

Н.В. Зуєвська, д.т.н., проф.

В.О. Поліщук, ст. викл.

О.В. Горобчишин, пошукач

Національний технічний університет України «КПІ»

ПЕРЕРОЗПОДІЛ НАПРУГ В МЕЖАХ БЛОКА, ЩО ВІДОКРЕМЛЮЄТЬСЯ НА КАР'ЄРАХ ДЕКОРАТИВНОГО КАМЕНЮ

Розглянуто питання утворення зональної технологічної мікротріщинуватості, яка є результатом перерозподілу природного напруженого стану масиву внаслідок часткової виїмки блоків. Це природний процес, викликаний розвантаженням, і виключити його повністю неможливо, проте можна його регулювати. Здійснено аналіз зміни напружено-деформованого стану уступу в процесі видобування штучного декоративного каменю. Експериментально і теоретично досліджено вплив природних і штучно створених концентраторів напружень (мікротріщин) у зразку гірської породи на характер розподілу напружень в районі навколо кутової зони блока або уступу. Для моделювання цього процесу запропоновано об'єднати класичний математичний апарат механіки руйнування суцільного середовища з критерієм руйнування Нейбера для кутових зон на уступі кар'єру, який дозволить з високою точністю описати формування напружених кутових зон. Це дозволить технологічними методами регулювати і знижувати рівень напруги у відповідних зонах, тим самим підвищуючи якість облицювальної продукції.

Ключові слова: мікротріщини; руйнування; напружений стан; уступ; блок.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок з важливими практичними завданнями. Процес руйнування гірських порід є багатадійним явищем і починається він на самій ранній стадії формування гірського масиву. Об'єднуючим для всіх гірських порід є той факт, що гірські породи не можна ідеалізувати, як це робиться в механіці або фізиці твердого тіла, оскільки з самого початку в них присутній набір дефектів, що визначають їх конкретні властивості й подальшу поведінку. Одним з фундаментальних понять для будь-якого матеріалу є його довговічність, тобто час, протягом якого матеріал пручається тим фізичним навантаженням, які на нього впливають.

Руйнування виражається у вигляді появи на поверхні абразивних воронок, великої кількості мікротріщин або утворенні магістральної тріщини на поверхні облицювального каменю. В таких умовах досить важко знайти єдиний показник, здатний охарактеризувати довговічність природного каменю і врахувати всілякі види впливів на нього.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У роботах [1–4] довговічність пропонується оцінювати з урахуванням міцнісних властивостей гірських порід різних родовищ. Грунтуючись на припущенні, що довговічність є час від початку прикладання навантаження і до моменту руйнування матеріалу на частини, і використовуючи модель постадійного руйнування твердого тіла, відповідно до якої спочатку відбувається утворення мікротріщин і в міру їх накопичення до критичної концентрації вони збільшуються, пропонується формулу для оцінки довговічності.

Емпірична залежність довговічності від температури і величини прикладеного навантаження – рівняння довговічності для ідеальних тіл, запропоноване в роботі [1], має вигляд:

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{RT}\right),$$

де $\tau_0 \approx 10^{-12} \div 10^{-14}$ – коефіцієнт, що чисельно рівний періоду теплових коливань атомів в кристалічній решітці, с; U_0 – початкова енергія активації руйнування, Дж/моль; γ – структурний фактор, величина якого визначається щільністю дислокацій (при $T = \text{const}$ значення γ пов'язано з активаційний об'єм V співвідношенням $V = \gamma m$, де $m = 3,06$ – фактор Тейлора), м³/моль; σ – нормальне напруження розтягнення; R – універсальна газова стала, яка дорівнює 8,314 Дж/моль·К; T – абсолютна температура, К.

З експериментальних досліджень, проведених в роботах [2, 4], встановлено, що реальна міцність гірської породи залежить від розмірів, кількості дефектів і тріщин. Це обумовлено існуванням підвищеного рівня напружень в околицях вершин тріщин порівняно з напругою для ізотропного середовища і взаємодією суміжних тріщин.

