

Ю.Ф. Зінковський, д.т.н., проф.  
Б.М. Уваров, к.т.н., доц.  
Національний технічний університет України "КПІ"

### ГІПЕРВИПАДКОВІСТЬ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДІОЕЛЕКТРОННИХ АПАРАТІВ

*Функціональні показники радіоелектронних засобів розглядаються як гіпервипадкові скалярні та векторні функції. Їх ймовірнісні та числові характеристики необхідно визначати як функції первинних гіпервипадкових величин, унаслідок чого й функціональні показники всього пристрою необхідно вважати гіпервипадковими функціями.*

**Вступ. Постановка задачі.** Сучасні уявлення про реальний світ та процеси, що в ньому відбуваються, призвели до висновку про їх гіпервипадкову природу – статистичну нестабільність, коли значення всіх первинних фізичних величин, а також і фізичних процесів, у які ці величини входять, необхідно розглядати як множини, з відповідними ймовірнісними характеристиками [1]. Гіпервипадковість – наслідок флюктуації параметрів середовища, у якому розглядаються величини. Відміна випадкової величини чи функції від гіпервипадкової у тому, що остання визначається сімейством функцій розподілу, які знаходяться у межах, які теж ймовірнісні, характеризуються своїми ймовірнісними чи числовими характеристиками (моментами відповідних порядків). Для визначення гіпервипадкових властивостей послідовності випадкових величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  запропоновані критерії статистичної нестабільності, одним з яких є коефіцієнт  $\gamma_{1n}$  – математичне сподівання вибіркової дисперсії  $\bar{D}_{Y_n}$ , віднесене до  $D_{X_n}$  – суми дисперсій величин  $X_i$  [2]:

$$\gamma_{1n} = \frac{M[\bar{D}_{Y_n}]}{\sum_{i=1}^n D_{X_i}}$$

$$\text{де } \bar{D}_{Y_n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_n - \bar{m}_{Y_n})^2, \quad Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \bar{m}_{Y_n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_n \quad (1)$$

Для випадкової величини  $\gamma_{1n} \rightarrow 0$ , для гіпервипадкової  $\gamma_{1n} > 0$ .

Під час проектування пристрої радіоелектронної апаратури (РЕА) розглядають як технічні об'єкти, робочою характеристикою кожного з яких повинна бути множина фізичних величин  $z_i$ , а їх сукупність можна подати як оператор:

$$\mathbf{Z} = [z_1, z_2 \dots z_i \dots z_n]^T \quad (2)$$

У процесі функціонування радіоелектронного засобу (РЕЗ) у ньому здійснюються процеси, результатами яких повинна бути множина фізичних величин – вихідних характеристик  $y_i$ , а їх сукупністю буде оператор:

$$\mathbf{Y} = [y_1, y_2 \dots y_i \dots y_n]^T \quad (3)$$

Оператор  $\mathbf{Y}$  у процесі функціонування створюється як результат:

– внутрішніх процесів

$$\mathbf{P} = [p_1, p_2 \dots p_k \dots p_l]^T \quad (4)$$

– вхідних керуючих впливів

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2 \dots x_j \dots x_m]^T \quad (5)$$

– множини зовнішніх впливів

$$\mathbf{Q} = [q_1, q_2 \dots q_r \dots q_s]^T \quad (6)$$

Операторне зображення стану РЕЗ у процесі функціонування можна подати рівнянням  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{P}, \mathbf{X}, \mathbf{Q})$ , а всі особливості цього процесу й самого об'єкта можливо визначити рівняннями (2)...(5).

Різні функції РЕЗ можуть бути позначені як різні оператори  $\mathbf{Z}_v$ , а комплексна функція всього пристрою – як функціонал:

$$\mathbf{F} = [\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2 \dots \mathbf{Z}_v \dots \mathbf{Z}_w]^T$$

Структура РЕА як системи визначається функціональним призначенням – функціями  $\mathbf{Z}$  чи  $\mathbf{F}$ . Згідно з цим у кожному РЕЗ можна виділити структурні складові, які й забезпечують виконання відповідного процесу  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})$ .

