

В.П. Сахно, д.т.н., проф.

А.Н. Ефименко, асист.

Национальный транспортный университет

К АНАЛИЗУ АВТОКОЛЕБАНИЙ МОДЕЛИ КОЛЕСНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ПРЯМОЛИНЕЙНОМУ УЧАСТКУ ПУТЕПРОВОДА

Проведен приближенный анализ амплитуд автоколебаний модели «одноколесного» транспортного средства при движении по прямолинейному участку путепровода. Получена диаграмма амплитуд автоколебаний системы при изменении параметра продольной скорости движения экипажа, позволяющая оценить влияние конструктивных параметров системы на границе колебательной неустойчивости и величину амплитуд возникающих автоколебаний. Предложенный выбор параметров поперечной жесткости направляющего колесного модуля по этой методике согласуется с ранее полученными результатами исследований.

Ключевые слова: колесное транспортное средство; тележка; направляющий колесный модуль; жесткость; автоколебания.

Постановка проблемы в общем виде. Последнее время увеличилось количество транспортных средств на автомагистралях Украины. В городах-миллионниках создаются «пробки» в часы пик. Для решения данной проблемы возможно привлечение альтернативного вида транспорта, одним из которых является монорельс. К преимуществам монорельсового транспорта можно отнести: компактность, стоимость внедрения, безопасность движения пассажиров. В конце XX века в Украине было зафиксировано несколько попыток реализации данного вида транспорта, но они не увенчались успехом, так как в то время бурно развивалась сеть метрополитена, и количество автомобилей на улицах была значительно ниже [1, 2].

Анализ последних исследований и публикаций. Существует несколько видов монорельсового транспорта, которые классифицируют по способу подвеса вагонов. Практический интерес вызывает монорельс с опорной системой «Alweg» [3, 4]. В [5, 6, 7] были рассмотрены конструктивные особенности монорельсового экипажа, перемещающегося на пневматических шинах. Структурной единицей монорельсового вагона является тележка, которая перемещается на четырех несущих колесах. Безопасность ее движения (исключение схождения или опрокидывания) относительно путепровода обеспечивается направляющими колесами. Математическая модель движения колесного транспортного средства (КТС) рассмотрена в [8, 9], где учитывалось влияние сил и моментов увода, возникающих в пятне контакта несущего колеса с дорожным покрытием; упругих сил и моментов, порождаемых направляющими колесами; рассмотрено прямолинейное движение и перемещение по переходным кривым путепровода. Анализ явления автоколебаний в этих работах не рассматривался, исследование ограничивалось установлением факта устойчивости или неустойчивости по линейному приближению [8]. В [10, 11] освещается вопрос автоколебаний рельсовых и колесных экипажей, подход к которому развивается и в данной работе.

Целью работы является приближенный анализ амплитуд автоколебаний модели тележки монорельсового вагона, которая имеет одно сведенное несущее колесо и систему направляющих колес, предназначенных для стабилизации движения. Данное исследование позволит провести рациональный выбор конструктивных параметров системы, обеспечивающий безопасность границы интервала устойчивости по параметру продольной скорости.

Изложение основного материала исследования. Тележка КТС перемещается на пневматических шинах, которые выполняют функции несущих 1 и направляющих колес 2 (рис. 1).

Исходная система уравнений движения (1) «одноколесного» транспортного средства по прямолинейному участку направляющего путепровода записана относительно инерциальной системы координат, которая движется с постоянной скоростью v вдоль осевой линии путепровода.