Для оцінки впливу наявності природних концентраторів напружень (мікротріщин) в зразку гірської породи були проведені експериментальні дослідження з штучно створеними надрізами різного розміру на руйнування методом розтягування при вигині. Проведено оцінку міцності зразків граніту з штучно створеними надрізами і виконано порівняння експериментальних даних з класичними теоретичними підходами Гриффітса–Ірвіна і Нейбера до розвитку концентраторів напружень. Найкращий збіг розрахункових і експериментальних даних має методика Нейбера, на підставі якої міцність на розтягнення зразка з концентратором визначається співвідношенням:

$$\sigma = \frac{\sigma^*}{(1+2l_{\text{конц}}/b)},$$

де σ^* – межа міцності на розтягування монолітного зразка, Па; $l_{\text{конц}}$ – глибина концентратора, м; b – ширина концентратора, м.

Необхідно зазначити, що наведена тріщинуватість при промисловому переділі гірських порід спричинить додаткове зниження довговічності матеріалу в процесі експлуатації. Тому особливої актуальності набуває процес моделювання формування зон технологічної тріщинуватості й розробка шляхів зменшення цих зон.

Під час проведення експериментальних досліджень в роботах [5–9] було виділено, що зміна напружено-деформованого стану в масиві під час проведення розробок в кар'єрі при відділенні блоків призводить до перерозподілу природного напруженого стану та формування напружених зон, де йде процес формування технологічної тріщинуватості, яка в кінцевому підсумку знижує якість блоків, що виймаються (рис. 1).

Аналіз наведених результатів виявляє біля точки А область концентрації напружень, яка являє небезпечну зону, де порода піддається стисненню, значення яких можуть перевершити межу міцності. По мірі поглиблення в масив ця концентрація швидко знижується. Особливо слід підкреслити небезпеку появи напружень розтягнення, які найбільш небезпечні для гранітоїдів. Для моделювання цього процесу ми вирішили об'єднати класичний математичний апарат механіки руйнування суцільного середовища з критерієм руйнування Нейбера для кутових зон на уступі кар'єру, який дозволить з високою точністю описати формування напружених кутових зон.

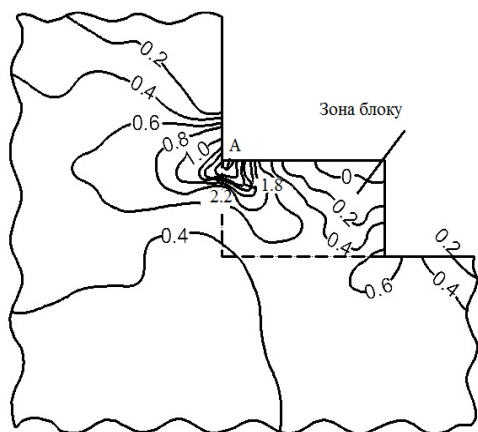


Рис. 1. Горизонтальні напруження σ_x , МПа на гранітному кар'єрі

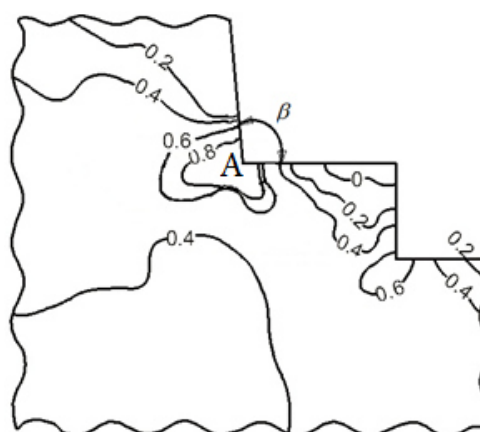


Рис. 2. Горизонтальні напруження σ_x , МПа при збільшенні кута зрізу блока на уступі

Мета дослідження – розробка математичної моделі процесу формування зональної технологічної мікротріщинуватості в процесі виймання блоків.