Всі функціональні характеристики РЕЗ повинні розглядатися як гіпервипадкові й характеризуватися ймовірнісними показниками, а кожний оператор  $\mathbf{Z}$  у процесі проектування буде одержаний як множина значень, що знаходяться у межах, визначених для гіпервипадкової величини чи функції. Методи проектування РЕЗ як оптимальних конструкцій повинні створюватися на основі теорії гіпервипадкових явищ.

**Функціональні характеристики РЕЗ як випадкові функції.** Характеристики електрорадіоелементів – РЕ (резисторів, конденсаторів, напівпровідникових приладів і т.п), функціональних вузлів – ФВ (наприклад, мікросхем – МС) – завжди визначають з допусками на їх значення, тобто їх розглядають як випадкові величини. Дійсні функції розподілу цих значень – випадкових величин – звичайно невизначені, тому найчастіше їх приймають як такі, що відповідають нормальному закону. Можна вважати, що для кожної такої випадкової величини математичне сподівання дорівнює номінальному її значенню, а середньоквадратичні відхилення дорівнюють допуску. Аналогічний підхід можна застосувати й до показників конструкційних матеріалів, що також входять до елементної бази РЕА.

Вирази для операторів  $Y = Y(X, P, Q)$ , які є функціями випадкових первинних величин, також повинні розглядатися як випадкові функції зі своїми ймовірнісними чи числовими характеристиками (до останніх відносять математичне сподівання, дисперсію й т. ін.). Ці характеристики можна визначити відомими методами теорії ймовірності як випадкові функції випадкових аргументів [2].

Як приклад можна розглянути визначення передаточної функції для каналу системи дистанційного керування РЕЗ, схема якого представлена на рис. 1.

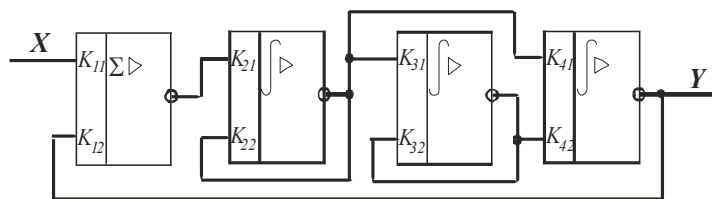


Рис. 1. Схема каналу дистанційного керування

Канал представляє з'єднання чотирьох розв'язувальних операційних підсилювачів зі зворотними зв'язками, які забезпечують перетворення та підсилення керуючого вхідного сигналу  $X$  у сигнал на виході  $Y$ . Передаточна функція та амплітудно-частотна характеристика каналу, якщо їх визначити як детерміновані:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K \frac{sT_3 + 1}{s(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}; \quad W(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = K \frac{\omega T_3 + 1}{\omega(\omega T_1 + 1)(\omega T_2 + 1)}, \quad (7)$$

де  $K$  – загальний коефіцієнт підсилення каналу (добуток від коефіцієнтів підсилення кожного з підсилювачів),  $T_i$  – постійні часу інтегруючих підсилювачів.

У дійсності випадкова передаточна функція  $W(s)$  є функцією випадкових величин  $T_i$  з відповідними ймовірнісними чи числовими характеристиками

$$W(s) = W(T_1, T_2, T_3) = W(x_1, x_2, x_3).$$

Щільності розподілу кожної з постійних часу будемо вважати такими, що відповідають нормальному закону:

$$f_1(T_1) = \frac{1}{y_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_1 - m_1)^2}{2\sigma_1^2}}; \quad f_2(T_2) = \frac{1}{y_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_2 - m_2)^2}{2\sigma_2^2}}; \quad f_3(T_3) = \frac{1}{y_3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_3 - m_3)^2}{2\sigma_3^2}},$$

де математичні сподівання  $m_i$  та середньоквадратичні відхилення  $\sigma_i$  необхідно визначити.

