

## ПРОХОДЖЕННЯ ЗВУКОВОЇ ХВИЛІ КРІЗЬ ПРУЖНИЙ ІЗОТРОПНИЙ ШАР

(Представлено д.т.н., проф. Карачун В.В.)

*Аналізується пружна взаємодія акустичного випромінювання з плоскою, ізотропною за структурою, перешкодою. Визначається закон вимушеного згинного руху пластини і з'ясовуються можливості виникнення особливостей резонансного типу.*

**Постановка проблеми.** Під час старту літальних апаратів різного класу в навколишнє середовище інjektується акустичне випромінювання високого рівня (в зоні реактивного струменя до 180 дБ) і досить широкої частотної смуги (до 10 кГц). Певна частка цього випромінювання проникає крізь фюзеляж до приладового устаткування і породжує вимушені коливання в їх елементній базі та конструкції в цілому. Найбільш вразливими в цьому сенсі постають плоскі перешкоди, які мають в напрямку нормалі обмежену жорсткість і тому відчувають пружні згинні коливання поверхні. Їх наявність впливає на динаміку приладів керування, а за наявності хвильового співпадіння може призвести до виникнення особливостей. Вивчення природи цього явища і аналітичний опис пружних переміщень поверхні плоских елементів в акустичному середовищі окреслює коло проблемних досліджень явища.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Плоскі елементи приладів в умовах експлуатаційного застосування літальних апаратів завжди являють науковий і практичний інтерес. Так, до речі, до розрахункових моделей у вигляді плоских систем з розподіленими параметрами можуть бути приведені і протяжні апарати, що знаходяться на значній дистанції від реєструючого об'єкта [1], елементна база підвісу гіроскопічних приладів [2, 3], а також пружні перехресні шарніри і торсіонні підвіси також набувають вигляду плоских ізотропних фрагментів. Особливо це стосується чутливих елементів систем корекції.

Класичною з точки зору задач, що вивчаються, можна вважати роботу [4].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Аналіз динаміки плоских елементів приладів в натурних умовах, особливо під дією проникаючого акустичного випромінювання, має на меті цілу низку актуальних задач. Це згинний рух, як при дії плоскої хвилі, так і в умовах дифузного поля, це вплив фізико-механічних властивостей матеріалу на закономірність руху, звукопроникність, звукоізоляційні властивості, причини виникнення резонансних явищ тощо. Але найважливішим постає опис вимушених коливань пластини в акустичному середовищі, як одного із суттєвих факторів виникнення додаткових похибок приладів.

**Метою** проведених досліджень є побудова розрахункової моделі пружної взаємодії звукової хвилі з плоскою перешкодою на підґрунті методів променевої акустики за умов відсутності градієнта тиску вздовж фронту хвилі.

**Основний матеріал досліджень.** В багатьох важливих для практики випадках, в області частот, нижчих від граничної  $f_c$ , можна нехтувати впливом граничних умов по контуру пластини і вважати її необмеженою за протяжністю. Стосовно граничних умов на поверхні віртуальної пластини, тобто на межі води і підводного апарата, то забезпеченням їх безвідривної взаємодії є наявність рівності нормальних до поверхні швидкостей човна та оточуючого середовища, а також тиску.

Будуючи модель проходження звукової хвилі крізь умовну пластину, виходимо з наступних припущень:

- лінійні елементи, які перпендикулярні до серединної поверхні, при деформації залишаються прямими і установлюються вздовж нормалі до викривленої серединної поверхні;
- в серединній поверхні не виникають деформації подовження або зсуву;
- деформації при згині залишаються малими, пружними і підпорядкованими закону Гука.

Вивчення явища здійсимо на прикладі плоскої монохроматичної хвилі тиску, тобто такої хвилі, в якій відсутні градієнти тиску і швидкості переміщення середовища вздовж лінії фронту. Окрім того, швидкість часток середовища у плоскій хвилі приймається пропорційною тиску в той же момент часу. На практиці плоску хвилю розглядають як ідеалізацію хвилі, що випромінюється тілом обмежених розмірів і, при цьому, знаходиться на значній відстані від об'єкта.

Розв'язок поставленої задачі проілюструємо на механічній моделі, що широко застосовується в акустиці (рис. 1).

