

О.Л. Коренівська, аспір.
П.П. Мартинчук, інж.

Житомирський державний технологічний університет

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПОТЕНЦІАЛЬНОГО ПОЛЯ ДАТЧИКА ЗАРЯДУ ЛІЧИЛЬНИКА АЕРОІОНІВ

(Представлено д.т.н., проф. Манойловим В.П.)

У статті викладено послідовність розрахунку потенціального поля датчика заряду лічильника аероіонів, описано, як мікрокулонометр може бути використаний для визначення поля заряджених частинок у просторі. Приведено кінцеві формули для проведення розрахунку потенціалу поля, створеного об'ємними зарядами аероіонізатора повітря.

Постановка проблеми. Всі живі організми на нашій планеті з'явилися, розвивалися та живуть в іонізованому середовищі – повітрі. Важлива роль впливу іонізованого повітря доведена в роботах цілого ряду авторів [1–4], встановлено наявність індивідуального сприйняття аероіонного потоку та показано потенційну небезпеку при тривалій дії на організм людини аероіонними потоками з підвищеною концентрацією аероіонів. У сьогоднішній, коли повітря міст настільки забруднене викидами промислових підприємств, газами з побутових транспортів та електроніки, людині все важче підтримувати повітря в придатному для життя стані. У повітрі міст концентрація важливих для життя людини аероіонів в десятки та сотні разів менша, ніж це регламентовано санітарними нормами. Задача науки та техніки полягає в тому, щоб максимально наблизити повітряне середовище в приміщенні до природних умов.

Одним із параметрів мікроклімату приміщень є рівень концентрації аероіонів, що відображено у відповідних нормативних документах. Відповідно до норм підвищена і знижена концентрації легких аероіонів у повітрі віднесені до групи фізично шкідливих чинників [5, 6]. В нормі концентрація від'ємнозаряджених аероіонів повинна бути в межах 600–50000 іонів/см³, додатньо заряджених – 400–50000 іонів/см³. Оцінку фактора здійснюють відповідно до "Санітарно-гігієнічних норм допустимих рівнів іонізації повітря виробничих та побутових приміщень" № 2152-80. Тому постає дуже важлива задача – насичення повітря необхідною кількістю аероіонів, а це в свою чергу ставить питання створення ефективних та точних приладів для реєстрації кількості аероіонів в оточуючому повітрі. Першим та головним питанням при розробці пристроїв реєстрації кількості аероіонів постає питання вибору датчика, який би не вносив спотворення в електростатичне поле, створене від'ємнозарядженими аероіонами.

Метою даної роботи є дослідження потенціального поля вимірювального датчика аероіонів, створеного об'ємними зарядами.

Аналіз досліджень. Існує два методи виміру концентрації аероіонів – аспіраційний та метод відкритого колектора. Обидва вони базуються на вимірюванні іонного струму, що створюється потоком аероіонів певного знаку. Всі відомі розробки пристроїв розрізняються тільки способом виміру іонного струму та використанням первинного перетворювача певного типу. Але обидва методи не забезпечують належної точності вимірювання.

Ми пропонуємо в якості вимірювача концентрації аероіонів використати мікрокулонометр, який працює як перетворювач кількості електрики в напругу, оскільки є інтегральним підсилювачем струму та проградуирований безпосередньо в одиницях виміру заряду. Таким чином ми зможемо реєструвати кількість та знак статичної енергії, що створилася в просторі іонами повітря. В якості датчика можна використати електроди будь якої форми, адже згідно рівняння електростатичного поля або теореми Гауса [7] електричні заряди того чи іншого знаку залежать від форми електродів. Таким чином перед нами стоїть проблема визначення потенціалу датчика, який створюють оточуючі його заряджені іони повітря.

