

УДК 670.191.33

Ю.І. Пиндус, к.т.н., доц.  
 П.О. Марущак, к.т.н., доц.  
 Р.Т. Бішак, аспір.  
 О.П. Ясній, асист.

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

## ОЦІНКА РОЗПОДІЛУ КІН ПО ФРОНТУ ПОВЕРХНЕВОЇ НАПІВЕЛІПТИЧНОЇ ТРІЩИНИ У ТОВСТОСТІННОМУ ЦИЛІНДРІ

Методом скінченних елементів розраховано КІН вздовж фронту напівеліптичної тріщини за навантажування товстостінного циліндра (ролика МБЛЗ) рівномірним розподіленням поверхневим зусиллям.

**Вступ.** Відомо, що короткі поверхневі напівеліптичні тріщини в циліндричному тілі найбільш точно описують фактичні експлуатаційні дефекти. Lin і Smith [1] довели, що кожен дефект, який має довільну початкову форму, набуває під час поширення форми напівеліптичної тріщини. Існує ряд підходів моделювання напружено-деформованого стану в циліндрах, зокрема Raju і Newman проаналізували напружено-деформований стан тріщин в циліндрах, використавши тривимірне скінченно-елементне моделювання [2]. Відомі приклади оцінки НДС циліндрів з тріщинами методом граничної інтерполяції [3]. У вказаних працях доведено, що КІН для зовнішніх тріщин має найбільше значення в найглибшій точці фронту або кутових точках фронту тріщини, залежно від геометрії та схеми навантаження тіла. Відома велика кількість розв'язків для циліндричних тіл, навантажених за схемою чистого згину (рис. 1, а) проте значна кількість тіл навантажується розподіленням навантаженням (рис. 1, б), для яких відсутні розв'язки оцінки КІН. Для забезпечення точності визначення КІН необхідно враховувати просторовий розподіл напружень і деформацій.

**Викладення основного матеріалу.** В цій праці визначено КІН в товстостінному циліндрі із поверхневою півеліптичною тріщиною, навантаженому зовнішнім рівномірним розподіленням навантаженням. Розглянута задача має значне прикладне значення, оскільки за такою схемою навантажування працюють важливі деталі металургійного обладнання – ролика машин безперервного лиття заготовок. За розподілений по поверхні ролик навантаження виступає вага слябової заготовки [4]. Прогнозування залишкового ресурсу цих конструкцій із тріщиною вимагає коректної оцінки КІН, із найбільш повним урахуванням реальної схеми навантаження.

В роботі розглядали товстостінний пустотілий циліндр, з поверхневою напівеліптичною тріщиною в центральній частині конструкції (рис. 1, 2), яка виникає в місці дії максимального згинального моменту.

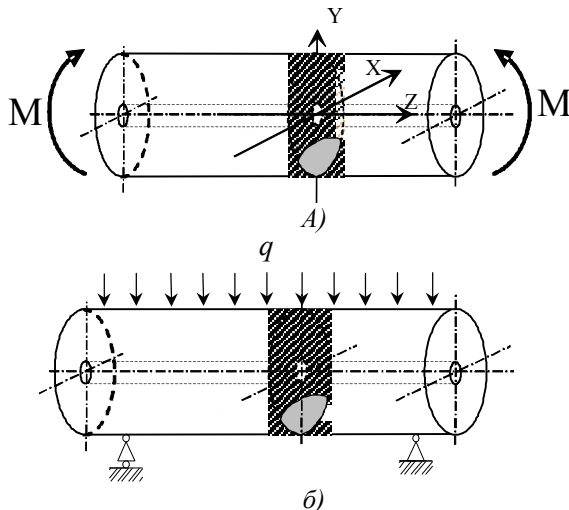


Рис. 1. Схеми навантажування товстостінного циліндра з тріщиною:

а) – чистий згин;