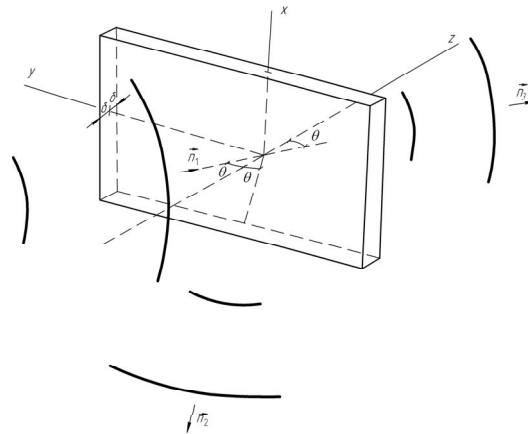


Рис. 1. Проходження звукової хвилі крізь плоску пружну ізотропну перешкоду

Отже, ізотропна пружна пластина сталої жорсткості і необмеженої протяжності розділяє два акустичні напівпростори. Прийmemo, що на лицьову поверхню пластини під кутом  $\theta$  падає плоска монохроматична хвиля звукового тиску

$$P_1 = P_{10} \exp i \left\{ \omega t - k_0 \left[ (z + \delta) \cos \theta + y \sin \theta \right] \right\}, \quad (1)$$

де  $k_0 = \omega c^{-1}$  – хвильове число;  $\omega$  – кутова частота коливань;  $c$  – швидкість звуку;  $P_{10}$  – амплітуда тиску у звуковій хвилі.

Величина  $\delta$  при координаті  $z$  введена для зручності подальших обчислень.

Відбита та пройдешня хвилі, відповідно, мають вигляд:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{20} \exp i \left\{ \omega t - k_0 \left[ -(z + \delta) \cos \theta + y \sin \theta \right] \right\}; \\ P_3 &= P_{30} \exp i \left\{ \omega t - k_0 \left[ (z - \delta) \cos \theta + y \sin \theta \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Виходячи з наведеного, згинний рух пластин реалізується в площині  $y, z$  і не залежить від координати  $x$ , що пояснюється відсутністю градієнта тиску вздовж цієї координати.

За прийнятих спрощень має місце плоска деформація. У формі Ламе її аналітичний опис має вигляд:

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \mu \nabla^2 V &= \rho_c \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}; \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \mu \nabla^2 W &= \rho_c \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $\xi = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$ ,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ;  $V, W$  – пружні переміщення поверхні в напрямку осей  $y^3 z$ ;  $\rho_c$  – щільність матеріалу пластини;  $\lambda, \mu$  – сталі Ламе

$$\lambda = E\sigma(1 + \sigma)^{-1}(1 - 2\sigma)^{-1}; \quad \mu = 2^{-1}E(1 + \sigma)^{-1}, \quad (4)$$

$E, \sigma$  – відповідно модуль Юнга та коефіцієнт Пуасона.

Для розв'язку системи диференціальних рівнянь (3), пружні переміщення  $V^3 W$  наведемо у вигляді

$$V = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad W = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad (5)$$

де  $\varphi = \varphi(y, z, t)$ ,  $\psi = \psi(y, z, t)$ .

Після підстановки співвідношень (5) в систему (3), остання розпадається на два незалежних рівняння відносно функцій  $\varphi$  та  $\psi$ :

$$\nabla^2 \varphi = C_1^{-2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}; \quad \nabla^2 \psi = C_2^{-2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (6)$$

де  $C_1 = \rho_c^{-\frac{1}{2}} (\lambda + 2\mu)^{\frac{1}{2}}$  – швидкість поздовжніх хвиль;  $C_2 = \rho_c^{-\frac{1}{2}} \mu^{\frac{1}{2}}$  – швидкість поперечних хвиль.

Розв'язок рівнянь (6) шукаємо у вигляді

$$\varphi(y, z, t) = f(z) \exp i(\omega t - k y \sin \theta);$$

$$\psi(y, z, t) = f_2(z) \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) .$$

Після підстановки цих величин в рівняння (6) обчислюємо їх значення і за допомогою співвідношень (5) визначаємо пружні зміщення поверхні  $V^3 W$  :

$$V = -\left[ (C_1 \exp \alpha_1 z + C_2 \exp(-\alpha_1 z)) i k_0 \sin \theta + \alpha_2 (C_3 \exp \alpha_2 z - C_4 \exp(-\alpha_2 z)) \right] \times \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta)$$

$$W = \left[ (C_1 \exp \alpha_1 z - C_2 \exp(-\alpha_1 z)) \alpha_1 - (C_3 \exp \alpha_2 z + C_4 \exp(-\alpha_2 z)) i k_0 \sin \theta \right] \times \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) .$$