Припустимо, що у процесі проектування для виконання вимог технічного завдання (ТЗ) обрані підсилювачі з постійними часу  $T_i = 0,1$  с. Тоді можна прийняти  $m_i = T_i$ , для відхилень припустити, наприклад,  $\sigma_i = 0,1 T_i = 10^{-2}$ ; для коефіцієнта підсилення приймемо нормоване значення  $K = 10^3$ . Математичне сподівання, дисперсію та середньоквадратичне відхилення передаточної функції, як для випадкової величини, обчислюють за формулами:

$$\left. \begin{aligned} M_W &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(x_1, x_2, x_3) f_1(x_1) f_2(x_2) f_3(x_3) dx_1 dx_2 dx_3; \\ D_W &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (W(x_1, x_2, x_3))^2 f_1(x_1) f_2(x_2) f_3(x_3) dx_1 dx_2 dx_3 - M_W^2; \quad y_W = \sqrt{D_W}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Значення  $W(\omega)$  – амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) – та її межі для різних частот, розраховані за формулами (8), наведені у таблиці 1, де  $W_{\max}$ ,  $W_{\min}$  – межі з відхиленнями  $\pm \sigma_W$ , а  $W_{P_{\max}}$ ,  $W_{P_{\min}}$  – з відхиленнями  $\pm 3\sigma_W$ .

Таблиця 1

Межі АЧХ  $W(\omega)$  для  $\sigma_T = 10^{-2}$

$\omega$	$W(\omega)$					
	$W_{\text{ном}} = M_W$	$\sigma_W$	$W_{\text{max}} = M_W + \sigma_W$	$W_{\text{min}} = M_W - \sigma_W$	$W_{P\text{max}} = M_W + 3\sigma_W$	$W_{P\text{min}} = M_W - 3\sigma_W$
1	909	14,3	923	895	951	867
10	50,3	4,4	54,7	45,9	63,5	37,1
100	0,909	0,15	1,06	0,76	1,36	0,46

Графік розрахованої АЧХ у формі  $A(\omega) = 20 \lg W_{\text{ном}}(\omega)$  наведений на рис. 2.

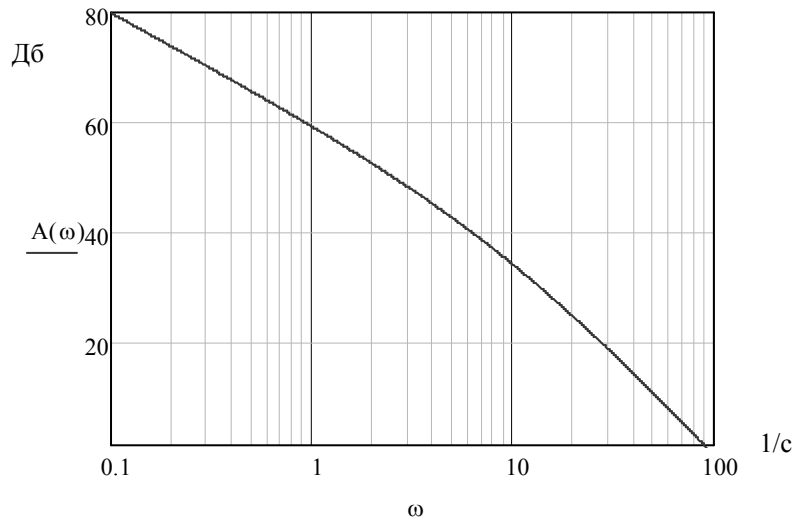


Рис. 2. Амплітудно-частотна характеристика каналу керування

Значення  $W(\omega)$ , наведені у табл. 1, визначають діапазон, у якому можуть знаходитися характеристики реального РЕЗ, який проектується.

**Функціональні характеристики РЕЗ як гіпервипадкові функції.** Гіпервипадкові властивості функціональних характеристик – операторів  $Y = Y(X, P, Q)$  – можуть змінити діапазони їх реальних значень, тому в методах проектування необхідно враховувати ймовірнісні параметри елементної бази – ЕРЕ, ФВ, матеріалів як гіпервипадкових величин. Але у більшості випадків таких даних у технічній та довідковій літературі немає, гіпервипадкові властивості елементної бази РЕА взагалі не визначались, а тому впевнено розрахувати межі реального діапазону відповідної характеристики під час проектування неможливо.

