

М.В. Зосимович, к.т.н.

І.І. Сугоняк, к.т.н.

*Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова  
Національного авіаційного університету***МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ВИБОРУ РУШІЙНОЇ УСТАНОВКИ БЕЗПЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА**

*Розроблені математичне забезпечення та алгоритм роботи системи підтримки прийняття рішень щодо вибору рушійної установки в системі безпілотного літального апарата на основі багатокритеріального аналізу з використанням простору показників.*

**Вступ.** Використання безпілотних літальних апаратів (БЛА) дозволяє одержати важливу інформацію про стан природних ресурсів, екологічну і технологічну ситуації у важкодоступних і небезпечних місцях. Порівняно з традиційними – пілотованими літальними апаратами, БЛА має ряд очевидних переваг: значно менші масово-габаритні та вартісні характеристики, компактність і простота виробництва, експлуатації і ремонту, можливість здійснення зльоту і посадки в непередбачуваних місцях, незначні витрати палива, енергії, відсутність негативного впливу на навколишнє середовище (шум, викиди тощо). Ефективність використання БЛА багато в чому обумовлюється правильністю вибору його рушійної установки (РУ).

У процесі проектування РУ БЛА слід враховувати численні критерії, що впливають на його ефективність. Збільшення числа чинників, які враховуються при виборі БЛА призвело до значного зростання обсягів обробленої інформації, що ускладнює правильність вибору комплексу основних параметрів РУ та обумовлює необхідність використання інформаційних технологій та методів багатокритеріального аналізу альтернатив [2].

**Метою** даної статті є розробка моделі та методів підтримки прийняття рішень щодо вибору оптимальної структури рушійної установки БЛА.

**Завданнями роботи є:** визначення множини факторів та множини показників для оптимального вибору РУ БЛА; визначення методики розв'язування задачі багатокритеріального аналізу та вибору оптимальної структури РУ БЛА; розробка алгоритму роботи системи підтримки прийняття рішень (СППР) відповідного призначення.

Останніми роками для розв'язування подібних задач широкого вжитку набула методика векторної оптимізації [3]. У такому випадку для оцінки ефективності передбачуваного варіанта РУ для оперативного природоресурсного та екологічного моніторингу навколишнього середовища уточнення потребує поняття оптимальності. Якщо при оцінці за одним критерієм ефективності за оптимум приймається те рішення, яке відповідає найкращому значенню цього показника, то використання багатокритеріального аналізу структури РУ утворює множину варіантів рішень, що важко порівнюються (тобто за одними показниками кращі, а за іншими гірші).

**Постановка задачі.** До основних показників ефективності РУ для БЛА, для використання в СППР за аналогією з [4], належать наступні: питома тяга двигуна на крейсерському режимі польоту БЛА  $f_1(X)$ ; питома тяга двигуна на злітному режимі БЛА  $f_2(X)$ ; питома витрата палива на крейсерському режимі польоту БЛА  $f_3(X)$ ; питома вага двигуна  $f_4(X)$ ; питома вартість двигуна  $f_5(X)$ .

До складу вектора факторів  $X$ , що визначають значення показників ефективності  $f_i(X)$ ,  $i = \overline{1,5}$  входять такі змінні:  $x_1$  – температура повітря або газу;  $x_2$  – ступінь підвищення тиску;  $x_3$  – ступінь двоконтурності;  $x_4$  – коефіцієнт корисної дії;  $x_5$  – механічний коефіцієнт корисної дії;  $x_6$  – коефіцієнт відновлення повного тиску;  $x_7$  – коефіцієнт швидкості сопла;  $x_8$  – питома величина відбору повітря з компресора для охолодження;  $x_9$  – безповоротні відносні витоки повітря з двигуна;  $x_{10}$  – висота польоту БЛА.

Необхідно визначити прийнятний варіант конструкції РУ з урахуванням п'яти показників ефективності, за умови відсутності єдиного показника в явній формі, тобто згортка всіх показників в єдиний неможлива. У пошуку допустимого рішення бере участь особа, що приймає рішення (ОПР).