Нормальні та дотичні напруження в пластині обчислюються за формулами:

$$Z_z = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial W}{\partial z} + \lambda \frac{\partial V}{\partial y} =$$

$$= \left[ (C_1 \exp \alpha_1 z + C_2 \exp(-\alpha_1 z)) a_1 - (C_3 \exp \alpha_2 z - C_4 \exp(-\alpha_2 z)) a_2 \right] \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) \quad (7)$$

$$Z_y = \mu \left( \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) =$$

$$= -\left[ (C_1 \exp \alpha_1 z - C_2 \exp(-\alpha_1 z)) a_3 + (C_3 \exp \alpha_2 z + C_4 \exp(-\alpha_2 z)) a_4 \right] \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta)$$

де  $a_1 = (\lambda + 2\mu) \alpha_1^2 - \lambda k_0^2 \sin^2 \theta$ ;  $a_2 = 2i\mu \alpha_2 k_0 \sin \theta$ ;  $a_3 = 2i\mu \alpha_1 k_0 \sin \theta$ ;  $a_4 = \mu (\alpha_2^2 + k_0^2 \sin^2 \theta)$ .

За допомогою виразів (1), (2) обчислюється звуковий тиск на лицьовій та тіньовій сторонах пластини:

$$(P_1 + P_2) \Big|_{z=-\delta} = (P_{10} + P_{20}) \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) ;$$

$$P_3 \Big|_{z=\delta} = P_{30} \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) .$$

Для зручності розіб'ємо ці величини на симетричну  $P_c$  (рис. 2) і антисиметричну  $P_a$  (рис. 3) складові і з'ясуємо природу впливу кожної з них на виникаючі коливання поверхні пластини.