У РЕА найбільш розповсюдженими ЕРЕ є резистори та конденсатори, тому можна припустити, що гіпервипадкові показники останніх будуть визначати гіпервипадкові характеристики РЕЗ. Наприклад, у розглянутому каналі керування постійні часу  $T_i$  можна вважати скалярними гіпервипадковими функціями ЕРЕ, які входять до складу електричного кола, де формується відповідний електричний сигнал, а у більшості випадків такими елементами будуть резистори та конденсатори, хоча форма таких функцій для даної електричної схеми в даному випадку невідома. Вирази (7) для самої АЧХ доцільно представляти векторними гіпервипадковими функціями [3].

Вплив гіпервипадкових властивостей ЕРЕ на передаточну функцію можливо з'ясувати на моделі корегуючого чотириполюсника, схема якого подана на рис. 3 – це т.зв. пропорційно-інтегруюче коло, для якого передаточну функцію можна записати так:

$$W(R_1, R_2, C) = \frac{sR_2C + 1}{s \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) R_2C + 1} = W(x_1, x_2, x_3) \tag{9}$$

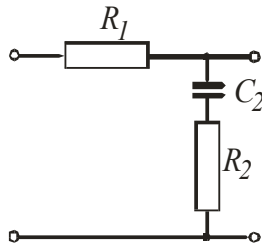


Рис. 3. Пропорційно-інтегруюче RC-коло

Для розрахунку АЧХ прийняті такі параметри ЕРЕ:  $R_1 = 100$  кОм,  $R_2 = 10$  кОм,  $C = 0,1$  мкФ; допуски на всі параметри  $\pm 5\%$ . Згідно з формулами (8), для  $\omega = 10$  1/с одержані такі значення для АЧХ:  $W(\omega) = 0,910$ ,  $\sigma_W = 4,5 \cdot 10^{-3}$ ; графік АЧХ наведений на рис. 4. Якщо визначити гіпервипадкові параметри ЕРЕ, можливо й розрахувати межі значень АЧХ у реальному чотириполюснику згідно з [3].

З метою виявлення гіпервипадкових характеристик резисторів та конденсаторів проведені вимірювання значень їх опору та ємності за допомогою мультиметра АРРА-109, який був приєднаний до комп'ютера для наступної обробки результатів.

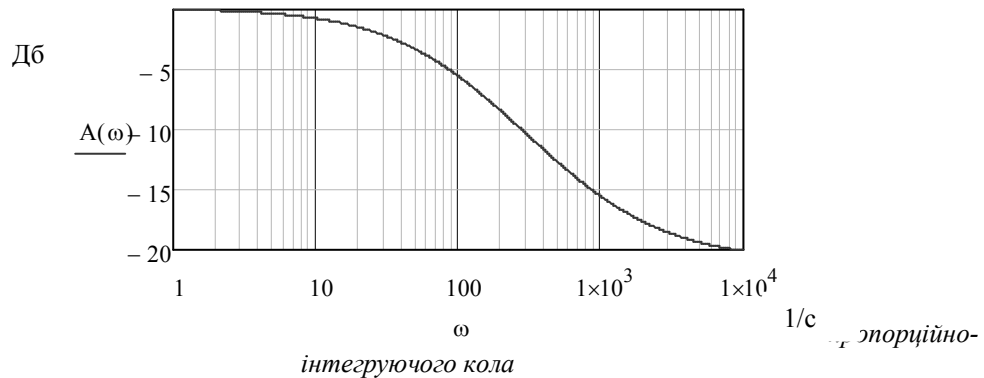


Рис. 4. АЧХ

інтегруючого кола

Для вимірювань відібрана партія недротяних плівкових резисторів С2-33Н з номінальним значенням опору  $R = 1$  кОм, з допуском  $\pm 5\%$ ; всього у партії було 16 груп резисторів по 10 шт. у кожній групі. Похибка мультиметра при вимірюванні опору дорівнює  $\pm 0,4\%$ , результати записувалися у пам'ять комп'ютера для наступної обробки (у власній пам'яті мультиметра може бути запам'ятовано до 1000 відліків). Результати вимірювання опорів резисторів (нормованих – віднесених до номінального значення 1 кОм) представлені на рис. 5.