Основна частина. Для безпосереднього визначення об'ємного заряду використаємо датчик у формі паралелепіпеда. Таким чином можна сформулювати задачу: необхідно провести розрахунок потенціального поля в області, що описується прямокутною системою координат при відсутності всередині її джерел поля. Так як поле створене об'ємними зарядами, то дана система описується рівнянням Пуассона, яке для повітря матиме вигляд:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -4\pi\rho, \quad (1)$$

де U – потенціал, що створюється зарядами на провіднику, ρ – об'ємний заряд.

Поставлену задачу можна сформулювати і так: необхідно знайти функцію U , яка б задовольняла рівнянню Лапласа $\Delta U = 0$ поза заданою системою провідників, приймала деякі постійні значення

$U|_{S_i} = U_i$ та задовольняла інтегральному співвідношенню $\oint_{S_i} \frac{\partial U}{\partial n} d\sigma = -4\pi Q$ (умова нормування) на поверхні провідника.

Розв'язок поставленої задачі для одного провідника можна представити у вигляді

$$U = \varphi_0 U(x, y, z), \tag{2}$$

де $U(x, y, z)$ – розв'язок рівняння Лапласа для досліджуваної області, φ_0 – коефіцієнт, що визначається з умови нормування.

Вважаємо, що потенціал у кожній точці визначеної області є усталеним, в такому випадку поле описується рівнянням Лапласа, яке представляє потенціал як функцію трьох координат [8, 9]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \tag{3}$$

Рівняння є симетричним відносно координат, які в нього входять, а координатні поверхні являють собою площини, тому не обмежуючи загальності задачі за основну змінну можна прийняти будь яку координату. Для спрощення розв'язку вважатимемо одну з осей однорідною, це нам дає змогу, не обмежуючи загальності задачі перейти до двовірного рівняння. Прийmemo за однорідну площину Z і рівняння Лапласа набуде вигляду:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \tag{4}$$

На рисунку 1 представлено розрахункову модель 1 для даної задачі.

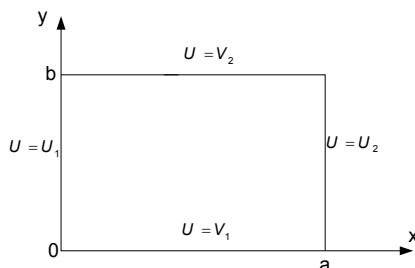


Рис 1.

За основну змінну прийmemo x , що змінюється в межах від 0 до a . Граничні умови для нашої задачі:

$$U|_{x=0} = U_1, U|_{x=a} = U_2, U|_{y=0} = V_1, U|_{y=a} = V_2. \tag{5}$$

У зв'язку з тим, що задача має неоднорідні граничні умови ми можемо, не порушуючи правил, представити розв'язок рівняння Лапласа як $U(x, y) = f + g$, де f – розв'язок аналогічної задачі при однорідних граничних умовах для змінної x та неоднорідних граничних умовах для змінної y , g – розв'язок аналогічної задачі при однорідних граничних умовах для змінної y та неоднорідних граничних умовах для змінної x .

Для розв'язку плоских полів у прямокутних областях найширше використовують метод розділення змінних [8, 9]. Суть методу полягає в тому, що частинний розв'язок рівняння Лапласа представляють у вигляді добутку розв'язків для функцій, що залежать від однієї змінної

$$U_n = X(x) \cdot Y(y), \tag{6}$$

де $X(x)$, $Y(y)$ – функції розділення.

Підставивши частинний розв'язок у рівняння Лапласа та розділивши його на $X(x) \cdot Y(y)$, отримаємо рівняння, члени якого залежать тільки від однієї змінної:

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)}. \tag{7}$$

Рівняння буде справедливим тільки тоді, коли кожний член є рівним одній сталій, взятій з різними знаками – сталій розділення. Введемо сталу розділення λ^2 та отримаємо систему диференціальних рівнянь, які й потрібно розв'язати, враховуючи граничні умови.