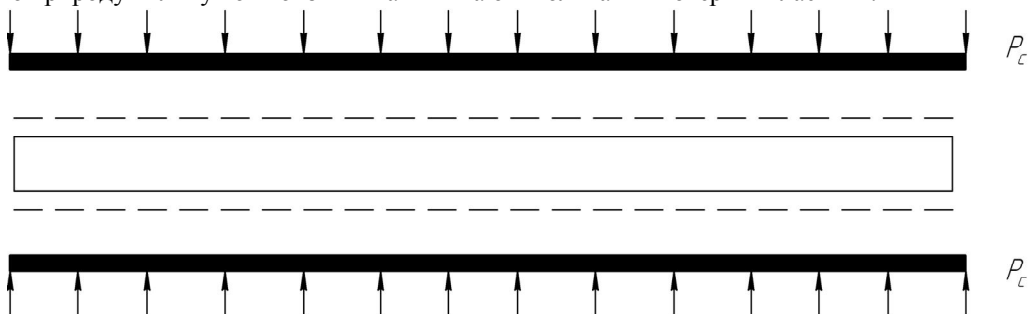


Рис. 2. Дія симетричної складової звукового тиску на пластину

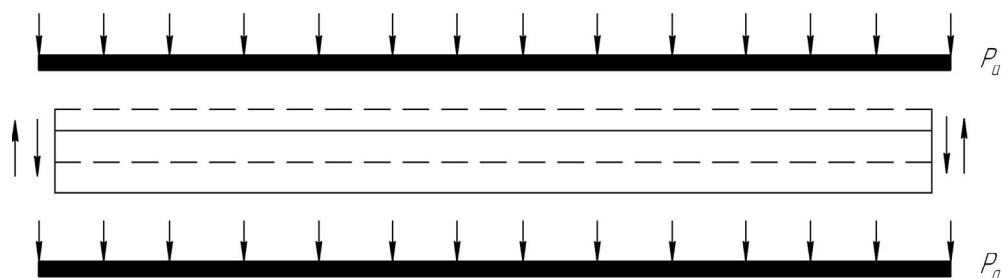


Рис. 3. Розгойдування пластини антисиметричною складовою звукового тиску

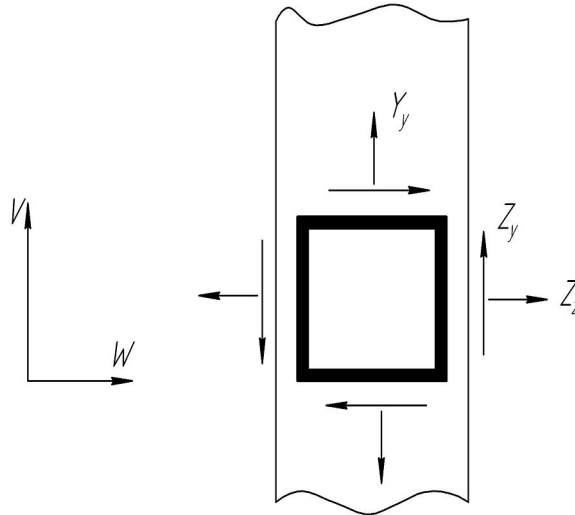


Рис. 4. Проходження звукової хвилі крізь пружний ізотропний шар

За дії симетричної складової надлишкового тиску, граничні умови

$$Z_z|_{z=\pm\delta} = -P_c ; \quad Z_y|_{z=\pm\delta} = 0$$

дозволяють обчислити довільні сталі інтегрування  $C_i$  з рівнянь (7) і з'ясувати закономірність примусового згинного руху пластини в напрямку товщини

$$W_c|_{z=\pm\delta} = \mp P_c k_2 \left\{ \omega^{-2} \rho_c^{-1} \delta^{-1} \left[ 4\gamma(\gamma-1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{cth} k_2 (\gamma-1)^{\frac{1}{2}} - (2\gamma-1)^2 (\gamma-d^2)^{-\frac{1}{2}} \operatorname{cth} k_2 (\gamma-d^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \right\} \quad (8)$$

де  $\gamma = c^{-2} C_2^2 \sin^2 \theta$ ;  $k_2 = \omega \delta C_2^{-1}$ ;  $d^2 = C_1^{-2} C_2^2 = (1-2\sigma)[2(1-\sigma)]^{-1}$ .

Граничні умови при дії антисиметричної складової акустичної хвилі мають вигляд

$$Z_z|_{z=-\delta} = -P_a ; \quad Z_z|_{z=\delta} = P_a ; \quad Z_y|_{z=-\delta} = 0 ; \quad Z_y|_{z=\delta} = 0 ,$$

а згинний рух окреслюється виразом:

$$W_a|_{z=\pm\delta} = P_a k_2 \left\{ \omega^2 \rho_c \delta \left[ 4\gamma(\gamma-1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{th} k_2 (\gamma-1)^{\frac{1}{2}} - (2\gamma-1)^2 (\gamma-d^2)^{-\frac{1}{2}} \operatorname{th} (\gamma-d^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \right\} \quad (9)$$

За умови, коли мають місце обмеження вигляду

$$\begin{aligned} |k(\gamma-1)| &\leq 0,9 ; \\ \left| k_2 (\gamma-d^2)^{\frac{1}{2}} \right| &\leq 0,9 , \end{aligned} \quad (10)$$

що обумовлює присутність лише перших двох членів розкладання в ряд величин

$$\begin{aligned} &\operatorname{th} (\gamma-1)^{\frac{1}{2}} ; \\ &\operatorname{th} (\gamma-d^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

у співвідношеннях (9), (10), згин пластини під дією симетричної та антисиметричної складових, відповідно, набуває вигляду

$$W_c|_{z=\pm\delta} = \mp P_c \frac{1}{\omega^2 \delta \rho_c} \frac{k_2^2 (\gamma-d^2)}{4\gamma(1-d^2)-1} = \mp P_c \delta \frac{1-\sigma^2}{E} \cdot \frac{(C_n c^{-1} \sin \theta)^2 - (1-2\sigma)(1-\sigma)^{-2}}{(C_n c^{-1} \sin \theta)^2 - 1} ; \quad (11)$$

$$W_a|_{z=\pm\delta} = P_a \frac{1}{\omega^2 \rho_c \delta} \cdot \frac{1}{\frac{4}{3} \gamma (\gamma - 1) (1 - d^2) k_2^2 - 1}, \quad (12)$$

де  $C_n = \left[ E \rho_c^{-1} (1 - \sigma^2)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}$  – швидкість поздовжніх хвиль в пластині.

Вираз (11) співпадає з висновком Л.М. Лямшева для тих же умов.