б) – рівномірно розподілене навантаження

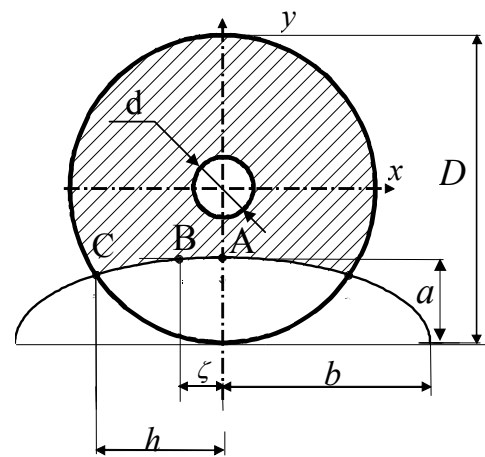


Рис. 2. Геометрія тріщини

Напрямок розтріскування приймали нормальним до повздовжньої осі ролика. Геометрію круглого центрального перерізу з напівеліптичною тріщиною подано на рис. 2. В роботі порівнювали результати оцінки НДС товстостінного циліндра із напівеліптичною тріщиною навантаженого «чистим» згином, із схемою навантаження рівномірно розподіленням зусиллям на основі приведення їх до однакових

напружень на критичній ділянці (рис. 1). Це дозволило оцінити та співставити одержані результати, із даними відомих методів обчислення КІН [5].

Статичний розрахунок виконували у пружній геометрично-лінійній постановці за умов плоского згину та гіпотези плоских перерізів. З метою знаходження діапазону напружень, діючих в конструкції, розрахунок сил та моментів проведено за двома схемами, приведеними на рисунку 3.

**Силовa схема навантажування циліндра.** КІН напівеліптичної поверхневої тріщини в товстостінному циліндрі, навантаженому розподіленим зусиллям визначали, на основі приведення його до еквівалентної схеми «чистого» згину (рис. 1б). Статичний розрахунок виконано у пружній геометрично-лінійній постановці за умов плоского згину та гіпотези плоских перерізів. Для знаходження діапазону напружень, діючих в циліндрі, зусилля та моменти розраховували за двома приведеними перерізами (Рис.2).

Довжину циліндра приймали 1,9 м (рис. 3, а). Розподілене навантаження  $q = 365$  КН, що відповідає експлуатаційному навантаженню на ролик МБЛЗ під час усталеного лиття. Розглянуто задачі про стійкість балки постійного перерізу навантаженої розподіленим навантаженням та схемою «чистого» згину (рис. 3, б). Обидві схеми приведені до еквівалентного максимального згинального моменту та еквівалентних напружень, що діють в критичному перерізі. Такий підхід дає змогу визначити обидві схеми навантаження як еквівалентні. Побудовано епюри сил та моментів для зосередженої сили та еквівалентних моментів (рис. 3).

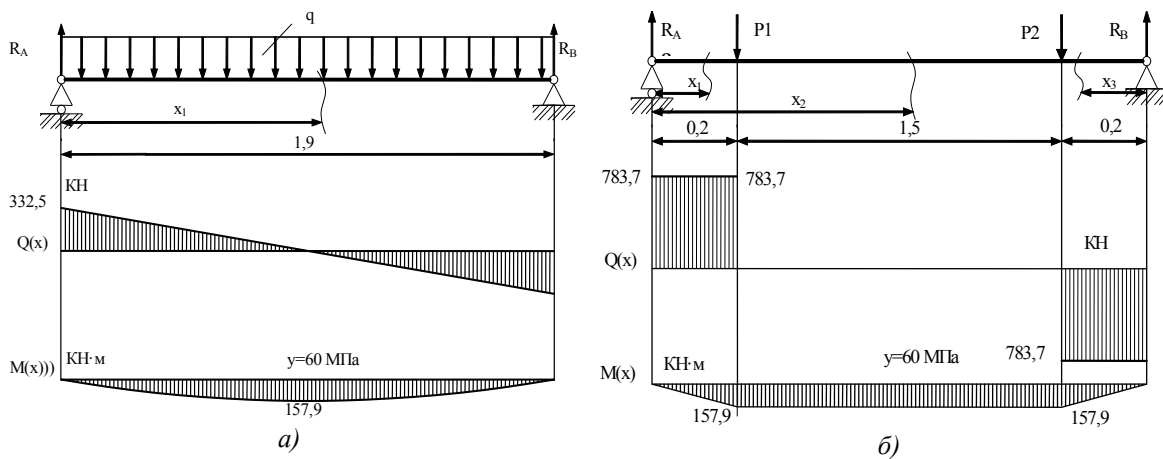


Рис. 3. Схема навантажування та епюри сил і моментів навантаженого циліндра:  
а) – рівномірно розподіленим зусиллям; б) – чистим згином