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0 \\ Y''(y) - \lambda^2 Y(y) = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Розв'язок даної системи в загальному випадку представимо у вигляді:

$$\begin{aligned} X(x) &= A \sin(\lambda \cdot x) + B \cos(\lambda \cdot x), \\ Y(y) &= Csh(\lambda \cdot y) + Dch(\lambda \cdot y), \end{aligned} \quad (9)$$

де A, B, C, D – сталі коефіцієнти, які знаходяться за допомогою використання граничних умов.

Розглянемо випадок для функції f . Граничні умови для цього випадку матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} U|_{x=0} &= 0, \quad U|_{x=a} = 0, \\ U|_{y=0} &= V_1, \quad U|_{y=a} = V_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Із умов $U|_{x=0} = 0, U|_{x=a} = 0$ знайдемо, що $X(0) = 0, X(a) = 0$, бо $Y(y) \neq 0$ інакше весь потенціал в досліджуваній області дорівнював би нулю.

Із граничних умови також отримаємо, що $B = 0, \lambda = \frac{n\pi}{a}$. А частинний розв'язок для координати x

$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right). \quad (11)$$

У зв'язку з тим, що граничні умови для y є неоднорідними, то потрібно врахувати всі значення n при розв'язку, тому шукати інші невідомі сталі потрібно з повного розв'язку для даної задачі. Частинний розв'язок представимо у вигляді нескінченної суми частинних розв'язків:

$$U_n(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (Csh(\lambda \cdot y) + Dch(\lambda \cdot y)) \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right). \quad (12)$$

Зафіксуємо будь яке значення $m = n$ та помножимо обидві частини рівняння (12) на функцію $\sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right)$. Далі проінтегруємо отриманий вираз по x в межах від 0 до a та отримаємо наступне рівняння:

$$\int_0^a U_n(x, y) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx = \sum_{n=1}^{\infty} (Csh(\lambda \cdot y) + Dch(\lambda \cdot y)) \int_0^a \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx. \quad (13)$$

Інтеграл у правій частині рівняння (13) відповідно до властивості ортогональності функції має тільки одне ненульове значення при $m = n$, яке дорівнює $\frac{a}{2}$. Таким чином рівняння (13) запишеться у вигляді:

$$\int_0^a U_n(x, y) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx = \frac{a}{2} (Csh(\lambda \cdot y) + Dch(\lambda \cdot y)). \quad (14)$$

Знайдемо сталі C, D з граничних умов $U|_{y=0} = V_1, U|_{y=a} = V_2$.

$$\text{При } U_n(x, 0) = V_1, \int_0^a V_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx = \frac{a}{2} (Csh(\lambda \cdot 0) + Dch(\lambda \cdot 0)).$$

Звідки

$$D = \frac{2}{a} \int_0^a V_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx. \quad (15)$$

$$\text{При } U_n(x, a) = V_2, \int_0^a V_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx = \frac{a}{2} (Csh(\lambda \cdot a) + Dch(\lambda \cdot a)).$$

$$C = \frac{\frac{2}{a} \int_0^a V_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx - \frac{2}{a} \int_0^a V_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) dx \cdot ch(\lambda \cdot a)}{sh(\lambda \cdot a)}. \quad (16)$$

Підставивши отримані вирази (15, 16) для сталих у вираз для частинного розв'язку (12) та провівши відповідні перетворення тригонометричних функцій, отримаємо вираз для потенціалу f .

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \int_0^a V_2 \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) dx \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a} \cdot y\right) + \int_0^a V_1 \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) dx \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a} \cdot (b - y)\right)}{a \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a} \cdot b\right)} \quad (17)$$

Застосувавши аналогічні викладки, отримаємо вираз для потенціалу g .

$$g = \sum_{k=1}^{\infty} U_k(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 \operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b} y\right) \int_0^b U_2 \operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b} y\right) dy \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{b} \cdot x\right) + \int_0^b U_1 \operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b} y\right) dy \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{b} \cdot (a - x)\right)}{b \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{b} \cdot a\right)} \quad (18)$$

Як вже було сказано, кінцевий вираз для потенціалу досліджуваної області буде дорівнювати сумі рівнянь (17) та (18).