**Основна частина.** Метою запропонованого в роботі алгоритму є допомога ОПР у проведенні цілеспрямованого пошуку прийняттого варіанта РУ для БЛА. Алгоритм складається з послідовного виявлення переваг в просторі показників ефективності, здійснюваного ОПР, і дослідженні допустимої безлічі альтернатив у факторному просторі в інтерактивному режимі роботи СППР.

Алгоритм ґрунтується на двох припущеннях [4, 5]:  $\Omega$  – опукла множина в просторі чинника, тобто множина, визначена обмеженнями, що накладаються на вектор чинників  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$ ;  $Z[f_1(X), \dots, f_5(X)]$  – увігнута зростаюча (або опукла, спадна) і диференційована функція власних аргументів, що визначена з точністю до додатного лінійного перетворення (афіного перетворення);  $f_i(X)$  – диференційовані увігнуті (опуклі) функції, які є показниками ефективності РУ.

Вираз  $Z[f_1(X), \dots, f_5(X)]$  являє собою згортку функцій, яка визначена у ОПР в неявному вигляді [6]. Попри неявний характер функції  $Z[F]$ , ОПР повинна повідомити про неї деяку інформацію. Ця інформація в даному алгоритмі необхідна для визначення напряму дослідження допустимої множини на початку кожної ітерації (інформація першого типу), а в кінці ітерації – для визначення початкової точки для наступної ітерації (інформація другого типу). Можна зробити висновок, що задача пошуку прийняттого варіанта РУ для БЛА оперативного природоресурсного і екологічного моніторингу навколишнього середовища полягає в пошуку такого розв’язку, який забезпечує оптимальне значення за кожним показником ефективності окремо, тобто

$$f_1(X) \rightarrow opt; f_2(X) \rightarrow opt; f_3(X) \rightarrow opt; f_4(X) \rightarrow opt; f_5(X) \rightarrow opt.$$

Задача пошуку припустимих значень показників РУ БЛА може розглядатися в наступному вигляді:  $Z[f_1(X), \dots, f_5(X)]$ . Весь процес пошуку оптимальної РУ складається з наступних 3-х етапів (4):

**Етап 1.** Задається початкова точка пошуку  $X_1 \in \Omega$ . Якщо ця точка не належить допустимій області, в автоматичному режимі за певний час здійснюється пошук точки, що їй належить. У точці, що належить допустимій області ОПР оцінює результат розрахунку. Якщо які-небудь показники не задовольняють вимоги, ОПР ухвалює рішення продовжити пошук і переходить до етапу 2. Приймається, що  $k = 1$ .

**Етап 2.** ОПР задає можливі бажані зміни всіх показників РУ БЛА, тобто інформацію першого типу. На підставі одержаної інформації СППР знаходить напрям переміщення у області варійованих змінних шляхом рішення задачі пошуку

$$\max_{X^0 \in \Omega} \text{grad}_X Z[f_1(X), \dots, f_5(X)] X^0. \tag{1}$$

Приймається, що  $G_k = X_k^0 - X_k$ .

**Етап 3.** ОПР видає інформацію другого типу, тобто визначає переміщення  $h$  уздовж знайденого напряму  $G_k$ . Якщо показники, розраховані уздовж знайденого напряму на всій відстані переміщення не задовольняють ОПР і ОПР не може ухвалити рішення про закінчення пошуку, зі всіх точок, що належать напрямку переміщення, визначається наступна,  $k + 1$  початкова крапка, пошуку рішення задачі на знаходження максимуму функції  $Z$ :

$$\max_{0 \leq h \leq 1} Z[f_1(X_k + hG_k), \dots, f_5(X_k + hG_k)].$$

Таким чином, на даному етапі маємо справу з одновимірним розглядом початкової задачі. Приймається,  $X_{k+1} = X_k + hG_k$ ,  $k = k + 1$  і повертаємося до етапу 2.