Попри те, що схеми приведені до однакових напружень у критичному перерізі, схеми дії сил відрізняються, що свідчить про наближеність використаних підходів та можливість їх застосування лише для початкового етапу аналізу НДС конструкції. З метою порівняння значень діючих напружень в циліндрі розрахованих методами опору матеріалів та МСЕ було побудовано епюри розподілу стискальних та розтягуючих напружень на його поверхнях (рис. 4).

Очевидно, що значення напружень задовільно узгоджуються з даними обчислення методом плоских перерізів за схемою, поданою на рис. 3, а.

Зовнішні тріщини в циліндричних конструкційних елементах, як правило, є тривимірними. Коефіцієнт стиснення форми дефекту  $a/b$  (рис. 2) приймали рівним 0,25. Відносну глибину дефекту приймали як відношення глибини дефекту  $A$  до діаметра циліндра  $D$  (рис. 2).

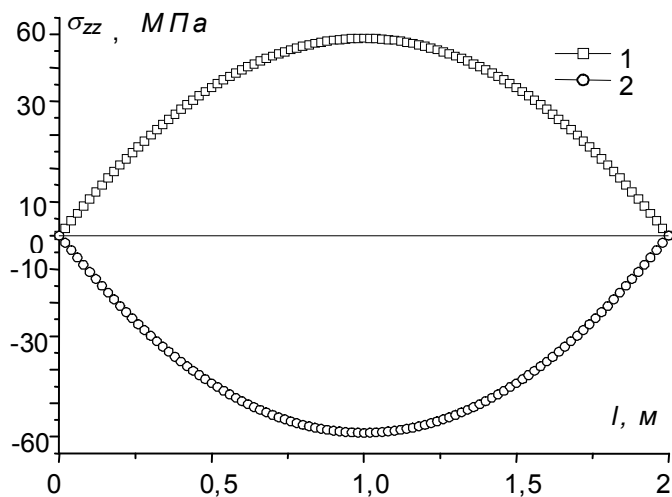


Рис. 4. Розподіл напружень  $\sigma_{zz}$  на верхній (2) та нижній (1) поверхнях циліндра при навантаженні за схемою (рис. 3, а)

Тріщину у всіх точках фронту вважали безперервною із ідеалізованою напівеліптичною формою, хоча це припущення не виконується в кутових точках тріщини, де фронт перетинається вільною поверхнею тіла, що приводить до перерозподілу напружень [5, 6]. Для кутових точок характерна сингулярність напружень, що не дозволяє точно оцінити напружено-деформований стан. Проте цей ефект обмежується лише незначним оточенням навколо кутових точок фронту тріщини, в яких НДС може бути обчислено наближено. При визначенні розподілу КІН вздовж фронту тріщини використовували нормалізовані координати  $X_b$  (рис. 2) [5].

$$X_b = \zeta/h, \tag{1}$$

де  $\zeta$  і  $h$  – відповідно біжуче та максимальне значення точки  $B$  по осі абсцис.

**Моделювання МСЕ.** Товстостінний порожнинний циліндр моделювали з урахуванням умов симетрії у площинах  $X$ - $Y$  та  $Y$ - $Z$ . Таким чином, для розрахунків МСЕ використовували лише чверть циліндра (рис. 5). На площину перерізу  $Y$ - $Z$  накладали обмеження по переміщенню у напрямку осі  $X$ , а на площину росту тріщини  $X$ - $Y$  – у напрямку осі  $Z$ . Зовнішню площину  $X$ - $Y$  (торець циліндра) обмежували по переміщенню у напрямку осі  $Y$ , що моделює шарнірну опору торця циліндра. Площину, яка моделює берег тріщини по переміщеннях, не обмежували.