Якщо вважати, що одержана вибірка є множиною випадкових величин, її числові характеристики, у припущенні нормального закону розподілу, такі: математичне сподівання  $m_R = 0,996$ , середньоквадратичне відхилення  $\sigma_R = 0,048$ , повний діапазон опорів:  $R_{max} = m_R + 3\sigma_R = 1,140$ ,  $R_{min} = m_R - 3\sigma_R = 0,852$ .

Для виявлення гіпервипадкових властивостей значень опорів кожену групу з 10 резисторів вважали послідовністю гіпервипадкових величин  $Y_p = X_1 \dots X_k \dots X_p$  і проводили розрахунок коефіцієнта статистичної нестабільності  $\gamma_{1n}$  згідно з формулами (1); результат розрахунку:  $\gamma_{1n} = 0,063$ . Таким чином, вибірка з 160 значень виявляє її гіпервипадковість, і необхідно визначити межі і функції розподілу меж для того, щоб визначити можливу зону невизначеності значень опорів.

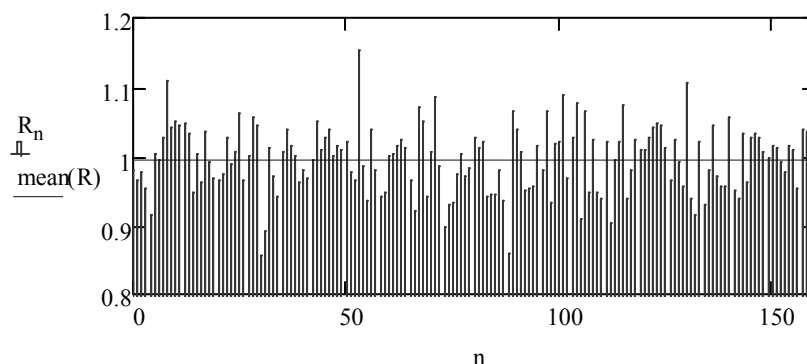


Рис. 5. Значення опорів резисторів

Значення опорів  $R_{\max}$ , які перевищують рівень математичного сподівання  $m_R$ , повинні визначити верхню межу вибірки  $R_S$ , а ті, що менші за неї, – нижню межу  $R_I$ :

$$R_{Sp} = (R_{\max} - m_R)_p; R_{Ip} = |(R_{\min} - m_R)_p|.$$

Верхні та нижні відхилення опорів  $\Delta R = R - m_R$  від рівня математичного сподівання представлені на рис. 6.

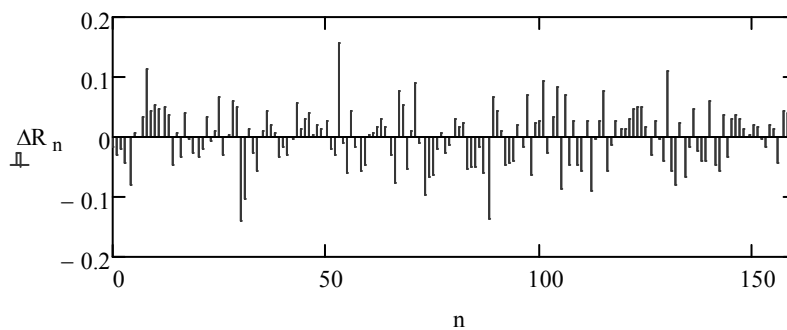


Рис. 6.

Відхилення опорів

$\Delta R$  від рівня  $m_R$

Гіпервипадкові параметри опорів визначені, виходячи з припущення, що щільність меж відповідає нормальному закону, й для них одержані такі значення:

– математичні сподівання верхньої межі  $m_{RS} = 0,037$ , нижньої  $m_{RI} = 0,041$ ;

– середньоквадратичні відхилення  $\sigma_{RS} = 0,081$ ,  $\sigma_{RI} = 0,081$ .