Якщо  $\gamma \ll 1$ , тоді перший доданок в знаменнику стає суттєво малим, у порівнянні з одиницею, і формула (12) спрощується:

$$W_a = 2P_a \frac{1}{\omega^2 m_n} \cdot \frac{1}{\frac{D\omega^2}{C_4 m_n} \sin^4 \theta - 1}, \quad (13)$$

де  $D = \frac{2}{3} \frac{E\delta^3}{1 - \sigma^2}$  – циліндрична жорсткість пластини на згин;  $m_n = 2\delta\rho_c$  – питома маса.

Формула (13) відображує відомий закон згинних коливань тонкої пластини.

Таким чином, коливання пластини під дією звукової хвилі, що падає під кутом  $\theta$ , аналітично описуються рівнянням руху тонкої пластини, якщо довжина сліду падаючої хвилі (за умови  $\gamma \gg 1$ ), або довжина поперечної хвилі (при  $\gamma \ll 1$ ), складають 3,5...6 товщин шару.

Зважимо ступінь впливу внутрішнього тертя в матеріалі пластини. В першому наближенні це досягається введенням комплексного модуля Юнга

$$E^\circ = E(1 + i\eta),$$

де  $E$  – дійсна частина модуля пружності;  $\eta$  – коефіцієнт втрат.

Під внутрішнім тертям будемо розуміти сукупність будь-яких процесів в конструкції, що слугують необерненому розсіянню механічної енергії при деформації.

З огляду на зазначене, величина імпедансу для симетричної і антисиметричної складових звукового тиску буде складати:

$$Z_c = \frac{P_c}{\frac{\partial W_c}{\partial t}} = -i\omega\delta\rho_c \left( z_c^{(1)} + iz_c^{(2)} \right); \quad (14)$$

$$Z_a = \frac{P_a}{\frac{\partial W_a}{\partial t}} = -i\omega\delta\rho_c \left( z_a^{(1)} + iz_a^{(2)} \right), \quad (15)$$

де  $z_c^{(1)} = k_2^{-2} (\gamma - d^2)^{-1} [4\gamma(1 - d^2) - 1]$ ;  $z_c^{(2)} = k_2^{-2} \eta_c (\gamma - d^2)^{-2} [4\gamma(1 - d^2)(\gamma - 2d^2) + d^2]$ ;

$z_a^{(1)} = \frac{4}{3} k_2^2 \gamma^2 (1 - d^2) - 1$ ;  $z_a^{(2)} = \frac{4}{3} \eta_c k_2^2 \gamma^2 (1 - d^2)$ .

Порівняльний аналіз динамічного і статичного модулів пружності, наприклад, сталі, довів, що динамічна жорсткість її не відрізняється від статичної. Однак це не стосується м'яких матеріалів, де потрібно враховувати зміну динамічних параметрів.

Отже, використовуючи вирази (8), (9), можна встановити закон руху будь-якого прошарку умовної пластини. Деяка незручність одержаних формул полягає в тому, що переміщення пластини постає функцією симетричної і антисиметричної складових тиску, а не амплітуди тиску падаючої хвилі  $P_{10}$ .

Цього недоліку легко позбутися, скориставшись поняттям коефіцієнта проходження звуку  $A$  та коефіцієнта відбиття  $B$ , пам'ятаючи, що перший дорівнює відношенню тиску  $P_{30}$  в пройдешній до тиску в падаючій хвилі  $P_{10}$ , а другий – відношенню тиску  $P_{20}$  у відбитій хвилі до тиску  $P_{10}$ .

Згідно з схемою проходження звуку, результуюча швидкість зміщення поверхонь пластини під дією цих двох складових акустичного тиску буде дорівнювати сумі на лицьовій стороні і різності – на тінювій стороні, тобто

$$\frac{\partial W}{\partial t} \Big|_{z=-\delta} = iP_c \omega^{-1} \rho_c^{-1} \delta^{-1} [z_c^{(1)} + z_c^{(2)}]^{-1} + iP_a \omega^{-1} \rho_c^{-1} \delta^{-1} [z_a^{(1)} + z_a^{(2)}]^{-1}; \quad (16)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} \Big|_{z=\delta} = iP_a \omega^{-1} \rho_c^{-1} \delta^{-1} [z_a^{(1)} + z_a^{(2)}]^{-1} - iP_c \omega^{-1} \rho_c^{-1} \delta^{-1} [z_c^{(1)} + z_c^{(2)}]^{-1}. \quad (17)$$

Виходячи з умови суцільності на межі двох середовищ, можна зробити висновок щодо рівності коливальної швидкості пластини і нормальної складової швидкості звукової хвилі. Це обумовлює граничні умови на поверхні пластини у вигляді:

$$\left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_{z=-\delta} = z_0^{-1} (P_1 - P_2) \cos \theta; \quad \left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_{z=\delta} = z_0^{-1} P_3 \cos \theta, \quad (18)$$

де  $z_0 = \rho_0 c$  – питомий акустичний опір середовища;  $\rho_0$  – щільність середовища.