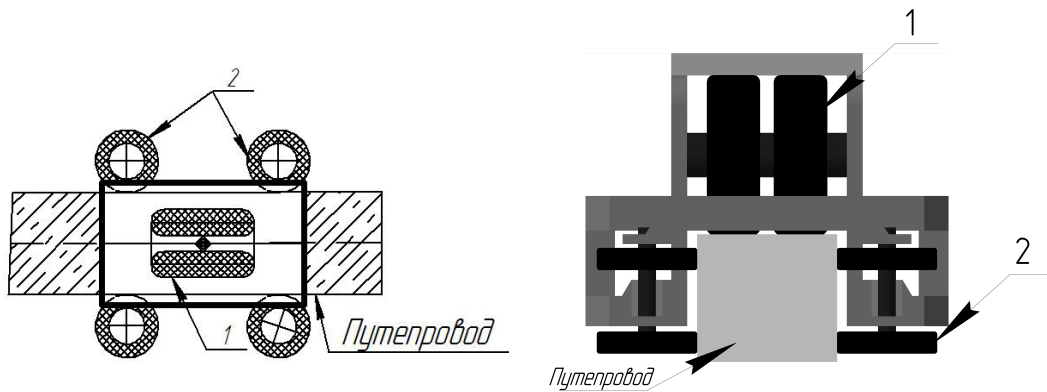


Рис. 1. Схема тележки КТС: 1 – несущие колеса, 2 – направляющие колеса

Модель имеет две степени свободы: y – поперечное смещение центра масс системы относительно осевой линии; ψ – угол рыскания продольной оси симметрии модели относительно осевой линии.

Поперечная упругая сила Y_y и упругий момент M_y , порождаемые направляющим модулем со стороны путепровода, соответствуют предположениям, принятым в [5–7], сила и момент соответственно $h_1 \cdot \dot{y}(t)$ и $h \cdot \dot{\psi}(t)$ – демпфирующие характеристики направляющего модуля.

Система состоит из двух уравнений: первое – уравнение вращательного движения относительно центральной вертикальной оси инерции модели (J – соответствующий осевой момент инерции экипажа, $M(\delta)$ – момент увода, зависящий от угла увода сведенного несущего колеса), а второе – уравнение движения центра инерции модели в поперечном направлении (m – масса экипажа, $Y(\delta)$ – сила увода сведенного несущего колеса):

$$J \cdot \ddot{\psi}(t) + M_y + h \cdot \dot{\psi}(t) + M(\delta) = 0, \quad (1)$$

$$m \cdot \ddot{y}(t) + Y_y + h_1 \cdot \dot{y}(t) + Y(\delta) = 0. \quad (2)$$

где m , J – масса и момент инерции тележки;

δ – угол увода сведенного несущего колеса тележки;

$Y_y = \chi \cdot y$, $M_y = \chi_1 \psi$ – упругая сила и упругий момент соответственно;

χ – коэффициент боковой жесткости системы;

χ_1 – коэффициент крутильной жесткости системы;

h_1 – параметр демпфирования в поперечном направлении;

h – параметр демпфирования относительно вертикальной оси.

Угол увода сведенного несущего колеса имеет вид:

$$\delta = \psi + \frac{\dot{y}(t)}{v}. \quad (3)$$

При линейном анализе используются следующие выражения для определения силы и момента увода:

$$Y(\delta) = k_1 \delta, \quad M(\delta) = \sigma_1 \delta. \quad (4)$$

где k_1 – коэффициент сопротивления уводу;

σ_1 – коэффициент, определяемый эмпирически.

Аппроксимация нелинейных зависимостей сил и моментов увода могут быть представлены в виде (5), где коэффициенты σ_i определяются эмпирически:

$$Y(\delta) = k_1 \cdot \delta / \left(\sqrt{1 + (k_1 \cdot \delta / (\varphi \cdot N_1))^2} \right), \quad (5)$$

$$M(\delta) = \sigma_1 \delta / (\sigma_2 \delta^4 + \sigma_3 \delta^2 + 1).$$

где φ – коэффициент трения колеса в поперечном направлении;

N_1 – нагрузка на приведенное колесо тележки.

Предполагая, что в системе существует одночастотный режим колебаний, для фазовых переменных должны выполняться следующие соотношения [12]:

$$y = p_0 \sin(\psi t + \varphi); \quad \psi = t_0 \sin(\omega t + \varphi_0); \quad \delta = a \sin(\omega t), \quad (6)$$

где p_0, t_0, a – неизвестные значения амплитуд,

ω – круговая частота,

φ, φ_0 – рассогласование по фазе (всего шесть неизвестных).

Определяющим параметром величины угла увода δ , является амплитуда a , относительно которой будет разрешена система. Для определения неизвестных значений амплитуд можно получить шесть конечных уравнений, которые порождаются исходной системой уравнений движения при подстановке в них решений вида (6) и, рассматривая их в моменты времени $\omega t = 2k \cdot \pi$ и $\omega t = (2k + 1) \cdot \pi / 2$.