Викладення основного матеріалу. У реальності в зоні впливу гірничих виробок в різних точках масиву порід, в результаті геомеханічних процесів з плином часу напружений стан змінюється, орієнтація тензорів головних напружень і деформацій не залишається постійною, з'являються орієнтовані ослаблення. Тому для оцінки розвитку процесів руйнування в породах застосування узагальненого критерію неможливо. Необхідно розглядати можливість руйнування порід в різних точках масиву. Вирішуючи задачу визначення напружено-деформованого стану навколо блока, що виймається,

прямокутної форми необхідно сконцентрувати увагу на кутові зони, де, як показано на рисунку 1, спостерігається концентрація напруг.

Міцність непорушеної породи описуються з використанням кіл Мора. Особливістю теорії міцності Мора є те, що вона описує руйнування в результаті як зсуву, так і відриву, причому можна оцінювати можливість руйнування в будь-якій точці породного масиву. На відміну від теорії міцності Мора, застосування критерію Нейбера дозволить врахувати структуру матеріалу в вершині кутового вирізу і описати механізм руйнування тріщинуватих тіл. При цьому використовуються поняття класичної механіки руйнування (механіка деформованого твердого тіла) і фізики твердого тіла, пов'язані зі структурою матеріалу. Критерій Ірвіна–Гріффітса успішно працює при розрахунку тріщин, але призводить до заниженим результатам [4] в разі кутових вирізів. Реальна тріщина вже не є розрізом, а являє собою кутовий виріз, тому виникає задача визначення напружено-деформованого стану в навколо прямокутного вирізу.

Для лінійної тріщини в пружному полі коефіцієнт інтенсивності напруг характеризує поле напружень поблизу вершини тріщини. Знаючи коефіцієнт інтенсивності напружень, можна сказати, чи є даний стан тіла з пружного матеріалу критичним. Завдання визначення коефіцієнту інтенсивності напружень для малих тріщин в тілах кінцевих розмірів вирішена в роботах [5]. Для кутового вирізу, поле напруг складається з регулярної та сингулярної складових. При цьому коефіцієнт сингулярності не є константою матеріалу, оскільки залежить від кута розкриття, і не може бути визначений експериментально. Таким чином, для опису руйнування навколо кутового вирізу необхідно виділення сингулярної складової поля напружень, що у випадках складного напруженого стану вимагає застосування чисельних методів.

Для вирішення поставленого завдання використовуємо метод кінцевих елементів, який отримав найбільше застосування в практиці інженерних розрахунків. У випадку плоскої деформації розглядається напружено-деформований стан, коли всі переміщення точок тіла відбуваються паралельно одній площині xOy .

Оскільки переміщення є функціями тільки двох змінних

$$u = u(x, y), \quad v = v(x, y), \quad w = 0,$$

з формул Коші випливає, що

$$\varepsilon_z = 0, \quad \gamma_{yz} = 0, \quad \gamma_{zx} = 0,$$

а решта деформацій також є функціями лише змінних x і y :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x(x, y), \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y(x, y), \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}(x, y).$$

Таким чином, завдання розрахунку плоскої деформації зводиться до визначення σ_x , σ_y , τ_{xy} як функцій x , y .

Основні рівняння теорії пружності при плоскій деформації спрощуються. Так, з трьох диференціальних рівнянь рівноваги залишаються два:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0.$$

З шести формул Коші залишається три:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Умова нерозривності деформацій Сен–Венана зводиться до виразу:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}.$$

Користуючись законами Гука і Пуассона для одноосного напруженого стану, знайдемо зв'язок між деформаціями і напруженнями у випадку тривимірності.

Дотичні зусилля викликають перекис граней паралелепіпеда, при цьому лінійні розміри елементів не змінюються (рис. 3). Наприклад, дотичне напруження τ_{xy} викликає скривлення грані, паралельній площині xOy і залишає без зміни інші грані паралелепіпеда.

