

УДК: 621.9.06

В.Б. Струтинський, д.т.н., проф.
Національний технічний університет України „КПІ”
В.Є. Юмашев, к.т.н., доц.
Житомирський державний технологічний університет

ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТА КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ВЕРСТАТА-ГЕКСАПОДА

У статті розроблена методика оцінки геометричних та кінематичних параметрів, яка базується на розв'язанні оберненої задачі кінематики верстата-гексапода, що дозволяє виконати кількісний аналіз кінематики для заданих формуютьорюючих рухів верстата. Представлено результати дослідження 3D моделі верстата-гексапода.

Постановка проблеми. Розробка та дослідження технологічних машин, побудованих на основі механізмів із паралельними кінематичними зв'язками, являє собою актуальну наукову проблему. Її практичне значення полягає в можливості створення машин низької матеріалоємності із широкими функціональними можливостями.

Металообробне обладнання на основі просторових механізмів із паралельними зв'язками відзначається високою продуктивністю, низькою матеріалоємністю та енергоємністю [1]. Перспективним типом металообробного верстата є верстат-гексапод, що має шість штанг змінної довжини [2].

В літературних джерелах наведена значна кількість розробок з конструктивного вдосконалення верстатів-гексаподів, дослідження показників їх статичної та динамічної точності [3, 4]. Останні дослідження, результати яких наведено в публікаціях, включають визначення кінематичних і динамічних параметрів верстата, знаходження жорсткісних характеристик, загальних показників точності обробки.

Верстат з паралельною кінематикою є новим і перспективним металообробним обладнанням. Воно має високу продуктивність і широкі функціональні можливості [1, 2]. Дослідження особливостей обробки деталей на верстатах паралельної кінематики являє собою важливу науково-технічну проблему [3].

В останніх дослідженнях і публікаціях багато уваги приділено питанням формоутворення поверхонь деталей на верстатах такого типу [4, 5]. В основному в загальному вигляді розглядаються пряма і зворотна задачі кінематики для випадків обробки типових поверхонь (площини, циліндра тощо). При цьому не враховується специфіка просторового руху шпинделя верстата з паралельною кінематикою. Цим таке обладнання відрізняється від традиційного.

Ціль дослідження. В даній статті розроблено метод аналізу кінематичних особливостей роботи верстата паралельної кінематики, який враховує специфіку формоутворення оброблюваних поверхонь на верстатах даного типу. Наведено розроблений авторами метод визначення положення штанг верстата-гексапода. Метод апробовано на прикладі дослідження макетного зразка верстата-гексапода.

Основна частина. В процесі обробки деталі на верстаті паралельної кінематики інструмент рухається по складній траєкторії, змінюючи при цьому своє поперечно-кутове положення. Прийmemo деяку центральну точку інструмента "р" як полюса і, відповідно, закон руху інструмента буде описано траєкторією переміщення полюса та поточними значеннями деякої системи кутів Ейлера, що визначають кутове положення інструмента в кожній точці траєкторії.

Випадкове положення інструмента визначено у вигляді вектора, що має шість компонентів. Три із них являють собою координати центра інструмента, а три – кутові величини (набір кутів Ейлера). Відповідно положення деякої точки і характеризується вектором, визначеним в просторі 6-ти вимірів.

Застосування вектора має певну незручність, викликану різномірністю його компонентів. Тому доцільно використати модифікований вектор, який відрізняється від наведеного переводом кутових величин в лінійні. Тоді вектор параметрів, що визначає положення інструмента, запишеться у вигляді:

$$X_e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ m_\psi \psi \\ m_\theta \theta \\ m_\varphi \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

де m_ψ , m_θ , m_φ – відповідно вибрані масштабні множники, що мають розмірність координат.

В загальному випадку вектор, що визначає положення інструмента, запишеться у вигляді

$$X_1 = [x_i], \quad i = 1, 2, \dots, 6.$$

де x_i – відповідний компонент вектора.