Так, из первого уравнения, соответствующего определению угла увода:

$$v\delta - v\psi - \dot{y}(t) = 0, \quad (7)$$

получим два уравнения:

для $t = 0$:

$$-v \cdot t_0 s - p_0 c \cdot \omega = 0, \quad (8)$$

для $\omega t = \pi / 2$:

$$v \cdot a - v \cdot t_0 c + p_0 s \cdot \omega = 0, \quad (9)$$

в последних уравнениях введены новые комбинированные неизвестные в виде произведения амплитуды некоторой фазовой переменной на \sin или \cos ее начальной фазы, так $t_0 s = t_0 \cdot \sin(\varphi_0)$, $t_0 c = t_0 \cdot \cos(\varphi_0)$,

$$p_0 s = p_0 \cdot \sin(\varphi), \quad p_0 c = p_0 \cdot \cos(\varphi).$$

После исключения части неизвестных, система шести уравнений сводится к двум полиномам относительно круговой частоты ω и амплитуды a по углу увода.

pol1:

$$\begin{aligned} & -m\omega^6 a J^2 + (mM(a)J + \chi a J^2 - mah^2 + 2maJ\chi_1)\omega^4 + \\ & + (\chi ah^2 - mM(a)\chi_1 - \chi M(a)J + h_1 h M(a) - ma\chi_1^2 - 2\chi a J\chi_1) \times \omega^2 + \chi M(a)\chi_1 + \chi a \chi_1^2, \end{aligned} \quad (10)$$

pol2:

$$\begin{aligned} & (h_1 v a J^2 + Y(a)J^2)\omega^4 + (mhvM(a) - h_1 v M(a)J + h_1 v a h^2 - 2h_1 v a J\chi_1 + Y(a)h^2 - 2Y(a)J\chi_1) \times \\ & \times \omega^2 - \chi h v M(a) + h_1 v M(a)\chi_1 + h_1 v a \chi_1^2 + Y(a)\chi_1^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Исключение круговой частоты ω может быть выполнено на основе нахождения результата двух полиномов, что приводит к выражению, определяющему неявную зависимость амплитуды автоколебаний по углу увода от параметра скорости и других характерных параметров исходной системы, которую будем называть амплитудной кривой RR:

$$\begin{aligned} RR = & 2JY(a)a^2\chi h m v^2\chi_1 + J^2M(a)Y(a)a\chi h_1 v^2 + 2Ja^3\chi h h_1 m v^3\chi_1 - \\ & - 2Y(a)a^2h^2h_1 m v^2\chi_1 - 3JY(a) \cdot a^2h h_1^2 v^2\chi_1 - a^3h h_1 m^2 v^3\chi_1^2 - \\ & - a^3h^2h_1^2 m v^3\chi_1 - a^3\chi h^3h_1 m v^3 - Ja^3h h_1^3 v^3\chi_1 - Ja^3\chi h^2h_1^2 v^3 - J^2a^3\chi^2 h h_1 v^3 - \\ & - 2JY(a)a^2\chi h^2h_1 v^2 - M(a)^2 a h h_1 m^2 v^3 - M(a)a^2h^2h_1^2 m v^3 - JM(a)a^2h h_1^3 v^3 - \\ & - 2M(a)a^2h h_1 m^2 v^3\chi_1 + 2JM(a)a^2\chi h h_1 m v^3 + JM(a)Y(a)a\chi h m v^2 - \\ & - 3JY(a)^2 a h h_1 v \chi_1 - M(a)Y(a) a h m^2 v^2\chi_1 - 2JM(a)Y(a) a h h_1^2 v^2 - \\ & - M(a)Y(a) a h^2 h_1 m v^2 - JY(a)^3 h \chi_1 - Y(a)a^2\chi h^3 m v^2 - JM(a)Y(a)^2 m v \chi_1 - \\ & - JM(a)Y(a)^2 h h_1 v - Y(a)^2 a h^2 m v \chi_1 - JY(a)^2 a \chi h^2 v - JM(a)^2 Y(a)h_1 m v^2 - \\ & - Y(a)a^2h m^2 v^2\chi_1^2 - JM(a)Y(a) a h \chi m v^2\chi_1 + J^2M(a)Y(a)^2 \chi v - \\ & - J^2Y(a)a^2\chi^2 h v^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Принимаем числовые значения конструктивных параметров: $N_1 = 50000$ Н; $R_2 = 0,18$ м; $kk_1 = 8,54$; $k_1 = kk_1 \cdot N_1$; $J = 2500$ кг·м²; $h = 700$ м·Нс; $\chi_1 = 140000$ Нм; $m = 5000$ кг; $h_1 = 800$ Нс/м; $\chi = 320000$ Н/м; $\sigma_1 = 2N_1 \cdot R_2 \cdot kk_1 / 9$; $\varphi = 0,8$.

