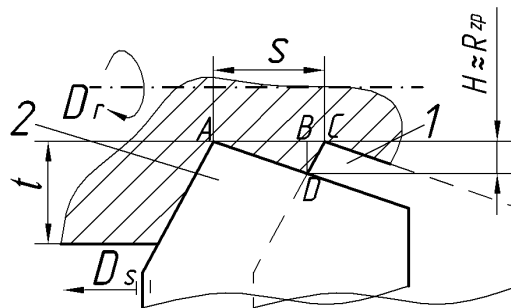


Рис. 5. Схема формування шорсткості обробленої поверхні за I варіантом: 1 – положення різця до початку оберту; 2 – положення різця після закінчення оберту (для всіх наступних схем)

Висоту мікронерівностей  $BD = H \approx R_{zp}$  (рис. 5) визначимо з  $\triangle ABD$  і  $BCD$ , використавши теорему синусів:

$$H \approx R_{zp} = \frac{s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi'}{\sin(\varphi + \varphi')} \tag{14}$$

Слід зазначити, що значення  $R_{zp}$ , визначені за цією формулою, збігаються зі значеннями, отриманими за відомими формулами (1)–(3) інших авторів, які були наведені вище.

Розглянемо II варіант формування шорсткості (рис. 4, б), схема якого представлена на рисунку 6.

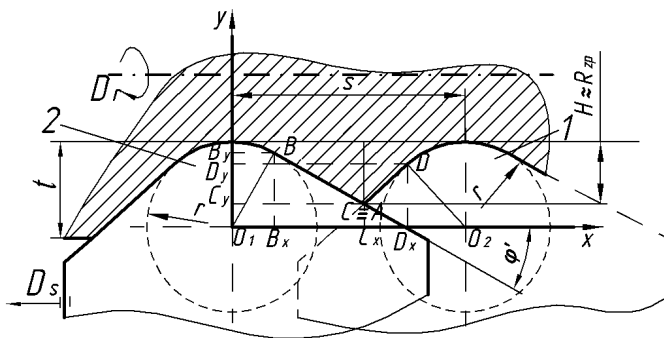


Рис. 6. Схема формування шорсткості обробленої поверхні за II варіантом

Величину параметра шорсткості  $R_{zp}$  знайдемо як відстань від точки С до прямої, що зображує траєкторію руху вершини різця (лінію впадин профілю). Точка С є точкою перетину ПД ГРК і ПД ДРК; її координати знайдемо як координату точки перетину прямих  $BC$  і  $CD$ .

Розмістивши систему  $XOY$  як показано на рисунку 6, рівняння прямої  $BC$  запишемо у вигляді  $y = k_1x + b_1$ , де  $k_1 = -\text{tg}\varphi'$ . Величину  $b_1$  знайдемо, підставивши в рівняння прямої координати точки В:  $X_B = r \cdot \sin \varphi'$ ;  $Y_B = r \cdot \cos \varphi'$ . Розв'язавши рівняння  $r \cdot \cos \varphi' = -\text{tg}\varphi' \cdot r \cdot \sin \varphi' + b_1$ , отримаємо:  $b_1 = r / \cos \varphi'$ .

Тоді рівняння прямої  $BC$  набуде вигляду:

$$y = -\text{tg}\varphi' \cdot x + r / \cos \varphi'. \tag{15}$$

Аналогічно, знайшовши рівняння прямої  $DC$  і подавши його у вигляді  $y = k_2x + b_2$  та визначивши координати точки D:  $X_D = s - r \sin \varphi$ ;  $Y_D = r \cos \varphi$ , отримаємо:  $y = \text{tg}\varphi \cdot x + r / \cos \varphi' - s \cdot \text{tg}\varphi$ . Для знаходження координат точки перетину  $C \equiv A$  розв'яжемо систему:

$$\begin{cases} y = -\text{tg}\varphi' \cdot x + r / \cos \varphi' & / \text{tg}\varphi' \\ y = \text{tg}\varphi \cdot x + r / \cos \varphi' - s \cdot \text{tg}\varphi & / \text{tg}\varphi \end{cases}$$

$$y / \text{tg}\varphi' + y / \text{tg}\varphi = r / \cos \varphi \cdot \text{tg}\varphi + r \cos \varphi \cdot \text{tg}\varphi - s.$$