Проаналізуємо, яким чином ОПР бере участь в процесі пошуку рішення. Відомо, що градієнт складної функції можна представити у вигляді (4):

$$\begin{aligned} \nabla_X Z[f_1(X_k), \dots, f_5(X_k)] &= \left. \frac{\partial Z}{\partial f_1} \right|_{k \nabla X} f_1(X_k) + \dots + \left. \frac{\partial Z}{\partial f_5} \right|_{k \nabla X} f_5(X_k) = \\ &= \left. \frac{\partial Z}{\partial f_1} \right|_k \left( \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} \right) + \dots + \left. \frac{\partial Z}{\partial f_5} \right|_k \left( \frac{\partial f_5}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_5}{\partial x_{10}} \right) \end{aligned} \tag{2}$$

де  $\left. \frac{\partial Z}{\partial f_i} \right|_k$  –  $i$ -та частина похідна від  $Z$ , що обчислюється в точці  $[f_1(X_k), \dots, f_5(X_k)]$ ;  $\nabla_X f_i(X_k)$  – градієнт функції  $f_i(X)$ , що обчислений в точці  $X_k$ .

Відповідно до запропонованого методу на етапі 2 розв’язується задача максимізації цільової функції (1) вигляду  $\nabla_X Z[f_1(X_k), \dots, f_5(X_k)] X^0$  [2], що є лінійною функцією  $u(X^0)$  вигляду  $u(X^0) = a_1 x_1^0 + a_2 x_2^0 + \dots + a_{10} x_{10}^0$ .

Відомо, що якщо над лінійною функцією здійснити афінове перетворення шляхом поділу на позитивний коефіцієнт, оптимальний розв’язок  $X^0$  цієї функції не зміниться. Поділимо цільову функцію

(2) на будь-який коефіцієнт  $\frac{\partial Z}{\partial f_i}$ . Показник ефективності, що виступає в ролі дільника, має назву опорного показника [7].

Оберемо у якості опорного показника перший, і тоді вираз (1) можна представити у вигляді:

$$\max_{\substack{X^0 \in \Omega \\ i=1}}^5 \sum \alpha_{ik} \nabla_x f_i(X_k) X^0, \tag{3}$$

де  $\alpha_{ik} = \frac{\partial Z / \partial f_i}{\partial Z / \partial f_1} \Big|_k$ ,  $\alpha_{ik}$  – відображає відносну важливість для ОПР 1-го з показників у поточній точці.

Оптимізацію функції (3) можна здійснити тільки після визначення величини  $\alpha_{ik}$ . Одержані коефіцієнти визначають гіперплощину, дотичну до поверхні байдужості [7], що проходить через дану точку і визначає градієнт функції  $Z$ . Таким чином, для розрахунку напрямку зростання функції  $Z$  можуть бути використані методи нелінійного програмування [8].

Запишемо рівняння гіперплощини дотичної до поверхні рівних значень в поточній точці  $X$ :

$$\frac{\partial Z}{\partial f_1} \Big|_k [f_1(X) - f_1(X_k)] + \dots + \frac{\partial Z}{\partial f_5} \Big|_k [f_5(X) - f_5(X_k)] = 0,$$

Після ділення на  $\frac{\partial Z}{\partial f_1}$  рівняння гіперплощини набуває наступного вигляду:

$$[f_1(X) - f_1(X_k)] + \alpha_{2k} [f_2(X) - f_2(X_k)] + \dots + \alpha_{5k} [f_5(X) - f_5(X_k)] = 0.$$

Таким чином, якщо ОПР вважає, що новий розв'язок  $X$ , одержаний з попереднього розв'язку  $X_k$  шляхом зміни значень першого та  $i$ -го показників відповідно на величини  $\Delta_1$  і  $\Delta_i$  (значення решти критеріїв залишаються незмінними), є рівноцінним колишньому («старому») розв'язку, наближено можна записати:

$$\alpha_{ik} = - \frac{f_1(X) - f_1(X_k)}{f_i(X) - f_i(X_k)}.$$

Точність апроксимації в даному випадку обумовлюється точністю заданих значень  $\Delta_1$  і  $\Delta_i$  [9].