Из выражения RR получим полином относительно продольной скорости движения, его положительные корни ($v > 0$ по физическому смыслу) определяют интервал колебательной неустойчивости системы по параметру скорости: 39.3959, 302.5192.

Дополнительный сравнительный анализ зон колебательной неустойчивости проведем независимо на основе критерия Рауса–Гурвица.

Лямбда-матрица, соответствующая системе (1), характеристическое уравнение и его коэффициенты имеют следующий вид:

$$\begin{bmatrix} J\lambda^2 + h\lambda + \chi_1 + \sigma_1 & \frac{\sigma_1\lambda}{v} \\ k_1 & m\lambda^2 + h_1\lambda + \chi + \frac{k_1\lambda}{v} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$Jm\lambda^4 + \frac{(Jk_1 + hmv + Jh_1v)\lambda^3}{v} + \frac{1}{v}((\chi_1mv + hk_1 + \sigma_1mv + hh_1v + J\chi v)\lambda^2) + \frac{(\sigma_1h_1v + \chi_1k_1 + \chi_1h_1v + h\chi v)\lambda}{v} + \frac{\sigma_1\chi v + \chi_1\chi v}{v} = 0, \quad (14)$$

$$A_0 = Jm, \quad A_1 = hm + J\left(h_1 + \frac{k_1}{v}\right), \quad A_2 = (\chi_1 + \sigma_1)m + h\left(h_1 + \frac{k_1}{v}\right) + J\chi, \quad (15)$$

$$A_3 = \frac{\chi_1h_1v + \chi_1k_1 + \sigma_1h_1v + h\chi v}{v}, \quad A_4 = (\chi_1 + \sigma_1)\chi.$$

Из чего следует, что необходимые условия устойчивости выполнены (все $A_i > 0$), условие Рауса–Гурвица, отвечающее за колебательную потерю устойчивости, имеет вид:

$$G_3 = A_1A_2A_3 - A_0A_3^2 - A_1^2A_4 > 0. \quad (16)$$

При выбранном наборе числовых значений параметров, корни уравнения $G_3 = 0$ совпадают с корнями, найденными ранее:

$$(v + 1337.80)(v - 39.39)(v - 302.51) = 0. \quad (17)$$

Изменение знака выражения G_3 при скорости, отвечающей меньшему положительному корню, указывают на колебательную неустойчивость в интервале $39,39 \text{ м/с} < v < 302,51 \text{ м/с}$:

$$G_3|_{v=39.3} > 0, \quad G_3|_{v=39.4} < 0.$$

Таким образом, зоне колебательной неустойчивости соответствует область $39,4 \text{ м/с} < v < 302,5 \text{ м/с}$, учитывая, что интервал эксплуатационной скорости не превышает 30 м/с , это допустимо.

При построении амплитудной диаграммы (рис. 2) использовались фиксированные числовые значения конструктивных параметров, приведенные выше. Последующие диаграммы соответствуют варьированию одного из параметров χ , χ_1 , h и h_1 .

Получена амплитудная диаграмма, которая «стартует» из левой границы колебательной неустойчивости. Амплитуда по углу увода резко растет при закритических скоростях, достигая максимального значения порядка 3° (рис. 2).

Параметры жесткости и демпфирования, приведенные выше, отвечают требованию сохранения области устойчивости (до 30 м/с) при изменении параметра загрузки (массы системы) и изменяющегося параметра осевого момента инерции (его предполагаемое максимальное значение отвечает $2500 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$).

Далее проиллюстрируем вариации параметров жесткости и демпфирования, указывающие на обоснованность выбранных выше значений.