Вилучивши з рівнянь (16)–(18) величини  $P$  та  $\frac{\partial W}{\partial t}$ , обчислюємо коефіцієнти  $A$  і  $B$ :

$$A = \left[ \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} - \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} - i \left( \Delta_c^{-1} z_a^{(1)} - \Delta_c^{-1} z_c^{(1)} \right) \right] \left\{ \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right) \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right) - \Delta_c^{-2} z_c^{(1)} z_a^{(1)} - \right. \\ \left. - i \left[ \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right) \Delta_c^{-1} z_a^{(1)} + \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right) \Delta_c^{-1} z_c^{(1)} \right] \right\}^{-1} \quad (19)$$

$$B = \left[ 1 + \Delta_c^{-2} z_a^{(1)} z_c^{(1)} - \Delta_c^{-2} z_a^{(2)} z_c^{(2)} + i \Delta_c^{-2} \left( z_a^{(1)} z_c^{(2)} + z_a^{(2)} z_c^{(1)} \right) \right] \left\{ \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right) \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right) - \right. \\ \left. - \Delta_c^{-2} z_c^{(1)} z_a^{(1)} - i \left[ \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right) \Delta_c^{-1} z_a^{(1)} + \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right) \Delta_c^{-1} z_c^{(1)} \right] \right\}^{-1} \quad (20)$$

де  $\Delta_c = z_0 (\omega \delta \rho_c \cos \theta)^{-1}$ .

Одержані значення коефіцієнтів проходження звуку та відбиття дозволяють навести закон згинних коливань умовної пластини у вигляді

$$W = \frac{1}{2} \frac{(P_{10} + P_{20} - P_{30})}{\omega^2 m_n} \cdot \frac{1}{\frac{D \omega^2}{m_n c^4} \sin^4 \theta - 1} \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) + \\ + \frac{1}{2} \frac{(P_{10} + P_{20} - P_{30})}{E} \cdot \frac{\left( \frac{C_n}{c} \sin \theta \right)^2 - \frac{1 - 2\sigma}{(1 - \sigma)^2}}{\left( \frac{C_n}{c} \sin \theta \right)^2 - 1} \delta (1 - \sigma)^2 \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) \quad (21)$$

Або так:

$$W = P_{10} \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta) [(1 + B - A) \mu_1 + (1 + B + A) \mu_2] = \\ = P_{10} \rho^{-1} \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta - \varphi) [\rho_1 \mu_1 \exp i\varphi_1 + \rho_2 \mu_2 \exp i\varphi_2]$$

де

$$\rho = \left\{ \left[ \Delta_c^{-2} z_a^{(1)2} + \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right)^2 \right] \left[ \Delta_c^{-2} z_c^{(1)2} + \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$\rho_1 = \left[ \left( 1 + 2^{-1} \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right)^2 + \Delta_c^{-2} z_a^{(1)2} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \rho_2 = \left[ \left( 1 + 2^{-1} \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right)^2 + \Delta_c^{-2} z_c^{(1)2} \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\varphi_1 = \arctg \left[ -\Delta_c^{-1} z_a^{(1)} \left( 1 + 2^{-1} \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right)^{-1} \right]; \quad \varphi_2 = \arctg \left[ -\Delta_c z_c^{(1)} \left( 1 + 2^{-1} \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right)^{-1} \right];$$

$$\varphi = \arctg \left[ \Delta_c^{-1} z_a^{(1)} \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right)^{-1} + \Delta_c^{-1} z_c^{(1)} \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right) \right] \left[ \Delta_c^{-2} z_a^{(1)} z_c^{(1)} - \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right) \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right) \right]^{-1};$$

$$\mu_1 = \left[ \omega^2 m_n \left( D \omega^2 m_n^{-1} c^{-4} \sin^4 \theta - 1 \right) \right]^{-1};$$

$$\mu_2 = E^{-1} \delta (1 - \sigma^2) \left[ \left( C_n c^{-1} \sin \theta \right)^2 - (1 - \sigma^2)^{-2} (1 - 2\sigma) \right] \left[ \left( C_n c^{-1} \sin \theta \right)^2 - 1 \right]^{-1}.$$