Для повного розв'язку поставленої задачі необхідно визначити значення φ_0 . Застосувавши умову нормування, отримаємо

$$\varphi_0 = -\frac{Q}{4\pi \oint_{S_i} \frac{\partial U}{\partial n} d\sigma} = \frac{Q}{C}, \quad (19)$$

де C – ємність провідника, Q – повний заряд на провіднику.

Ємність провідників складної форми можна знайти наближено, використавши метод Хоу.

Для нашої розрахункової моделі (двовірного випадку) при умові, що $a = b$ ємність поверхні буде визначатися з наступного рівняння [10]:

$$C = \frac{4}{3} \pi \epsilon \epsilon_0 a, \quad (20)$$

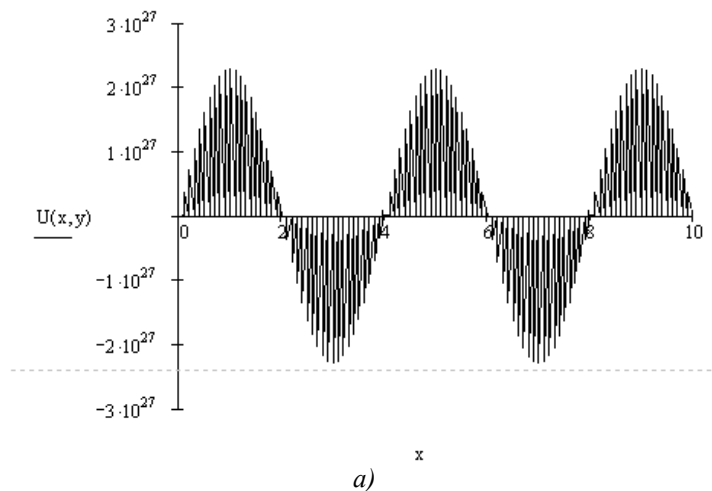
$$\varphi_0 = \frac{3Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 a}. \quad (21)$$

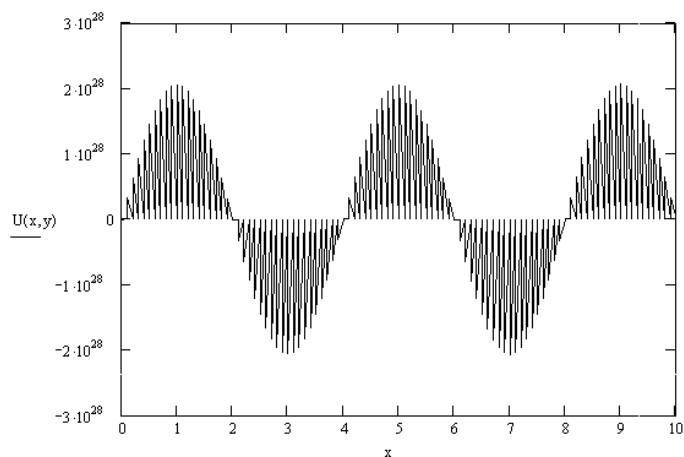
Повний заряд вимірюється за допомогою мікрокулометра.

Таким чином виведені формули для розрахунку потенціалу різних розрахункових моделей. З них видно, що потенціал визначається лише конфігурацією моделі датчика та початковою напругою.

На рисунку 2 представлені графіки зміни потенціалу для розрахункової моделі 1, при рівних a) та різних b) значеннях початкового потенціалу на сторонах датчика у формі куба (сторони рівні 10 мм).