Таким чином, межі значень для опорів як гіпервипадкових величин будуть такими:

$$R_{\max} = m_R + m_{RS} + \sigma_{RS} = 0,996 + 0,037 + 3 \times 0,081 = 1,276;$$

$$R_{\min} = m_R - m_{RS} - \sigma_{RS} = 0,996 - 0,041 - 3 \times 0,081 = 0,712;$$

повний діапазон невизначеності гіпервипадкових опорів:

$$\Delta R = 1,276 - 0,712 = 0,564;$$

відхилення від середини діапазону  $\sigma_R = \pm 0,282$ .

Гіпервипадкові характеристики конденсаторів визначалися для партії керамічних конденсаторів К10 ємністю 1000 пФ, з номінальним допуском  $\pm 5\%$ ; методика обробки результатів така ж, як і для резисторів. У партії було 10 груп конденсаторів, у кожній групі їх 10 шт. Розрахунки коефіцієнта статистичної нестабільності дають значення  $\gamma_{1n} = 0,083$ .

Математичне сподівання нормованого значення ємності  $m_C = 1,04$ .

Гіпервипадкові параметри ємностей:

– математичні сподівання верхньої межі  $m_{CS} = 0,044$ , нижньої  $m_{CI} = 0,04$ ;

– середньоквадратичні відхилення  $\sigma_{CS} = 0,073$ ,  $\sigma_{CI} = 0,073$ .

Межі значень для ємностей як гіпервипадкових величин будуть такими:

$$C_{\max} = m_C + m_{CS} + \sigma_{CS} = 1,04 + 0,044 + 3 \times 0,073 = 1,303;$$

$$C_{\min} = m_C - m_{CS} - \sigma_{CS} = 1,04 - 0,040 - 3 \times 0,073 = 0,781;$$

повний діапазон невизначеності ємностей як гіпервипадкових величин:

$$\Delta C = 1,303 - 0,781 = 0,522;$$

відхилення від середини діапазону  $\sigma_C = \pm 0,261$ .

Значення одержаних відхилень  $\sigma_R$  та  $\sigma_C$  були прийняті як еквівалентні середньоквадратичні відхилення випадкових величин  $R_i$  та  $C$ , за їх значеннями розрахована АЧХ чотириполосника та відхилення від номінального її значення; для  $\omega = 10$  останні дорівнюють  $\sigma_W = 0,046$  (тобто  $\sim 5\%$ ).

Аналогічний підхід можна застосувати й для розрахунку АЧХ розглянутого вище каналу керування як гіпервипадкової функції гіпервипадкових величин  $T_i$ , і якщо орієнтуватися на результати проведених розрахунків гіпервипадкових параметрів резисторів і конденсаторів, значення гіпервипадкових відхилень для  $T_i$  не повинні бути більшими ніж  $\pm 20\%$ . Статистики для  $T_i$ , на основі якої можна було б визначити характеристики  $W(\omega)$  як гіпервипадкової функції, не існує, тому вони розраховані як випадкові, із середньоквадратичними відхиленнями  $\sigma_T = 2 \cdot 10^{-2}$  (для  $T_i$  це  $20\%$ ). Результати розрахунків  $W(\omega)$  наведені у табл. 2 для тих же значень частот  $\omega$ , що й раніше.

Аналіз результатів показує, що розсіяння значень для АЧХ суттєво збільшилося, тобто гіпервипадкові властивості параметрів структурних складових РЕЗ можуть іноді привести до розширення зони невизначеності для реальної характеристики пристрою, що проектується.

Таблиця 2  
Межі АЧХ  $W(\omega)$  для  $\sigma_T = 2 \cdot 10^{-2}$

$\omega$	$W(\omega)$					
	$W_{\text{ном}} = M_W$	$\sigma_W$	$W_{\text{max}} = M_W + \sigma_W$	$W_{\text{min}} = M_W - \sigma_W$	$W_{P\text{max}} = M_W + 3\sigma_W$	$W_{P\text{min}} = M_W - 3\sigma_W$
1	909	28,7	938	880	996	824
10	51,0	9,1	60,1	41,9	78,3	23,8
100	0.978	0,19	1,168	0,788	1,533	0.422

Гіпервипадкові характеристики елементної бази РЕА необхідно визначати на основі експериментальних досліджень, накопиченням статистичних даних для основних її складових – резисторів, конденсаторів, напівпровідникових приладів, мікросхем, ФВ (таких, як трансформатори й ін.), подібно до того, як була створена база даних для визначення інтенсивності відмов таких елементів.