Коефіцієнт звукопроникності  $\tau$  пластини обчислюється за формулою (21):

$$\tau = |A|^2 = \frac{\left( \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} - \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right)^2 + \left( \Delta_c^{-1} z_c^{(1)} - \Delta_c^{-1} z_a^{(1)} \right)^2}{\left[ \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)} \right)^2 + \Delta_c^{-2} z_c^{(1)2} \right] \left[ \left( 1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)} \right)^2 + \Delta_c^{-2} z_a^{(1)2} \right]}. \quad (22)$$

Аналізуючи цей параметр, зупинимося на окремих часткових випадках.

Опір пластини симетричним коливанням значно перевищує опір антисиметричним коливанням. У цьому випадку

$$|Z_c| \gg |Z_a|$$

і симетричним коливаннями можна нехтувати. Відкидаючи з розгляду величини  $Z_a$ , у порівнянні з  $Z_c$ , формулу (22) перетворимо до вигляду:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{\left(1 + \Delta_c^{-1} z_a^{(2)}\right)^2 + \Delta_c^{-2} z_a^{(1)2}} = \\ &= \frac{1}{\left(1 + \eta \frac{c_3^4}{c^4} \cdot \frac{\omega m_n}{2\rho_0 c} \sin^4 \theta \cos \theta\right)^2 + \left(\frac{\omega m_n}{2\rho_0 c} \cos \theta\right)^2 \left(1 - \frac{c_3^4}{c^4} \sin^4 \theta\right)^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

де  $c_3 = (D\omega^2 m_n^{-1})^{\frac{1}{4}}$  – фазова швидкість розповсюдження згинних хвиль в пластині.

На низьких частотах, коли  $c_3 \ll c$ , формула (23) спрощується –

$$\tau = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega m_n}{2\rho_0 c} \cos \theta\right)^2}. \quad (24)$$

Із ростом частоти швидкість згинних хвиль збільшується. Починаючи з так званої *граничної* частоти, за відповідного підбору кута  $\theta$ , завжди можливим стає випадок обернення на нуль другого доданку в знаменнику формули (23), тобто коли настає рівність

$$c_3 = \frac{c}{\sin \theta}. \quad (25)$$

Цей вираз окреслює явище хвильового співпадіння при згинних коливаннях, виявлене Л.Кремером.

Співвідношення (25) легше сприймається, якщо поділити обидві його частини на  $f$  –

$$\frac{\lambda}{\sin \theta} = \lambda_3, \quad (26)$$

де  $\lambda = cf^{-1}$  – довжина звукової хвилі в середовищі;  $\lambda_3 = c_3 f^{-1}$  – довжина згинної хвилі в пластині.

Умова (26) зазначає на виникнення в пластині так званого *просторового резонансу*. На відміну від частотного резонансу, який полягає в прояві рівності частоти збурення і частоти власних коливань об'єкта, просторовий резонанс вказує на співпадання геометричних розмірів – слід падаючої хвилі  $\frac{\lambda}{\sin \theta}$  дорівнює довжині хвилі згину в пластині (рис. 5).

Оскільки пластина прийнята необмеженою за протяжністю, всі частоти її коливань являються власними, тобто можливими і після дії збурення. За прояву співпадання розподіл тиску в падаючій хвилі вздовж пластини точно відповідає розподілу зміщень при власних коливаннях пластини тієї ж частоти, що і призводить до інтенсивного росту коливань.

Наслідком прояву умови (26) буде максимально можлива трансляція енергії акустичного випромінювання крізь пластину, тобто з одного напівпростору в інший. Відбувається інтенсивна перекачка енергії випромінювання. Пластина за цих умов стає акустично “прозорою”.