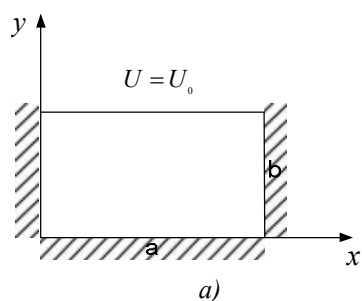
На рисунках 3, 4 наведено види моделей a , формули для визначення c та розподіл потенціалу b для розрахункової моделі 2 та 3 відповідно.



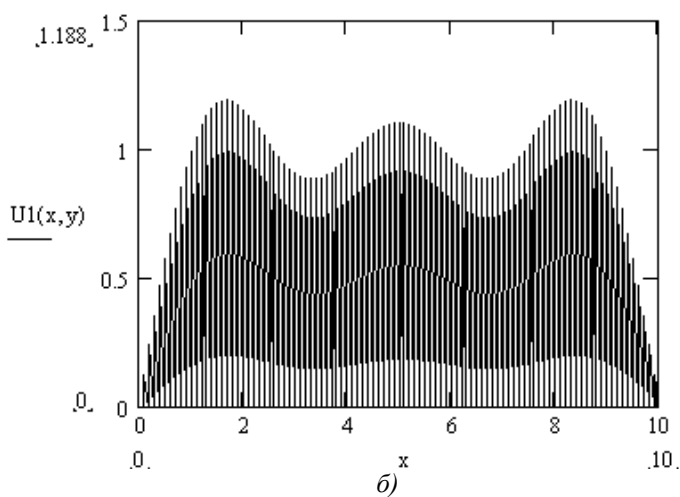


б)

Рис. 2



а)

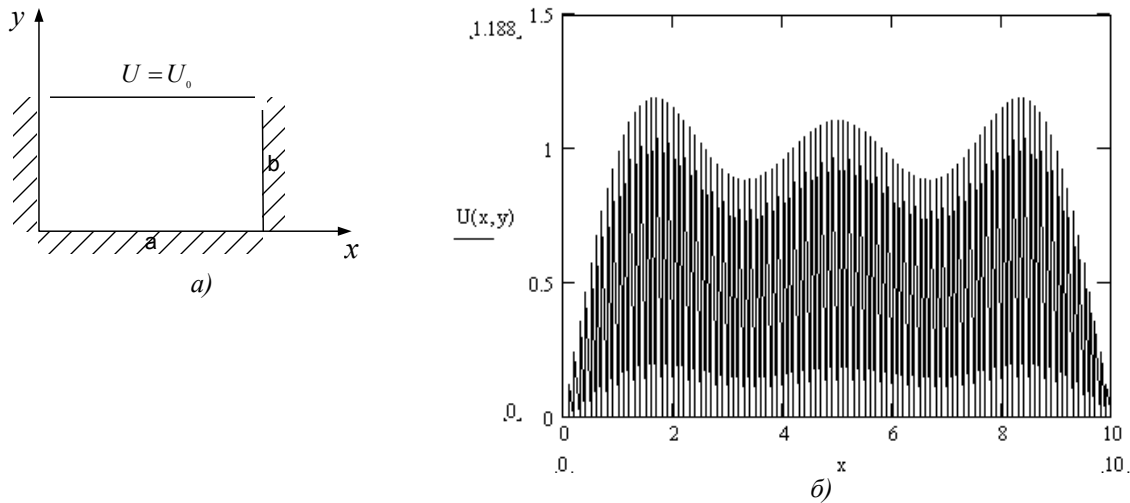


б)

$$U = \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b} y\right) \int_0^a U_0 \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) dx \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{a} \cdot y\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{h\pi}{a} \cdot b\right)} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right)$$

с)

Рис.3



$$U = \frac{4U_0}{\pi} \sum_p \frac{1}{p \operatorname{sh}(pb \frac{\pi}{a})} \sin \left[p \frac{\pi x}{a} \right] \operatorname{sh} \left(p \frac{\pi y}{a} \right) \quad [11].$$

c)

Рис. 4

При збільшенні n форма розподілу потенціалу наближається до зображеної на рис. 5 ($n = 20$).