Для параметра жесткости $\chi = 350000 \text{ Н/м}$, интервал устойчивости менее 19 м/с : $18.5807, 185.1813$, характер амплитудной кривой при этом изменился незначительно (рис. 3).

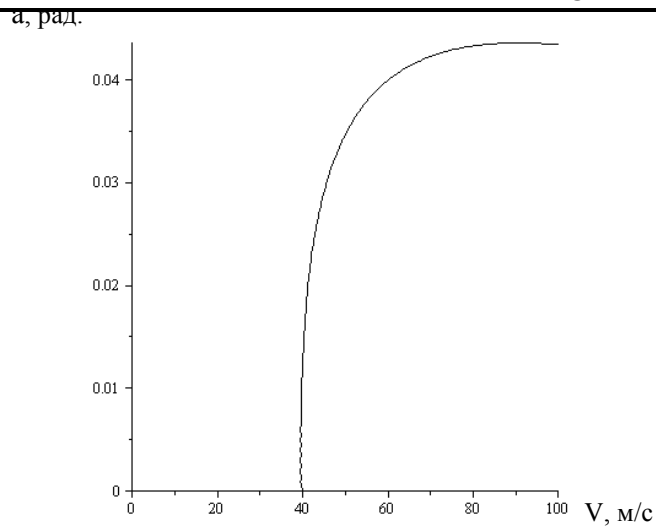


Рис. 2. Амплитудная диаграмма зависимости угла увода от продольной скорости при $\chi = 320000$ Н/м

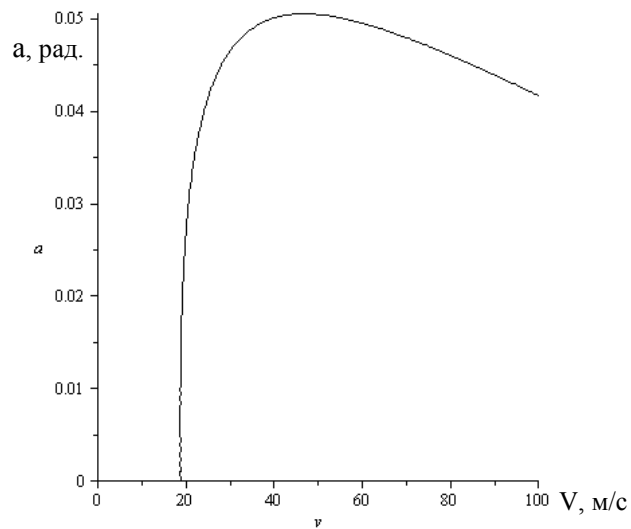


Рис. 3. Амплитудная диаграмма зависимости угла увода от продольной скорости при $\chi = 350000$ Н/м

Для параметра жесткости $\chi_1 = 120000$ интервал устойчивости составил 13 м/с: 13.0267, 165.5375.

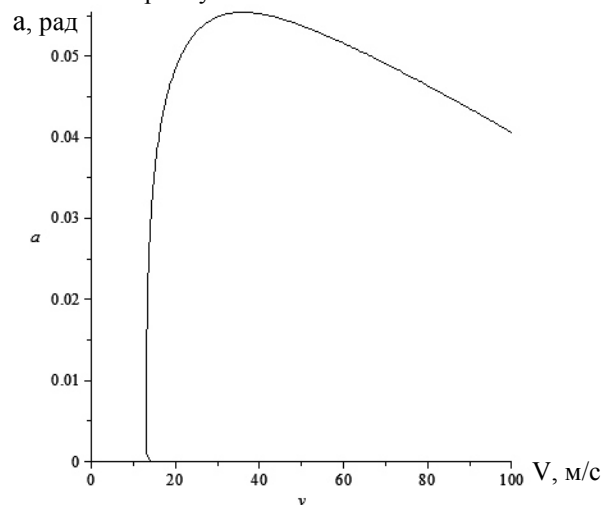


Рис. 4. Амплитудная диаграмма зависимости угла увода от продольной скорости при $\chi_1 = 120000$ Н/м

Характер амплитудной кривой также изменился незначительно (рис. 4). Увеличение параметра $\chi\chi_1$ более 140000 Нм приводит к стабилизации (увеличению области устойчивости по параметру скорости движения), однако параметр χ_1 и $\chi\chi$ связаны между собой конструктивно через базу колесного направляющего модуля, что дает возможность сделать более рациональный его выбор.