Виконавши певні перетворення та спростивши, отримаємо ординату точки С:

$$y_C = \frac{r \cdot (\sin \varphi + \sin \varphi') / \cos \varphi \cdot \cos \varphi' - s \cdot \text{tg}\varphi \cdot \text{tg}\varphi'}{\text{tg}\varphi + \text{tg}\varphi'}. \tag{16}$$

Відстань від точки С до прямої  $y = r$ , а відповідно і  $R_{zp}$  визначиться за формулою:

$$R_{zp} \approx H = r - \frac{r \cdot (\sin \varphi + \sin \varphi') / \cos \varphi \cdot \cos \varphi' - s \cdot \text{tg}\varphi \cdot \text{tg}\varphi'}{\text{tg}\varphi + \text{tg}\varphi'}. \tag{17}$$

Формула (17) може використовуватися за граничної умови, яка полягає у визначенні часткового випадку, який настане, коли перетин ГРК і ДРК відбудеться в точці дотику ПД і РД ГРК або ДРК, тобто  $D = C$ .

Слід зазначити, що при зменшенні подачі до певного значення можемо отримати профіль, зображений на рисунку 4, в, г. Для визначення меж використання (17) скористаємося рисунком 7. Очевидно, що гранична умова наступить тоді, коли точки С і D збіжаться.

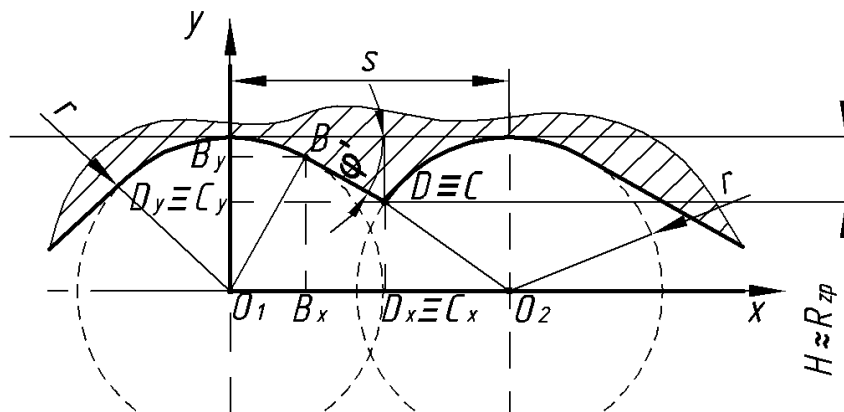


Рис. 7. Розрахункова схема для визначення граничної умови використання (17)

Для визначення граничної умови (технологічного обмеження (ТО)) в рівняння прямої  $BC$  підставимо координати точки D. Відповідно отримуємо:  $r \cos \varphi = -\text{tg}\varphi' \cdot (s - r \sin \varphi) + r / \cos \varphi'$ .

Розв'язавши отримане рівняння відносно  $s$  та виконавши певні перетворення, отримаємо умову, за якої можна користуватися (17):

$$s \geq r(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \text{ctg}\varphi' + 1 / \sin \varphi'). \tag{18}$$

Розглянемо III варіант формування шорсткості (рис. 4, в), схема якого представлена на рисунку 8.

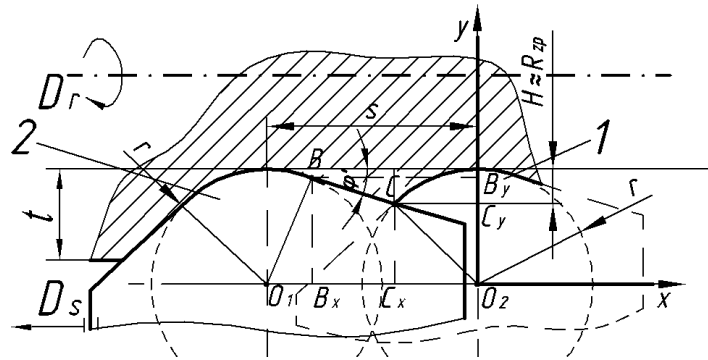


Рис. 8. Схема формування шорсткості обробленої поверхні за III варіантом

Розмістимо систему координат так, як показано на рисунку 8. Висота мікронерівності визначиться як різниця між радіусом заокруглення та координатою у точки перетину лінії ДРК різця та частини кола ГРК. Тобто знайдемо координати точки перетину прямої BC з колом, рівняння якого:  $x^2 + y^2 = r^2$ . Рівняння прямої знайдемо у вигляді  $y = kx + b$ , де  $k = -\text{tg}\varphi'$ . Підставивши координати точки B:  $X_B = s - r \cdot \sin \varphi'$ ;  $Y_B = r - r \cdot \cos \varphi'$ , визначимо b:  $b = r - r \cdot \cos \varphi' + \text{tg}\varphi' \cdot (s - r \cdot \sin \varphi')$ .