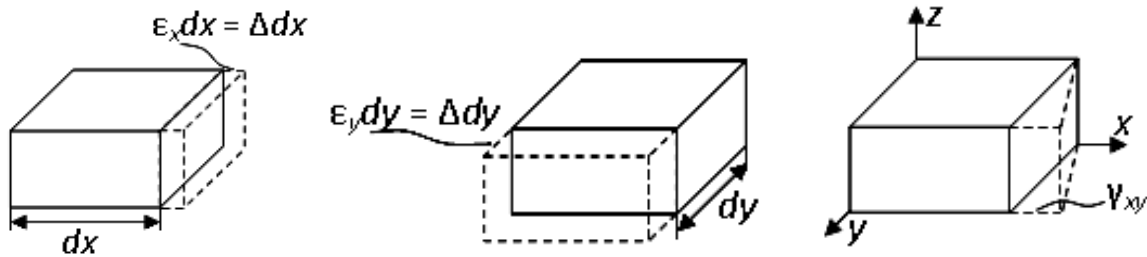


Рис. 3. Деформації подовження і зміни кутів

З усього сказаного, отримуємо закон Гука, що зв'язує зсувні деформації і дотичні напруження в двовимірному випадку у вигляді:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x), \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}.$$

Зворотні співвідношення

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x), \quad \tau_{xy} = G\gamma_{xy}.$$

де E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона. Тут G – модуль зсуву, який можна знайти з дослідження на зсув, або розрахувати через відомі коефіцієнт Пуассона і модуль пружності E :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

Рівняння закону Гука можна вирішити відносно напруг:

$$\sigma_x = \lambda\theta + 2G\varepsilon_x, \quad \sigma_y = \lambda\theta + 2G\varepsilon_y,$$

де θ – об'ємна деформація, $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y$. Тут λ – постійна Ляме:

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}.$$

Таким чином, для ізотропного пружного тіла можна записати фізичні рівняння, що зв'яжуть компоненти тензора напружень та тензора деформацій.

Співвідношення між напруженнями і деформаціями визначається із закону Гука і може бути представлено у вигляді:

$$\sigma_x = \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2\mu\varepsilon_x, \quad \sigma_y = \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2\mu\varepsilon_y, \quad \tau_{xy} = \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y).$$

Умова динамічної рівноваги елемента пружного середовища можна представити так:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \rho f_1 = 0, \quad \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \rho f_2 = 0,$$

де σ_x і σ_y – компоненти тензора напружень, а компоненти вектора об'ємної сили, віднесені до одиниці маси символами f_1 і f_2 , вважаємо, що вони можуть містити активні сили (наприклад, сили тяжіння) і сили інерції. Якщо прийняти, що при динамічному деформуванні елемента пружного середовища на нього діють тільки сила тяжіння і сили інерції. Тоді f_1 і f_2 являють собою узяті зі зворотним знаком прискорення і можна записати:

$$f_1 = -\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad f_2 = -\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}.$$

Тоді рівняння руху елемента пружного середовища в остаточній формі:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0;$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0.$$

Ці рівняння описують динамічну поведінку пружного середовища при будь-якому характері динамічної дії за умови, що напруги в середовищі не перевищують межу пружності. Для замикання системи диференціальних рівнянь необхідно також задати початкові й граничні умови. Зазвичай

приймається, що при $t = 0$, пружні переміщення і швидкості дорівнюють нулю, тобто $u|_{t=0} = 0$, $v|_{t=0} = 0$,
 $\dot{u}|_{t=0} = 0$, $\dot{v}|_{t=0} = 0$.

До отриманих диференціальних рівнянь необхідно додати критерій руйнування Нейбера для кутової зони (точка А) у вигляді, що дозволяє отримати залежність коефіцієнта концентрації напруги від радіуса заокруглення кутової зони β (рис. 2).