При уменьшении параметра демпфирования $h = 600$ мНс интервал устойчивости несколько меньше 30 м/с: 29.2947, 436.9079.

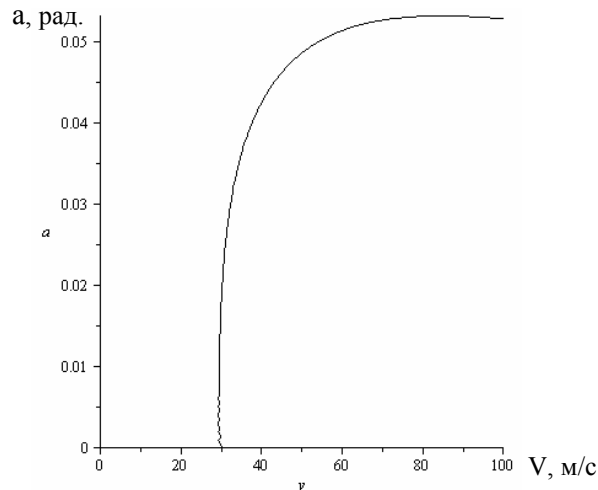


Рис. 5. Амплитудная диаграмма зависимости угла увода от продольной скорости при $h = 600$ мНс

При уменьшении параметра демпфирования $h_1 = 700$ Нс/м интервал устойчивости уменьшается незначительно, примерно до 38 м/с: 37.8623, 342.8476, сохраняя общий характер амплитудной диаграммы.

Выводы. Доказан предложенный выбор конструктивных параметров системы, которые позволяют обеспечить устойчивое движение в интервалах эксплуатационной скорости (максимальная конструктивная скорость $V = 140$ км/ч), при этом обеспечивается безопасность потери устойчивости при превышении скорости этой границы. Амплитуда автоколебаний, при превышении критического значения параметра скорости, возрастает монотонно и не превышает 3° при $V = 280$ км/ч.

Список использованной литературы:

1. Неизвестный Киевский монорельс [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.everyday.in.ua/?p=1282>
2. Лебедев И. Научно-техническое творчество. И все-таки монорельс! / И. Лебедев // Техника Молодежи. – № 5. – 1989. – С. 12–13.
3. Ryan R. Kennedy / R.Ryan [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.monorails.org/webpix%202/ryanrkennedy.pdf>;
4. www.STC-IN.com & www.skytraincorp.com [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.skytraincorp.com/pp/stc_mht.pdf;
5. Сахно В.П. До вибору раціональних значень параметрів поперечної жорсткості направляючого колісного модуля моделі візка на пневматичних шинах КТЗ (аналог системи Alweg) / В.П. Сахно, А.М. Єфименко // Вісник Нац. транспортного ун-ту / Серія «Технічні науки» : наук.-тех. зб. – 2016. – Вип. 2 (35). – С. 204–210.
6. Єфименко А.М. До моделювання динаміки візка монорейкового вагона / А.М. Єфименко // Зб. наук. праць Держ. економіко-технол. ун-ту транспорту Мін. освіти і науки України / Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 25. – К. : ДЕГУТ, 2014. – С. 51–55.
7. Єфименко А.М. Аналіз динаміки монорейкового вагона / А.М. Єфименко // Матер. III міжнар. науково-практ. інтернет-конф. «Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту» (14–16 квіт. 2015 р.) : зб. наук. пр. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – С. 62–66.
8. Коротенко М.Л. Устойчивость движения вагона монорельсовой эстакадной дороги / М.Л. Коротенко, Н.В. Донцова // Межвуз. сб. науч. тр. – Днепропетровск, 1984. – Вып. 232 : Проблемы динамики и прочности железнодорожного подвижного состава. – С. 53–58.
9. Єфименко А.Н. К построению математической модели монорельсового вагона системы Alweg / А.Н. Єфименко, В.Г. Вербицкий, В.А. Демченко // XXI научно-тех. конф. с междунар. участием

- «Транспорт, экология – устойчивое развитие» (14–16 мая 2015 г.) : сборник докладов. – Варна : ТУ Варна, 2015. – С. 62–66.
10. Автокотлебания рельсовых экипажей / Ю.В. Демин, Л.А. Длугач, М.Л. Коротенко, О.М. Маркова. – К. : Наук. думка, 1984. – 160 с.
 11. Лобас Л.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. – К. : Наук. думка, 1990. – 232 с.
 12. Введение в теорию устойчивости колесных экипажей и рельсового пути : монография / В.Вербицкий и др. – Донецк : Вебер, Донецкое отд., 2007. – 255 с.