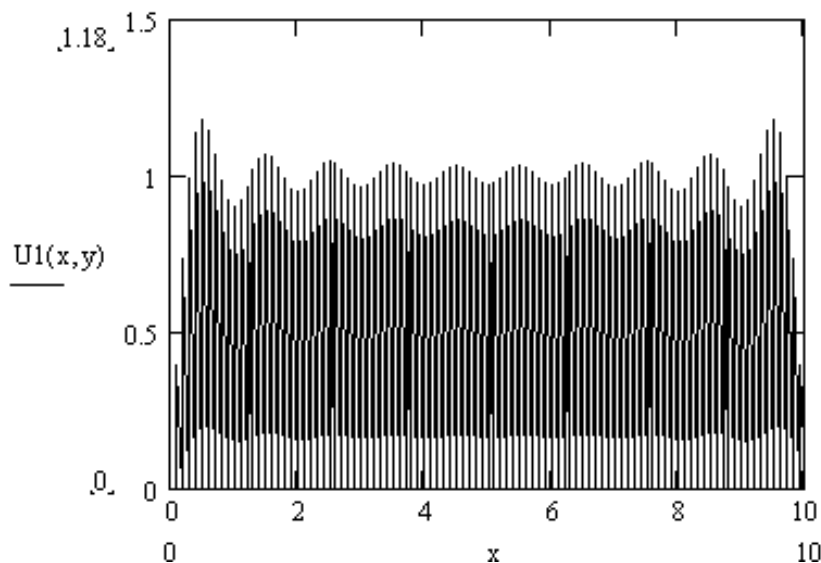


Рис. 5

З останніх виразів видно, що при всіх заземлених сторонах, крім однієї, форма розподілу потенціалу наближається до прямокутної. При інших видах моделей, через неоднорідні граничні умови, розподіл потенціалу набуває більш складної форми.

Застосувавши попередньовикладену методику розрахунку для тримірної моделі, можна отримати вирази для розрахунку поля кубічного датчика у випадку неоднорідних граничних умов для всіх площин.

Розв'язок рівняння $\Delta U = 0$ представимо у вигляді:

$$U(x, y, z) = u1(x, y, z) + u2(x, y, z) + u3(x, y, z), \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 u1(x, y, z) = & \\
 = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\int_0^b \int_0^c f_1(y, z) \sin \frac{m\pi}{b} y \sin \frac{n\pi}{c} z dy dz \cdot \operatorname{sh} \left(x \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \right)}{\operatorname{sh} \left(a \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \right)} + \right. \\
 & \left. \frac{\int_0^b \int_0^c f_2(y, z) \sin \frac{m\pi}{b} y \sin \frac{n\pi}{c} z dy dz \cdot \operatorname{sh} \left((a-x) \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \right)}{\operatorname{sh} \left(a \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \right)} \right] \times \\
 & \times \sin \frac{m\pi}{b} y \sin \frac{n\pi}{c} z.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Вирази для $u2(x, y, z)$, $u3(x, y, z)$ визначаються аналогічними формулами з поправкою на площини, що розглядаються.

Ємність куба зі стороною a визначається наближено з формули:

$$C \approx 108\pi\epsilon a^2 \left[9 \left(4a^3 \ln \frac{a\sqrt{2} + a}{a\sqrt{2} - a} - 10a^3 \frac{a\sqrt{3} - a}{a\sqrt{3} + a} - 38a^3 \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + 8,785a^3 \right]^{-1}. \tag{24}$$