Рівняння прямої набуде вигляду:  $y = -\text{tg}\varphi' \cdot x + b$ .

Розв'язавши систему рівнянь:  $\begin{cases} y = -\text{tg}\varphi' \cdot x + b \\ x^2 + y^2 = r^2 \end{cases}$  і взявши більше значення кореня, отримаємо висоту нерівностей профілю за III варіантом:

$$R_{zp} \approx H = r - \frac{\frac{r \cos 2\varphi'}{\cos \varphi'} + s \cdot \text{tg}\varphi' + \text{tg}\varphi' \sqrt{r^2 + r^2 \cdot \text{tg}^2 \varphi' - \left(\frac{r \cos 2\varphi'}{\cos \varphi'} + s \cdot \text{tg}\varphi'\right)^2}}{1 + \text{tg}^2 \varphi'} \quad (19)$$

Схема формування шорсткості за IV варіантом (рис. 4, з), представлена на рисунку 9.

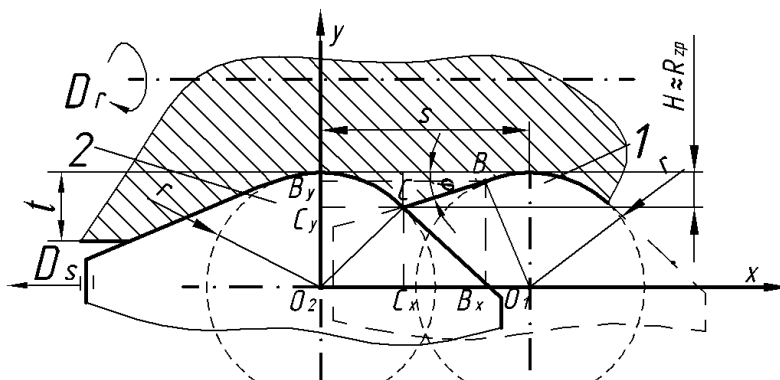


Рис. 9. Схема формування шорсткості обробленої поверхні за IV варіантом

Здійснивши розрахунки аналогічно до III варіанта, отримаємо формулу висоти мікронерівностей для IV варіанта, для випадку, коли  $\varphi' > \varphi$ :

$$R_{zp} \approx H = r - \frac{\frac{r \cos 2\varphi}{\cos \varphi} + s \cdot \text{tg}\varphi + \text{tg}\varphi \sqrt{r^2 + r^2 \cdot \text{tg}^2 \varphi - \left(\frac{r \cos 2\varphi}{\cos \varphi} + s \cdot \text{tg}\varphi\right)^2}}{1 + \text{tg}^2 \varphi} \quad (20)$$



Розглянемо V варіант формування шорсткості (рис. 4, д), схема якого представлена на рисунку 10, і відповідно виконується ТО:  $s < 2r \cdot \sin \varphi'$ .

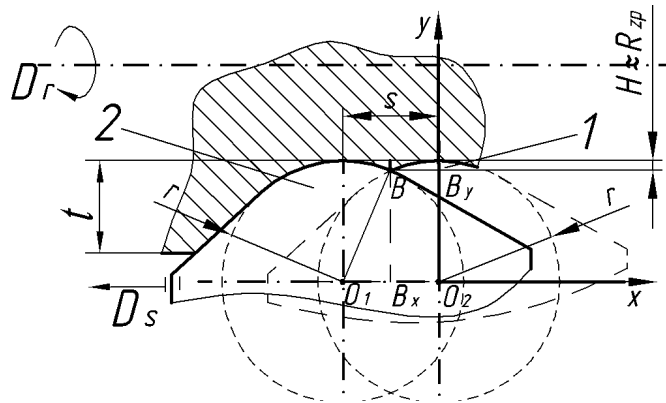


Рис. 10. Схема формування шорсткості обробленої поверхні за V варіантом

В цьому випадку висота мікронерівностей визначиться як відстань від точки перетину двох кіл:  $x^2 + y^2 = r^2$  та  $(x - s)^2 + y^2 = r^2$  до прямої  $y = r$ :

$$R_{zp} \approx H = r - \sqrt{r^2 - s^2 / 4}. \quad (21)$$

Отримані залежності для I–V варіантів та умови, за яких вони справедливі, зведемо в таблицю 4.