Для інших кутів падіння хвилі, перекачка енергії звукового випромінювання різко зменшується. Найменшою частотою, за якої залишається можливим явище співпадання,  $f_{\omega\omega}$ , буде

$$f_{\omega\omega} = \frac{c}{2\pi} (D^{-1} m_n)^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

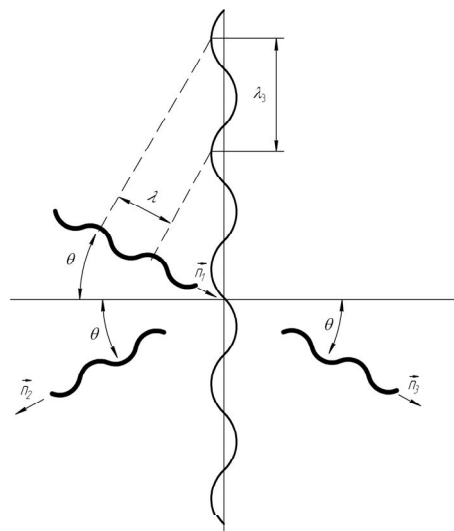


Рис. 5. Хвильове співпадання, просторовий резонанс

Очевидно, що ця чинність спостерігається при  $\theta = \frac{\pi}{2}$  рад.

Опір пластини симетричним коливанням значно менший опору антисиметричним коливанням. В цьому разі

$$|Z_a| \ll |Z_c|$$

і співвідношення (22) перетворюється на наступне:

$$\tau = \frac{1}{(1 + \Delta_c^{-1} z_c^{(2)})^2 + \Delta_c^{-2} z_c^{(1)2}} \tag{28}$$

Найбільша звукопроникність пластини має місце за умови

$$z_c^{(1)} = 0$$

Звідси отримуємо просте співвідношення

$$\frac{c}{\sin \theta} = c_f \tag{29}$$

яке окреслює явище хвильового співпадання при дії симетричної складової випромінювання. Воно має місце кожного разу, коли слід падаючої хвилі дорівнює довжині поздовжньої хвилі в пластині.

Цікава обставина, що в даному випадку співпадання залежить тільки від кута падіння хвилі і має місце за будь-якої частоти.

Отже, кожному типу коливань відповідає свій кут співпадання, за якого пластини має найбільшу звукопроникність. Тому при обчисленні коефіцієнта звукопроникності, усередненого, наприклад, по Перісу, можна обмежитися інтегруванням виразу

$$\tau = \int_0^{75-80^\circ} \tau_0 \sin 2\theta d\theta$$

попередньо в межах кутів співпадання при симетричних і антисиметричних коливаннях.

**Висновки.** Таким чином, аналітично описано явище пружної взаємодії плоскої перешкоди з монохроматичною хвилею надлишкового типу. Визначені закономірності згинного руху і особливості динаміки за натурних умов.

Матеріали є основою для подальшого вивчення явища на віртуальних моделях.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Карачун В.В. Рухомі міражі : монографія / В.В. Карачун, В.М. Мельник ; Нац. техн. ун-т України «КПШ». – К.: Корнійчук, 2009. – 136 с.
2. Ковалець О.Я. Влияние дифракционных эффектов на погрешность гироскопа в акустических полях / О.Я. Ковалець // Materialyv miedzynarodowej naukowopraktycznej konferencji «Dynamika naukowych Badań–2009», 07–15 lipca 2009 roku. – Vol. 11 / Techniczne nauki : Przemysł, Nauka I studia. – 2009. – Str. 39–43.



3. *Кладун Е.А.* Упругое взаимодействие слоистой пластины с акустическим излучением / *Е.А. Кладун* // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2007. – № 8 (44). – С. 71–74.
4. *Лямшев Л.М.* Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости / *Л.М. Лямшев*. – М. : Изд-во АН СССР, 1955. – 73 с. – Библиогр. : 72.

ПАНЧЕНКО Роман Миколайович – аспірант кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

– динаміка приладів керування.

Тел.: 8(044)5-544-24-34;

8(044)454-94-51.

Подано 15.12.2009

**Панченко Р.М.** Проходження звукової хвилі крізь пружний ізотропний шар

**Панченко Р.Н.** Прохождение звуковой волны через упругий изотропный слой

**Panchenko R.N.** Passing of voice waves through a one-year resilient layer

УДК 629.7.054

**Прохождение звуковой волны через упругий изотропный слой / Р.Н. Панченко**

Анализируется упругое взаимодействие акустического излучения с плоской, изотропной по структуре, преградой. Определяется закон вынужденного изгибного движения пластины и устанавливается возможность возникновения особенностей резонансного типа.

УДК 629.7.054

**Passing of voice waves through a one-year resilient layer. / R.N. Panchenko**

The resilient co-operating of acoustic radiation is analysed with flat, one-year on a structure, by a barrier. The law of forced of flexural motion of plane is determined and possibility of resonance type is set.