Оскільки формування мікротріщин відбувається на міжмолекулярному рівні, необхідно описати процес концентрації напружень для матеріалу, що має зернисту структуру. У [10] пропонується структуру матеріалу врахувати через розмір зерна r_3 і прийняти відстань між зернами r_0 . Згідно з критерієм руйнування Нейбера, процес утворення мікротріщин не розвивається, якщо діючі на зерно напруги σ_3 не перевищують теоретичну міцність σ^* матеріалу, тобто, $\sigma_3 = \omega\sigma_0 \leq \sigma^*$, де $\sigma_0 = \text{const}$ – характерні (номінальні) напруги. Коефіцієнт концентрації напружень, який би залежав від радіуса заокруглення кутового вирізу β на уступі і від класичного коефіцієнта концентрації K_{III}^0 , тобто $\omega = \omega(\beta, K_{III}^0)$, можна отримати у вигляді:

$$\omega = \frac{\sigma_3}{\sigma_0} = 1 + 1,1215 \sqrt{\frac{2l}{r_3}} \left(\sqrt{\frac{\beta}{2r_3}} + 1 - \sqrt{\frac{\beta}{r_3}} \right),$$

де l – ефективна довжина тріщини.

Мікротріщинуватість гірських порід в природних умовах характеризується залежністю концентрації мікротріщин від їх розмірів, і обумовлено статистичними закономірностями розподілу неоднорідностей з поступовим укрупненням мікротріщин. Формування напружених зон (в районі точки А) сприяє інтенсифікації процесу появи додаткової мікротріщинуватості, істотно знижуючи характеристики міцності частин блоків, а значить, і зменшуючи довговічність декоративного матеріалу.

Висновки та і перспективи подальших досліджень. У результаті виконаних досліджень запропоновано математичну модель, яка дозволила змодельовати процес формування зональної технологічної мікротріщинуватості в процесі виймання блоків. Зональна наведена мікротріщинуватості є результатом перерозподілу природного напруженого стану масиву внаслідок часткової виїмки блоків. Це природний процес, викликаний розвантаженням, і виключити його повністю неможливо, проте можна його регулювати, наприклад, кутом вирізу блока на уступі, знижуючи рівень напруги у відповідних зонах. Моделювання та оптимізація цього процесу дозволить підвищити вихід і якість облицювальної продукції, що виготовляється з таких блоків.

Список використаної літератури:

1. Зуєвська Н.В. Вплив технології видобування природного каменю на його міцнісні характеристики / Н.В. Зуєвська // зб. наук. пр. «Проблеми гірського тиску». – 2012. – № 1 (20), 2 (21). – С. 3–9.
2. Менжулин М.Г. Модель фазових переходов на поверхностях трещин при разрушении горных пород / М.Г. Менжулин // Физическая мезомеханика. – 2008. – № 4. – С. 75–80.
3. Менжулин М.Г. Связь термокинетических параметров и прочностных свойств горных пород / М.Г. Менжулин, А.В. Трофимов // Записки Горного института. – 2007. – Т. 173. – С. 48–51.
4. Мясникова О.В. Влияние микротрещиноватости породного массива на физико-механические характеристики каменных изделий / О.В. Мясникова, В.А. Шеков // Горный журнал. – 2011. – № 5. – С. 20–22.
5. Кальчук С.В. Особливості формування поля напружень при видобуванні блочного облицювального каменю / С.В. Кальчук // Вісник НТУУ «КПІ» / Серія : Гірництво. – Вип. 26. – 2014. – С. 80–84.
6. Korobiiichuk V. The examination of leznykivskoho granite deposit fracturing with prospects of block products mining / V.Korobiiichuk // Eastern-european Journal Of Enterprise Technologies. – 2013. – № 6. – pp. 23–27.
7. Корнев В.М. Модификация критерия разрушения Нейбера-Новожилова для угловых вырезов / В.М. Корнев // ПМТФ. – 2002. – Т. 43, № 1. – С. 153–159.
8. Levytskyi V. Decorative stone block quality control based on surface digital photogrammetry / V.Levytskyi, R.Sobolevskiy // Scientific Bulletin of NMU. – 2014. – Pp. 58–66.
9. Sobolevskiy R. Quality control of drilling operations for efficiency upgrading of creation of separation plane by lineage drilling / R.Sobolevskiy, V.Shlapak // Metallurgical and mining industry. – 2016. – № 2. – Pp. 167–173.
10. Thomas C.Nichols A study of rock stresses and engineering geology in quarries of the Barre granite of Vermont / Thomas C.Nichols // U.S. Geological Survey bulletin. – 1986. – Pp. 1–30.