Висновок. У роботі було викладено послідовність розрахунку потенціального поля датчика заряду, який з метою виміру безпосередньо об'ємного заряду, що створюється в просторі аероіонізатором повітря, виконаний у формі куба. Проведено порівняння розподілу потенціалу для різних моделей датчиків та установлено, що з ускладненням моделі датчика ускладнюється та відхиляється від прямокутної форми розподіл потенціалу цих моделей. Також установлено, що форма потенціалу визначається лише конфігурацією моделі датчика та початковою стаціонарною напругою на його поверхні. Ця методика дозволяє для розрахунку поля, створеного зарядженими частинками, використати мікрокулометр, що вимірює повний заряд на кубічному датчику.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Чижевський А.Л.* Аероіонізація в медицині // Проблеми іонізації: Тр. ЦНИЛИ. – Воронеж: Коммуна, 1933. – Т. 3. – С. 293–539.
2. *Васильєв Л.Л.* Теорія і практика лічення іонізованим повітрям. – Л., 1953. – 210 с.
3. *Васильєв Л.Л.* Влияние атмосферных ионов на организм. – Л.: Наука, 1960.
4. *Скитетров В.П.* Аероіонопрофілактика і аероіонотерапія. – Саранск, СВМО, 2003. – 47 с.
5. Санитарно-гигиенические нормы допустимых уровней ионизации воздуха производственных и общественных помещений: СН 2152. – М., 1980. – 7 с.
6. Методические указания по лечебному применению ионизированного воздуха (аероіонотерапія). Утверждены Управлением спец. медицинской помощи Минздрава СССР 11 мая 1959 г.
7. *Миролюбов Н.Н., Костенко М.В., Левинштейн М.Л., Тиходеев Н.Н.* Методы расчета электростатических полей. – М.: Высшая школа, 1963. – 414 с.
8. *Миронов В.Г., Казанцев Ю.А., Кузовкин В.А.* Методы расчета потенциальных электромагнитных полей. – М.: МЭИ, 1994. – 170 с.
9. *Иосель Ю.Я.* Расчет потенциальных полей в энергетике. – Л.: Энергия, 1978.
10. *Иосель Ю.Я.* Расчет электрической емкости. – Л.: Энергия, 1981.
11. *Кореновская О.Л., Манойлов В.Ф., Мартынюк П.П.* Моделирование поля датчика аероіонов // 19 Международная Крымская конференция „СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии” КрыМиКо'2009: Материалы конференции. – Севастополь: Вебер, 2009. – С. 777–778.

КОРЕНІВСЬКА Оксана Леонідівна – аспірант кафедри радіотехніки та телекомунікації Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- медична апаратура;
 - аероіонізація повітря.
- E-mail: niki80@rambler.ru

МАРТИНЧУК Петро Петрович – інженер кафедри радіотехніки та телекомунікації Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- медична апаратура;
- вимірювальна техніка.

Подано 05.11.2009

Коренівська О.Л., Мартинчук П.П. Методика розрахунку потенціального поля датчика заряду лічильника аероіонів

Кореновская О.Л., Мартыничук П.П. Методика расчета потенциального поля датчика заряда счетчика аэроионов

Korenovskaya O.L., Martinchuk P.P. Method of calculating the potential field of the ions counter charge sensor

УДК 623.4.011

Методика расчета потенциального поля датчика заряда счетчика аэроионов / О.Л. Кореновская, П.П. Мартыничук

В статье изложена последовательность расчета потенциального поля датчика заряда счетчика аэроионов, описано, как с помощью микрокулометра можно провести определение поля заряженных частиц в пространстве. Приведены конечные формулы для проведения расчета потенциала поля, созданного объемными зарядами аэроионизатора воздуха.

УДК 623.4.011

Method of calculating the potential field of the ions counter charge sensor / O.L. Korenovskaya, P.P. Martinchuk

The article describes the sequence of calculating the potential field of counter ions charge sensor. Also there is description about possibility of using mikrokulonometr to determine the field of charged corpuscles in space. The final formulas are done for calculation of the potential fields created by air aeroionizator space charges .