Аналогічний підхід повинен бути й до визначення характеристик конструктивних матеріалів – необхідно створювати базу гіпервипадкових даних і для них.

Якщо гіпервипадкові характеристики елементної бази РЕЗ відомі, можливо розрахувати межі, у яких можуть знаходитися характеристики операторів  $Y$ ,  $Z$  чи  $F$  для всього пристрою. Для скалярних гіпервипадкових функцій, якими необхідно вважати оператори  $Y$ , це можна зробити, застосувавши методи перетворення, аналогічні перетворенням випадкових функцій (за допомогою умовних функцій розподілу та функцій розподілу їх меж) – так, як були одержані числові характеристики АЧХ каналу керування. Оператори  $Z$  та  $F$ , скоріше за все – векторні гіпервипадкові функції, для їх перетворень можуть виникнути, як зазначено у [4], труднощі обчислювального характеру.

**Висновки.** В методах проектування оптимальних конструкцій РЕЗ повинна бути врахована гіпервипадковість їх функціональних характеристик, яка є результатом впливу гіпервипадкових властивостей складових елементної бази РЕА – ЕРЕ, ФВ, структурних модулів, конструкційних матеріалів, що входять до складу всього пристрою. Базу даних для гіпервипадкових параметрів елементів РЕЗ необхідно створювати подібно до того, як були одержані параметри інтенсивності відмов ЕРЕ – експериментальними дослідженнями.

Сучасні методи проектування РЕЗ, у тому числі ті, що входять до методичного забезпечення систем автоматизованого проектування, необхідно створювати з використанням даних про гіпервипадкові властивості елементної бази РЕЗ та теорії гіпервипадкових явищ.

Це дасть можливість більш точно визначати межі, у яких можуть знаходитися функціональні показники РЕЗ, що проектується, і вчасно, на відповідному етапі проектування, приймати обґрунтовані рішення, щоб одержати пристрій з оптимальними показниками.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений / И.И. Горбань. – К. : НАНУ / Институт проблем математических машин и систем, 2007. – 184 с.
2. Горбань И.И. Теория вероятностей і математична статистика для наукових працівників та інженерів / И.И. Горбань. – К. : НАНУ / Институт проблем математичних машин і систем, 2003. – 244 с.
3. Горбань И.И. Представление физических явлений гиперслучайными моделями / И.И. Горбань // Математичні машини і системи. – 2007. – № 1. – С. 34–41.
4. Горбань И.И. Преобразование гиперслучайных величин и процессов / И.И. Горбань // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2010. – № 2. – С. 3–15.

ЗИНЬКОВСЬКИЙ Юрій Францевич – академік АПНУ, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри радіоконструювання Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– проектування та оптимізація радіоелектронної апаратури.

Тел. (роб.): 236–21–17.

УВАРОВ Борис Михайлович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіоконструювання Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– проектування радіоелектронної апаратури з гіпервипадковими характеристиками.  
Тел. (роб.): 406–83–87.  
E-mail: [kyivbmu@ukr.net](mailto:kyivbmu@ukr.net)

Подано 13.01.2010.

Аннотация.

Зиньковский Ю.Ф., Уваров Б.М.

**Гиперслучайность функциональных характеристик радиоэлектронных аппаратов**

Функциональные показатели радиоэлектронных средств рассмотрены как гиперслучайные скалярные и векторные функции. Их вероятностные и числовые характеристики необходимо определять как функции первичных гиперслучайных величин, вследствие чего и функциональные показатели всего устройства необходимо считать гиперслучайными функциями.

Abstract.

Zinkovsky J.F., Uvarov B.M.

**Hyper-random of the functional characteristics of radioelectronic devices**

The functional parameters of radioelectronic means are considered as hyper-random scalar and vector functions. They probability and numerical characteristics are necessary for defining as function primary hyper-random of sizes, owing to what and functional parameters of all device it is necessary to consider as hyper-random functions.