References:

1. Everyday in Ukraine (2011), “Neizvestnyy Kievskiy monorel's”, available at: www.everyday.in.ua/?p=1282
2. Lebedev, I. (1989), “Nauchno-tehnicheskoe tvorchestvo. I vse-taki monorel's!”, *Tekhnika Molodezhi*, Vol. 5, pp. 12–13.
3. Kennedy, R. (2004), “Considering Monorail Rapid Transit for North American Cities”, available at: www.monorails.org/webpix%202/ryanrkennedy.pdf
4. Sky Train Corp (2004), “Monorail History and Technology of Successful Technology”, available at: www.skytraincorp.com/pp/stc_mht.pdf
5. Sahnо, V.P. and Jefymenko, A.M. (2016), “Do vyboru racional'nyh znachen' parametriv poperechnoi zhorstkosti napravljajuchogo kolisnogo modulja modeli vizka na pnevmatychnyh shynah KTZ (analog systemy Alweg)”, *Visnyk Nacional'nogo transportnogo universytetu. Serija “Tehnichni nauky”*, Vol. 2 (35), pp. 204–210.
6. Jefymenko, A.M. (2014), “Do modeljuvannja dynamiky vizka monorejkovogo vagona”, *Zbirnyk naukovykh prac' Derzhavnogo ekonomiko-tehnologichnogo universytetu transportu Ministerstva osvity i nauky Ukrainy: Serija “Transportni systemy i tehnologii”*, Vol. 25, pp. 51–55.
7. Jefymenko, A.M. (2015), “Analiz dynamiky monorejkovogo vagona”, *Proceedings of the III International science-and-practical internet-conference “Suchasni tehnologii ta perspektyvy rozvytku avtomobil'nogo transportu”*, 14–16 April 2015, Vinnyc'kyj nacional'nyj tehnicnyj universytet, Vinnyc'sia, Ukraine, pp. 62–66.
8. Korotenko, M.L. and Dontsova, N.V. (1984), “Ustoychivost' dvizheniya vagona monorel'sovoy estakadnoy dorogi”, *Mezhvuz. sb. nauch. tr. DИIT “Problemy dinamiki i prochnosti zheleznodorozhnogo podvizhnogo sostava”*, Vol. 232, pp. 53–58.
9. Efimenko, A.N., Verbitskiy, V.G. and Demchenko, V.A. (2015), “K postroeniyu matematicheskoy modeli monorel'sovogo vagona systemy Alweg”, *Proceedings of the XXI International scientific-and-technical conference “Transport, ekologiya – ustoychivoe razvitie”*, 14 – 16 May 2015, Varna, Bolgariya, pp. 62–66.
10. Demin, Yu.V., Dlugach, L.A., Korotenko, M.L. and Markova, O.M. (1984), *Avtokotlebaniya rel'sovykh ekipazhey*, Nauk. Dumka, Kyiv, 160 p.
11. Lobas, L.G. and Verbitskiy, V.G. (1990), *Kachestvennye i analiticheskie metody v dinamike kolesnykh mashin*, Nauk. Dumka, Kyiv, 232 p.
12. Verbitskiy, V.G. (2007), *Vvedenie v teoriyu ustoychivosti kolesnykh ekipazhey i rel'sovogo puti*, Veber, Donetsk, 255 p.

САХНО Владимир Прохорович – доктор технических наук, профессор Национального транспортного университета.

Научные интересы:

- управляемость и устойчивость автомобилей и автопоездов;
- топливная экономичность автомобилей и автопоездов.

E-mail: sakhno@ntu.edu.ua

ЕФИМЕНКО Алла Николаевна – ассистент, Национальный транспортный университет.

Научные интересы:

- устойчивость колесных транспортных средств;
- техническая эксплуатация автомобилей;
- экологичность транспорта.

E-mail: alla.yefimenko@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 17.08.2016