Зовнішній діаметр циліндра приймали рівним  $D = 0,32$  м, внутрішній  $d = 0,08$  м, половину довжини циліндра  $l = 1$  м. Для автоматизованої розбивки об’ємної моделі на скінченні елементи використовували елемент SOLID186 (ANSYS inc., v.11), який налічує 20 вузлів, може мати будь-яку просторову орієнтацію і придатний для моделювання нерегулярних геометрій. Матеріал циліндра вважали ізотропним та пружним ( $E = 2,05 \cdot 10^5$  МПа), коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ .

МСЕ обчислювали значення КІН для 5 точок вздовж фронту тріщин  $\zeta = 0,05 \dots 0,20$  як функцію переміщень берегів тріщини [6]:

$$K_{I,II,III} = \frac{2G}{(1+k)} \left( \frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{1}{2}} U_{(y,x,z)}, \tag{2}$$

при  $k = \begin{cases} 3-\nu/(1-\nu) \\ 3-4\nu \end{cases}$  для плоского напруженого стану та плоскої деформації відповідно;  $G$  – модуль пружності другого роду;  $U_x, U_y, U_z$  – переміщення берегів тріщини в напрямку осі  $X, Y, Z$  відповідно (рис. 5).

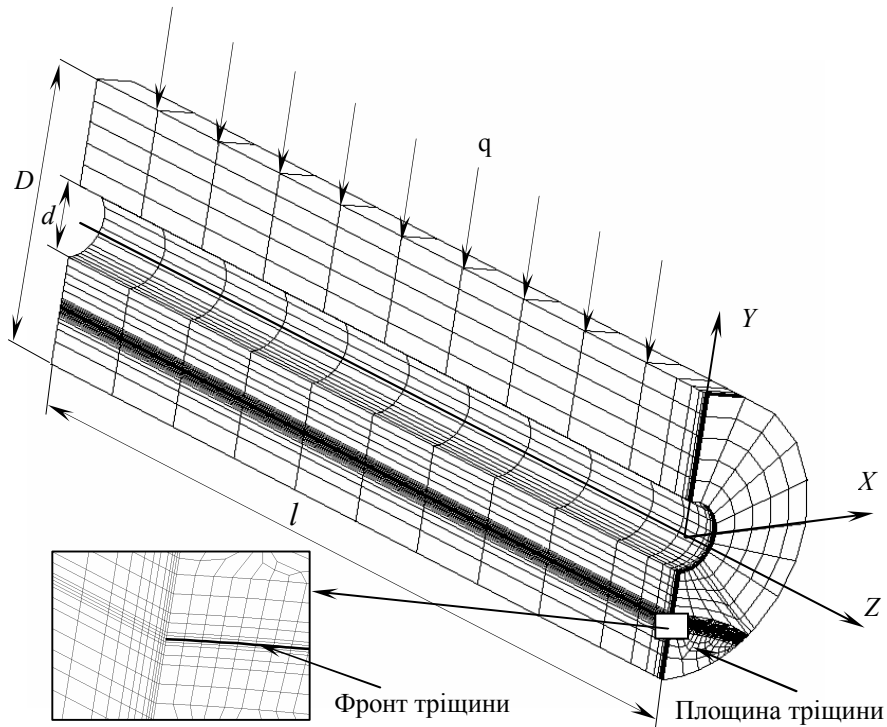


Рис. 5. Скінченно-елементна 3D модель товстостінного циліндра з напівеліптичною тріщиною

Скінченно-елементну сітку у вістрі тріщини згущували. Віддаль між найближчими вузлами сітки у вістрі тріщини в напрямку її поширення рівна 125 мкм, що становить приблизно половину усередненого розміру зерна сталі 25Х1М1Ф, яка традиційно використовується для виготовлення роликів.

Наведено дані оцінки КІН у безрозмірних координатах ( $K/\sigma_{zz}\sqrt{\pi a} - a/D$ ) для тріщини різної глибини (рис. 6).