На наступному етапі пошуку розв'язку задачі ОПР бере участь при оптимізації вздовж напрямку, що визначений СППР. У даному випадку розглядається залежність тільки від однієї змінної  $h$ . Для зручності будуються криві  $f_i(X_k + hG_k)$  для кожного з 5 показників в інтервалі значень  $h$  від 0 до 1. Ці криві СППР відображає на одному графіку для наочності і надає ОПР для аналізу. Згідно з даними [9] ОПР може ухвалити рішення на даному етапі для 6–8 критеріїв.

Спочатку необхідно задати довільну альтернативу  $X_1$  з області факторів, що належать  $\Omega$  і присвоїти  $k = 1$ . Потім слід обчислити вектор  $F = \{f_1(X), \dots, f_5(X)\}$  в точці  $X_1$  і вивести результат у вигляді таблиці. Таблицю необхідно представити ОПР на аналіз. Якщо результат прийнятний для ОПР, пошук рішення припинити, інакше перейти до наступного кроку – ввести коефіцієнти байдужості  $\Delta_{jk}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$ , задані ОПР.

Визначаємо коефіцієнти  $\alpha_{jk} = - \frac{\Delta_1}{\Delta_{jk}}$  і обчислюємо частинні похідні:

$$\frac{\partial f_1}{\partial X} = \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} \right\},$$

.....

$$\frac{\partial f_5}{\partial X} = \left\{ \frac{\partial f_5}{\partial x_1} \frac{\partial f_5}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_5}{\partial x_{10}} \right\}.$$

Далі визначаємо вектор коефіцієнтів:

$$A_k = \{a_{1k} a_{2k} \dots a_{10k}\};$$

$$a_{1k} = a_{1k} \left( \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_5}{\partial x_1} \right);$$

.....

$$a_{10k} = a_{10k} \left( \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} + \frac{\partial f_2}{\partial x_{10}} + \dots + \frac{\partial f_5}{\partial x_{10}} \right)$$

і знаходимо вектор  $X^0$ , для якого лінійна функція  $y(X) \rightarrow \max$ :

$$\max_{X_0 \in \Omega} (a_{1k} x_1 + a_{2k} x_2 + \dots + a_{10k} x_{10}).$$

Потім визначаємо напрямок пошуку припустимого рішення:

$$G_k = X^0 - X_k = \{x_1^0 - x_{1k}, x_2^0 - x_{2k}, \dots, x_{10}^0 - x_{10k}\};$$

та обчислюємо функцію  $Z[F]$  вздовж  $G_k$  з кроком  $\Delta h$  згідно з виразом (4):

$$Z[f_1(X_h + hG_k), f_2(X_h + hG_k), \dots, f_5(X_h + hG_k)],$$

де  $h=0, \Delta h, 2\Delta h, \dots, n\Delta h$ .

Надалі, необхідно вивести значення функції  $Z[F]$  у вигляді таблиці та графіків, які, у свою чергу, представити ОПР на аналіз. Якщо один з результатів прийнятний, то пошук рішення слід закінчити, інакше ОПР необхідно вибрати крок  $h_k$  і задавати нові коефіцієнти байдужості. Наприкінці встановлюється  $X_{k+1} = X_k + h_k G_k, k = k + 1$  і так далі.

Особливість запропонованого алгоритму полягає у тому, що в процесі рішення поставленої задачі ОПР оперує не варійованими факторами (дану роботу виконує СППР), а показниками ефективності двигунів БЛА, тобто ОПР ухвалює рішення не в просторі факторів, а в просторі показників. Хоча наприкінці альтернатива формується в просторі факторів, ОПР легше ухвалити правильне рішення за показниками ефективності, оскільки проєктований двигун оцінюється в просторі показників (10).

**Висновки.** У процесі дослідження були отримані наступні результати:

1. Поставлена задача багатокритеріального аналізу вибору рушійної установки в системі безпілотного літального апарата для оперативного природоресурсного і екологічного моніторингу навколишнього середовища.

2. У задачі пошуку припустимих значень показників рушійної установки розроблена методика підтримки прийняття рішень у виборі оптимального двигуна в системі безпілотного літального апарата для оперативного природоресурсного і екологічного моніторингу навколишнього середовища.