Таблиця 4

Залежності для визначення висоти нерівностей профілю та умови їх використання для варіантів I–V

№ з/п	Формула	ТО, при виконанні яких справедлива формула
I	$H \approx R_z = \frac{s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi'}{\sin(\varphi + \varphi')}$	$r = 0$ $S_{\min} \leq S \leq S_{\max}$
II	$R_z = r - \frac{r \cdot (\sin \varphi + \sin \varphi') / \cos \varphi \cdot \cos \varphi' - s \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \varphi'}$	$r \neq 0$ і $s \geq r(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \operatorname{ctg} \varphi' + 1 / \sin \varphi')$
III	$R_{zp} = r - \frac{\frac{r \cos 2\varphi'}{\cos \varphi'} + s \cdot \operatorname{tg} \varphi' \pm \operatorname{tg} \varphi' \sqrt{r^2 + r^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi' - \left(\frac{r \cos 2\varphi'}{\cos \varphi'} + s \cdot \operatorname{tg} \varphi'\right)^2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi'}$	$r \neq 0$ , $s \geq 2r \cdot \sin \varphi'$ , $\varphi > \varphi'$ $s \leq r(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \operatorname{ctg} \varphi' + 1 / \sin \varphi)$
IV	$R_{zp} = r - \frac{\frac{r \cos 2\varphi}{\cos \varphi} + s \cdot \operatorname{tg} \varphi \pm \operatorname{tg} \varphi \sqrt{r^2 + r^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi - \left(\frac{r \cos 2\varphi}{\cos \varphi} + s \cdot \operatorname{tg} \varphi\right)^2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}$	$r \neq 0$ , $s \geq 2r \cdot \sin \varphi'$ , $\varphi < \varphi'$ $s \leq r(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \operatorname{ctg} \varphi' + 1 / \sin \varphi')$
V	$H = r - \sqrt{r^2 - s^2 / 4}$	$r \neq 0$ , $s \leq 2r \cdot \sin \varphi'$

Цікавим є аналіз графічних залежностей  $R_{zp} = f(r)$  при заданих сталих  $\varphi$  і  $\varphi'$  та різних значеннях  $s$ , а також  $R_{zp} = \psi(s)$  при тих же  $\varphi$  і  $\varphi'$  та різних значеннях  $r$ , представлених на рисунку 11.

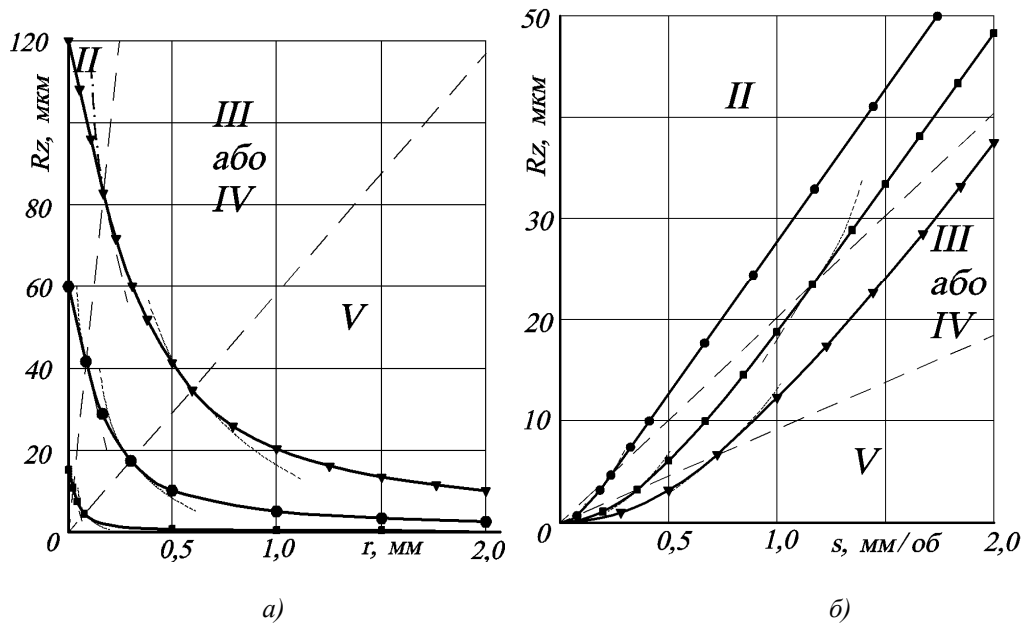


Рис. 11. Графіки залежностей висоти мікронерівностей обробленої поверхні від радіуса при вершині різця і подачі для різних варіантів геометричних моделей шорсткості:

а)  $R_{zp} = f(r)$  при  $\varphi = 60^\circ$ ;  $\varphi' = 15^\circ$  і різних значеннях подачі:  $\blacksquare$  —  $s = 0,05$  мм/об.;  
 $\bullet$  —  $s = 0,2$  мм/об.;  $\blacktriangledown$  —  $s = 0,4$  мм/об.; б)  $R_{zp} = \psi(s)$  при  $\varphi = 60^\circ$ ;  $\varphi' = 15^\circ$   
 і різних значеннях  $r$ :  $\bullet$  —  $r = 0,1$  мм/об.;  $\blacksquare$  —  $r = 0,5$  мм/об.;  
 $\blacktriangledown$  —  $r = 1$  мм/об.

Практична цінність представлених графічних залежностей полягає в тому, що з'являється можливість оцінити величину  $R_{zp}$  при II, III, IV чи V варіантах геометричних моделей. Так на основі графіків, представлених на рисунку 11, а,  $R_{zp} = 10$  мкм можна досягти при  $r = 2$  мм і  $s = 0,4$  мм/об. та  $r = 0,5$  мм та  $s = 0,2$  мм/об. за V варіантом геометричної моделі і  $r = 0,1$  мм та  $s = 0,05$  мм/об. за III або IV варіантами. На перший погляд здається, що V варіант геометричної моделі, який реалізується при  $s_{max}$  за основним часом  $t_o = L_p / n \cdot s$ , найбільш ефективний (тут  $L_p$  – розрахункова довжина обробки;  $n$  – частота обертання шпинделя). Але врахувавши, що  $n = 1000V / \pi \cdot D$  і  $V = C_V \cdot K_V / T^m \cdot t^{X_V} \cdot s^{Y_V}$  (тут  $V$  – швидкість різання;  $C_V$  – коефіцієнт пропорційності;  $T$  – період стійкості;  $t$  – глибина різання;  $m, X_V, Y_V$  – показники степенів, що характеризують вплив  $T, t, s$  на  $V$ ), необхідно зазначити, що зі збільшенням  $s$  буде зменшуватися  $n$ , а отже, зростати  $t_o$ . Взявши до уваги, що у формулі основного часу  $s$  у знаменнику – в першому степені, а  $n = 1000C_V \cdot K_V / \pi \cdot D \cdot T^m \cdot t^{X_V} \cdot s^{Y_V}$  ( $Y_V < 1$ ), то  $t_o$  із урахуванням викладеного вище буде дорівнювати:  $t_o = C / s^{(1-Y_V)}$  (тут  $C = L_p \cdot \pi \cdot D \cdot T^m \cdot t^{X_V} / 1000 \cdot C_V \cdot K_V$ ) і при збільшенні  $s$  буде зменшуватися, забезпечуючи тим самим підвищену ефективність обробки.

На основі наведеного вище отримаємо, що співвідношення основних часів оброблення для заданого параметра шорсткості за різними геометричними моделями формування шорсткості дорівнює:

$$t_{oi} / t_{oj} = (s_j / s_i)^{1-Y_V}, \text{ тут } i, j - \text{ номери варіантів.}$$

**Висновки:**

1. Створено, враховуючи конструктивний (радіус при вершині) і геометричні (головний та допоміжний кути у плані) параметри різців, п'ять можливих варіантів геометричних моделей формування шорсткості і відповідні математичні залежності (моделі), які дають можливість визначити кількісні параметри шорсткості для тих чи інших варіантів.
2. Отримано математичні залежності технологічних обмежень, які показують, за яких умов існуватиме та чи інша геометрична модель формування шорсткості.