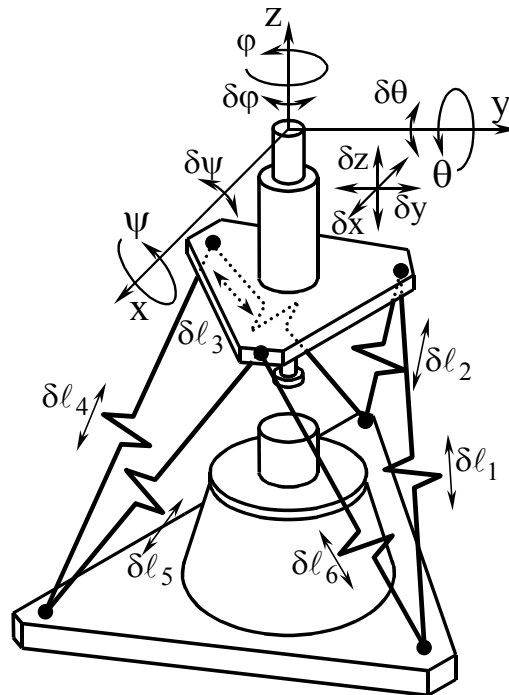


Рис. 1. Зміни положення інструмента внаслідок випадкових змін довжини штанг

Згідно з розв’язаною раніше зворотною задачею кінематики [5] компоненти даного вектора є вхідними параметрами системи. Вони визначені у вигляді незалежних функцій часу t :

$$X_i = x_i(t).$$

В результаті розв’язання зворотної задачі кінематики знайдено в числовому вигляді набір l -координат, що відповідають вектору вхідних параметрів. Вектор вхідних параметрів визначений своїми компонентами, які є деякими функціями часу.

Прийнято, що координати осі шпинделя верстата $x = p_1, y = p_2, z = p_3$ змінюються за законом, визначеному залежностями:

$$\begin{aligned} amp(t) &:= 0.01 + 0.02 \cdot \frac{t}{2\pi}; \\ p1(t) &:= amp(t) \cdot \cos(t); \\ p2(t) &:= amp(t) \cdot \sin(t); \\ p3(t) &:= 0.01 + 0.01 \cdot \frac{t^2}{4\pi^2}. \end{aligned} \tag{2}$$

Закони зміни кутів Ейлера прийнято гармонічними. Зміна компонентів вектора в часі наведена на рис. 2.

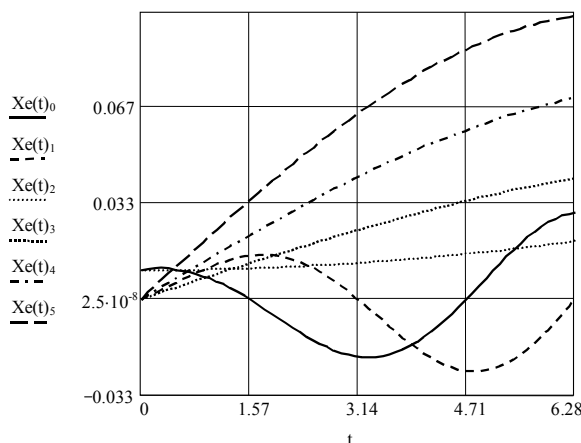


Рис. 2. Значення вектора вхідних параметрів у функції часу, що відповідають прийнятому закону зміни положення інструмента

Одержаний в результаті розв’язання оберненої задачі кінематики вектор ℓ -координат подано у вигляді $L = (\ell_j)$, $j = 1, 2, \dots, 6$.

Компоненти вектора обчислені як функція часу (рис. 3).

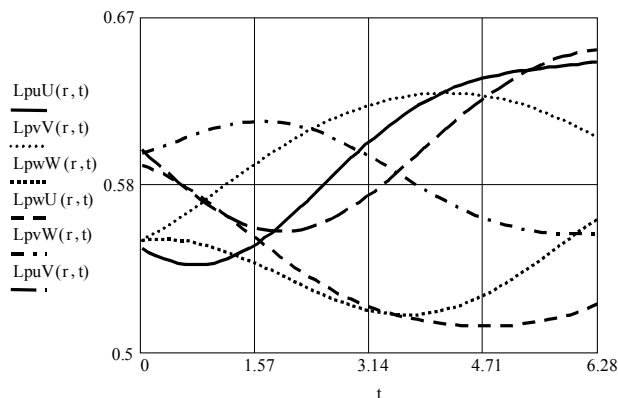


Рис. 3. Компоненти вектора ℓ -координат обчислені згідно з розробленою методикою і подані у вигляді функції часу