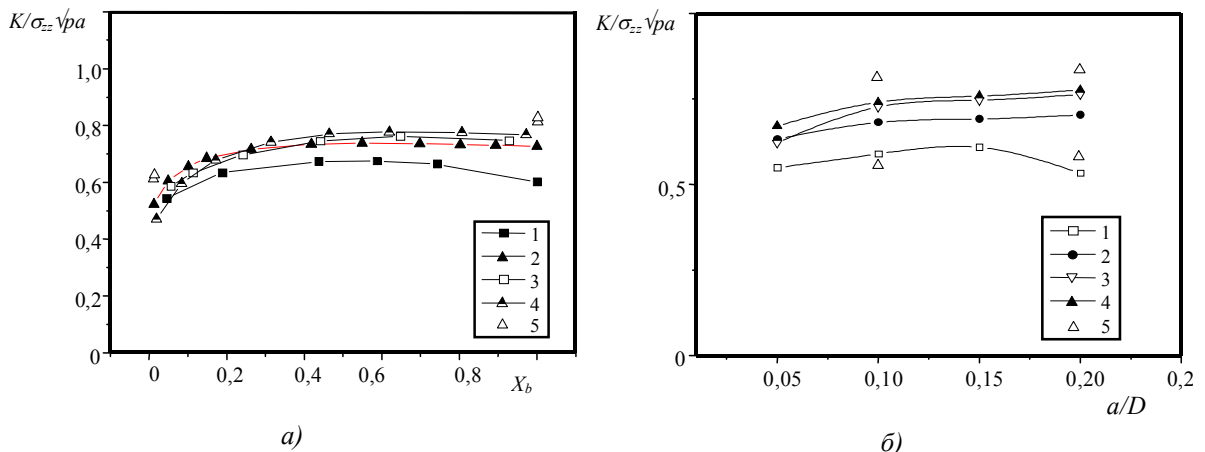


Рис. 6. Залежність нормалізованих КІН товстостінного циліндра з поверхневою напівеліптичною тріщиною від параметра  $X_b - a$ ,

де  $1 - a/D = 0,05$ ;  $2 - a/D = 0,1$ ;  $3 - a/D = 0,15$ ;  $4 - a/D = 0,20$  та від відносної глибини тріщини - б,  $1 - X_b = 0,05$ ;  $2 - X_b = 0,20$ ;  $3 - X_b = 0,60$ ;  $4 - X_b = 0,93$

Результати проведених розрахунків порівнювалися з відомими розв'язками для суцільних (без порожнини) циліндрів, навантажених чистим згином з напівеліптичними дефектами. Співставлено результати обчислення функції  $K_I/\sigma_{zz}\sqrt{\pi a}$  у вершині тріщини з даними А. Сarpinteri для схеми навантаження чистим згином (табл.).

Таблиця

Порівняння розрахункової функції  $K_I / \sigma_{zz} \sqrt{\pi a}$  (для т.А  $\zeta = 0,95$ ), т.С ( $\zeta = 0,05$ ), напівеліптичної тріщини з літературними даними [7]

Дані	Точки	$\xi = a/D$			
		0,05	0,1	0,15	0,2
Чистий згин [8]	А	-	0,81	0,82	0,83
	С	-	0,60	0,61	0,62
МСЕ (розподілене навантаження)	А	0,622	0,73	0,746	0,76
	С	0,549	0,59	0,608	0,53
Відносне відхилення, %	А	-	8,0	7,4	7,0
	С	-	1,0	0,2	9,0

Виявлено, що значення функції  $K_I / \sigma_{zz} \sqrt{\pi a}$  для схеми навантаження циліндра рівномірно-розподіленим навантаженням відрізняються від даних для схеми навантаження “чистим згином” на 0,2...9,0 %. Схема прикладання зусилля обумовлює зміну значення КІН, й перехід від однієї схеми навантажування до еквівалентної потребує введення додаткових обмежень. Хоча для порівняння значень КІН схеми навантажування розглядалися за однакових напружень, проте схеми навантажування відрізняються (рис. 2). Це очевидно привело до відмінностей в значенні переміщень  $U_{(y,x,z)}$  у вершині тріщини розглянутих циліндрів.

**Висновки.** МСЕ оцінено розподіл КІН вздовж фронту напівеліптичної тріщини та згину товстостінного циліндра (ролика МБЛЗ) рівномірним розподіленним поверхневим навантаженням. Проведені порівняння отриманих результатів з даними інших дослідників за подібними схемами показали, що неврахування характеру прикладеного навантаження впливає на величину поправочної функції для КІН.