3. Запропоновано залежність для оцінки за основним часом ефективності обробки при реалізації того чи іншого варіанта геометричної моделі формування шорсткості.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. *Амарего И.Дж.А.* Обработка металлов резанием / *И.Дж.А. Амарего, Р.Х. Браун* ; пер. с англ. *В.Л. Пастунова*. – М. : Машиностроение, 1977. – 325 с.
2. *Аришинов В.А.* Резание металлов и режущий инструмент / *В.А. Аришинов, Г.А. Алексеев*. – М. : Машиностроение, 1967. – 500 с.
3. *Бобров В.Ф.* Основы теории резания металлов : учеб. / *В.Ф. Бобров*. – М. : Машиностроение, 1975. – 344 с.
4. *Бобров В.Ф.* Резание металлов самовращающимися резцами / *В.Ф. Бобров, Д.Е. Иерусалимский*. – М. : Машиностроение, 1972. – 112 с.
5. *Вульф А.М.* Резание металлов / *А.М. Вульф*. – 2-е изд. – Л. : Машиностроение, 1973. – 496 с.
6. ГОСТ 2289-85. Шероховатость поверхности. Параметры и характеристики. – Введ. 1985-23-04. – М. : Изд-во стандартов, 1985.
7. *Горелов В.М.* Резание металлов / *В.М. Горелов*. – М. : Машиностроение, 1966. – 208 с.
8. Резание металлов / *Г.И. Грановский, П.П. Грудов, В.А. Кривоухов* и др. – М. : Машгиз, 1954. – 474 с.
9. *Исаев А.И.* Микрогеометрия поверхности при токарной обработке / *А.И. Исаев*. – М.–Л. : АН СССР, 1950. – 107 с.
10. *Кривоухов В.А.* Резание конструкционных материалов, режущие инструменты и станки / *В.А. Кривоухов, П.Г. Петруха*. – М. : Машиностроение, 1967. – 654 с.
11. Основы теорії різання металів : підр. / *М.П. Мазур, Ю.М. Внуков, В.Л. Доброскок* та ін. ; за заг. ред. *М.П. Мазура*. – Львів : Новий Світ-2000, 2010. – 422 с.
12. *Подураев В.Н.* Обработка резанием с вибрациями / *В.Н. Подураев*. – М. : Машиностроение, 1970. – 350 с.
13. *Филоненко С.Н.* Резание металлов / *С.Н. Филоненко*. – М. : Машгиз, 1963. – 212 с.
14. *Яцерицын П.И.* Основы резания металлов и режущий инструмент / *П.И. Яцерицын, М.Л. Еременко, Н.И. Жигалко*. – Мн. : Вышэйшая школа, 1975. – 528 с.

КРИВИЙ Петро Дмитрович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри конструювання верстатів, інструментів та машин Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

– технологічне та верстатно-інструментальне забезпечення якості виробів.

Тел.: (0352) 25-06-76.

КРУПА Володимир Васильович – аспірант кафедри конструювання верстатів, інструментів та машин Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

– процеси механічної обробки.

Тел.: (093) 464-17-18.

E-mail: [Volodimir\\_krupa@ukr.net](mailto:Volodimir_krupa@ukr.net)

Подано 15.04.2010

**Кривий П.Д., Крупа В.В.** Геометричні та математичні моделі формування шорсткості циліндричних поверхонь при точінні та розточуванні

**Кривый П.Д., Крупа В.В.** Геометрические и математические модели формирования шероховатости поверхности при точении и растачивании

**Kryvyy P., Krupa V.** Geometrical and mathematical models of the cylinder surface rigidity under sharpening and boring

УДК 621.941

**Geometrical and mathematical models of the cylinder surface rigidity under sharpening and boring / P.Kryvyy, V.Krupa**

Available schemes and dependencies of the geometric modeling of rigidity under cylinder surface working are analysed. Different schemes of geometric modeling of the internal external cylinder surfaces rigidity, basic on the kinematics properties of the cylinder surfaces forming under sharpening and boring, have been proposed. Terms – technological limitation of existence of the proper geometrical and mathematical models of roughness are set. Formulae for finding the hight of the profile smoothness, depending on the feed, cutting tools angles and the radius rounding their tip for different rigidity forming schemes, have been obtained

УДК 621.914

**Геометрические и математические модели формирования шероховатости поверхности при точении и растачивании / П.Кривый, В.Крупа**

Проанализированы известные схемы и зависимости для моделирования шероховатости при обрабатывании цилиндрических поверхностей. Предложено, выходя из кинематических особенностей формирования цилиндрических поверхностей при точении и растачивании, разные геометрические модели шероховатости. Установлены условия – технологические ограничения существования соответствующих геометрических и математических моделей шероховатости. Получены формулы для определения высоты неравенств профиля в зависимости от подачи, углов в плане резца и радиуса скругления при его вершине для разных моделей формирования шероховатости