Referenses:

1. Zujevs'ka, N.V. (2012), "Vplyv tehnologii' vydobuvannja pryrodnogo kamenju na jogo micnisni harakterystyky", *Zbirnyk naukovykh prac' "Problemy girs'kogo tysku"*, No. 1 (20)–2 (21), pp. 3–9.
2. Menzhulin, M.G. (2008), "Model' fazovyh perehodov na poverhnostjah treshhin pri razruchenii gornyh porod", *Fizicheskaja mezomehanika*, No. 4, pp. 75–80.
3. Menzhulin, M.G. and Trofimov, A.V. (2007), "Svjaz' termokineticheskikh parametrov i prochnostnyh svojstv gornyh porod", *Zapiski Gornogo instituta*, Vol. 173, pp. 48–51.
4. Mjasnikova, O.V. and Shekov, V.A. (2011), "Vlijanie mikrotreshhinovatosti porodnogo massiva na fiziko-mehaničeskie harakteristiki kamennyh izdelij", *Gornyj zhurnal*, No. 5, pp. 20–22.
5. Kal'chuk, S.V. (2014), "Osoblivosti formuvannja polja napruzhen' pri vidobuvanni blochnogo oblicjuval'nogo kamenju", *Visnik NTUU "KPI". Serija "Girnictvo"*, Vol. 26, pp. 80–84.
6. Korobiichuk, V. (2013), "The examination of leznykivskoho granite deposit fracturing with prospects of block products", *Eastern-european Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 6, pp. 23–27.
7. Kornev, V.M. (2002), "Modifikacija kriterija razruchenija Nejbera-Novozhilova dlja uglovyh vyrezov", *PMTF*, Vol. 43, No. 1, pp. 153–159.
8. Levytskyi, V. and Sobolevskyi, R. (2014), "Decorative stone block quality control based on surface digital photogrammetry", *Scientific Bulletin of NMU*, Vol. 6, pp. 58–66.
9. Sobolevskyi, R. and Shlapak, V. (2016), "Quality control of drilling operations for efficiency upgrading of creation of separation plane by lineage drilling", *Metallurgical and mining industry*, Vol. 2, pp. 167–173.
10. Nichols, T.C. (1986), "A study of rock stresses and engineering geology in quarries of the Barre granite of Vermont", *U.S. Geological Survey bulletin*, pp. 1–30.

ЗУЄВСЬКА Наталя Валеріївна – доктор технічних наук, професор кафедри геобудівництва та гірничих технологій Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут».

Наукові інтереси:

- дослідження в галузі геобудівництва;
- видобування облицювального каменю.

E-mail: zuevska@i.ua.

Тел.: (050) 982–17–70.

ПОЛІЩУК Валентина Омелянівна – старший викладач кафедри електромеханічного обладнання енергоємних виробництв НТУУ «КПІ».

Наукові інтереси:

- моделювання електромеханічних систем;
- ІТ-технології;

E-mail: valemp@ukr.net.

Тел.: (066) 544–13–01.

ГОРОБЧИШИН Олег Вікторович – пошукач НТУУ «КПІ», головний фахівець Державного гемологічного центру України (ДГЦУ).

Наукові інтереси:

- гемологія;
- технологія видобування облицювального каменю.

E-mail: gorol@gems.org.ua.

Тел.: (093) 981–11–38.

Стаття надійшла до редакції 29.04.2016