Виявлено, що схема навантаження розподіленним зусиллям приводить до зменшення значення переміщень  $U_{(y,x,z)}$  у вершині тріщини, а відповідно й до зниження значення КІН за однакових значень згинальних моментів, діючих у аналізованому перерізі.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Lin X.B., Smith R.A.* Shape growth simulation of surface cracks in tension fatigued round bars // International Journal of Mech. Sc. – 1998. – Vol. 40. – Pp. 405–419.
2. *Raju I.S., Newman J.C.* Stress intensity factors for circumferential surface cracks in pipes and rods // Fract. Mech. – Vol. 17. – ASTM STP 905. – Pp. 789–805.
3. *Саврук М.П.* Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.
4. *Баранов Г.Л., Гостев А.А., Денисов Ю.В.* Расчет и исследование роликового аппарата зоны вторичного охлаждения МНЛЗ. – 1993. – Магнитогорск. – МПП. – 110 с.
5. *Carpinteri A.* Elliptical-arc surface cracks in round bars // Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. – 1992. – Vol. 15. – P. 1141–1153.
6. *Carpinteri A., Brighenti R., Spagnoli A.* Surface flaws in cylindrical shafts under rotary bending // Fatigue Fract. Mater. Struct. – 1998. – Vol. 21. – P. 1027–1035.
7. *Shahani A.R., Habibi S.E.* Stress intensity factors in hollow cylinder containing a circumferential semi-elliptical crack subjected to combined loading // International Journal of Fatigue. – 2007. – Vol. 29. – P. 128–140.
8. *Carpinteri A.* Handbook of fatigue crack propagation in metallic structures. – 1994. – Elsevier Science B.V. – Amsterdam. – The Netherlands. – P. 653–705.

ПИНДУС Юрій Іванович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації технологічних процесів та виробництва Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

- механіка руйнування;
- моделювання методом скінченних елементів.

Тел.: 8(0352) 25-24-77.

МАРУЩАК Павло Орестович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації технологічних процесів та виробництв Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

- механіка руйнування;
- довговічність металургійного обладнання.

Тел.: 8(0352) 25-35-09.

E-mail: [Maruschak@tu.edu.te.ua](mailto:Maruschak@tu.edu.te.ua)

БІЩАК Роман Теодорович – молодший науковий співробітник кафедри матеріалознавства Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

- механіка руйнування.

Тел.: 8(0352) 25-35-09.

ЯСНІЙ Олег Петрович – асистент кафедри математичних методів в інженерії Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

- механіка руйнування;
- прогнозування залишкового ресурсу конструкцій.

Тел.: 8(0352) 52-66-13.

Подано 06.05.2008

**Пиндус Ю.І., Марущак П.О., Бищак Р.Т., Ясний О.П.** Оцінка розподілу кін по фронту поверхневої напівеліптичної тріщини у товстостінному циліндрі

**Пындус Ю.И., Марущак П.О., Бищак Р.Т., Ясний О.П.** Оценка распределения кин по фронту поверхностной полуэллиптической трещины в толстостенном цилиндре

**Pyndus Yu., Maruschak P., Bishchak R., Yasniy O.** Estimation the distributing of sif on front of surface semielliptic crack in the thick-walled cylinder

УДК 670.191.33

**Оценка распределения кин по фронту поверхностной полуэллиптической трещины в толстостенном цилиндре / Ю.И. Пындус, П.О. Марущак, Р.Т. Бищак, О.П. Ясний**

Методом конечных элементов рассчитан КИН вдоль фронта полуэллиптической трещины при нагружении толстостенного цилиндра (ролика МНЛЗ) равномерной распределенной поверхностным нагрузкой.

УДК670.191.33

**Estimation the distributing of sif on front of surface semielliptic crack in the thick-walled cylinder / Yu. Pyndus, P. Maruschak, R. Bishchak, O. Yasniy**

The method of eventual elements is expect SIF along front of semielliptic crack for loading of the thick wall cylinder (roll of CCM) by the distributed surface loading.