3. Для сформульованої задачі проаналізована процедура роботи інтерфейсу підтримки прийняття рішення у виборі оптимального двигуна в системі безпілотного літального апарата.

Особливістю запропонованого алгоритму є те, що в процесі розв'язування поставленої задачі особа, що приймає рішення, оперує не варіаційними факторами (дану роботу виконує СППР), а показниками ефективності двигунів, тобто рішення приймається не в просторі факторів, а в просторі показників.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Применение свободнолетающих моделей для исследования динамики полета: Обзор по материалам иностранной печати на 1941–1970 гг. / Обзоры. Переводы. Рефераты. – М.: ЦАГИ, 1971. – Вып. 352. – 92 с.
2. Маренков А.А., Фрид А.М. Определение оптимальных газодинамических и конструктивных параметров ГТД для гражданских самолетов. – Харьков: ХАИ, 1974. – 90 с.
3. Колтаков В.М. Теория и практика принятия управленческих решений: Учеб. пособие. – К.: МАУП, 2004. – 504 с.
4. Пильщикова В.А. Многофакторная модель выбора оптимального варианта авиадвигателя // Самолетостроение. Техника воздушного флота: Респ. Междувед. науч.-техн. сб. – Вып. 50. – Харьков: Вища школа, 1983. – С. 105–110.
5. Антонов А.В. Системный анализ. Методология. Построение моделей: Учеб. пособие. – Обнинск: МГУП, 2001. – 272 с.

6. *Васильев В.И., Иванюк А.И., Свириденко В.А.* Моделирование систем гражданской авиации. – М.: Транспорт, 1988. – 312 с.
7. *Методы оптимизации в теории управления: Учебное пособие / И.Г. Черноручский.* – С.-Пб.: Питер, 2004. – 256 с.: ил.
8. *Унгурян С.Г., Маркович Е.Д., Волевач А.И.* Анализ и моделирование систем управления воздушным движением. – М.: Транспорт, 1980. – 205 с.
9. *Джоффрион А., Дайер Дж., Фрайнберг А.* Решение задач оптимизации при многих критериях на основе человеко-машинных процедур // Вопросы анализа и процедуры принятия решения. – М.: Мир, 1976. – С. 126–145.
10. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Паретно-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982.

ЗОСИМОВИЧ Микола Володимирович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизованих системи управління Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- структурно-параметрична оптимізація автоматичних літальних апаратів;
- методологія проектування автоматичних літальних апаратів.

Тел.: (066) 221–19–72.

E-mail: [nzosimovich@nau.edu.ua](mailto:nzosimovich@nau.edu.ua)

СУГОНЯК Інна Іванівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизованих системи управління Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- багатокритеріальний аналіз в процесі прийняття рішень;
- проектування систем підтримки прийняття рішень.

Тел.: (050)463–17–37.

E-mail: [isygon@mail.ru](mailto:isygon@mail.ru)

Подано 22.10.2009

**Зосімович М.В., Сугоняк І.І.** Математичне забезпечення системи підтримки прийняття рішень вибору рушійної установки безпілотного літального апарата

**Зосімович Н.В., Сугоняк І.І.** Математическое обеспечение системы поддержки принятия решений по выбору двигательной установки в системе безпилотного летательного аппарата //

**Zosimovich N.V., Sugonyak I.I.** Mathematical providing of the decision support system of a choice the engine in unmanned aerial vehicle system

УДК 004.891.2:517.977.57

**Математическое обеспечение системы поддержки принятия решений по выбору двигательной установки в системе безпилотного летательного аппарата // Н.В. Зосімович, І.І. Сугоняк**

Разработаны математическое обеспечение и алгоритм работы системы поддержки принятия решений для выбора двигательной установки в системе беспилотного летательного аппарата на основе многокритериального анализа с использованием пространства показателей.

УДК 004.891.2:517.977.57

**Mathematical providing of the decision support system of a choice the engine in unmanned aerial vehicle system // N.V. Zosimovich, I.I. Sugonyak**

The mathematical providing and algorithm of the decision support system of a choice the engine in unmanned aerial vehicle system with multicriterial analyze use are bounding in the article.