Вектор ℓ -координат є функціонально залежним від вектора вхідних параметрів. Дана залежність є нелінійною і в загальному випадку записується у вигляді:

$$L = F(X),$$

де $F(X)$ – вектор, компоненти якого в загальному вигляді описують залежності ℓ -координат від компонентів вектора вхідних параметрів та часу:

$$F(X) = [\ell_j([x_i], t)], \quad j = 1, 2, \dots, 6.$$

Визначимо взаємозв’язок між нескінченно малими змінами x -координат і ℓ -координат. Кожний із компонентів вектора ℓ -координат являє собою функцію 6-ти змінних, що являють собою x -координати. За правилом диференціювання функції кількох змінних знайдемо:

$$[d\ell_j] = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \ell_j}{\partial x_i} \cdot dx_i, \quad j = 1, 2, \dots, 6,$$

де $d\ell_j$ – диференціал j -ї ℓ -координати.

Всі величини, які входять в дану залежність, допускають безпосереднє обчислення.

Запишемо дану рівність в матрично-векторному вигляді:

$$dL = MdX,$$

де матриця M своїми компонентами має частинні похідні відповідних ℓ -координат по x -координатах:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} \end{bmatrix}, \quad m_{ji} = \frac{\partial \ell_i}{\partial x_j}. \quad (3)$$

Компоненти матриці є функціями часу і визначаються в результаті розв’язання оберненої задачі кінематики.

Якщо при розв’язанні задачі всі вхідні параметри задані функціями часу t , то компоненти матриці знаходяться як

$$m_{ji} = \frac{\partial \ell_i}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial x_j} = \frac{\partial \ell_i}{\partial t} / \frac{\partial x_j}{\partial t}.$$

В процесі обчислень можливі випадки сингулярності, обумовлені появою компонентів матриці $m_{ji} = 0$ або $m_{ji} = \infty$. Однією із причин цього явища може бути умова:

$$\frac{\partial x_j}{\partial t} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \text{ або } \frac{\partial \ell_i}{\partial t} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}.$$

Ці окремі випадки повинні бути проаналізовані в процесі розв’язання прямої задачі кінематики. Для прийнятого закону зміни в часі компонентів вектора вхідних параметрів знайдені частинні похідні ℓ -координат в часі. Результати розрахунку похідних наведені на рис. 4.

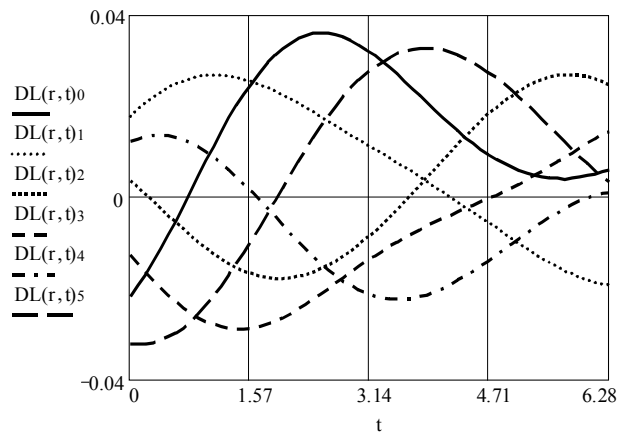


Рис. 4. Розрахункові значення похідних компонент вектора ℓ -координат

Із аналізу наведених графіків випливає, що похідні ℓ -координат для даного випадку є гладкими неперервними обмеженими функціями. Тому випадки сингулярності, в яких $\frac{\partial \ell_i}{\partial t} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}$ виключаються.

Аналогічно обчислені похідні компоненти вектора вхідних параметрів (рис. 5).

Компоненти вектора вхідних параметрів $\frac{\partial x_i}{\partial t}$ можуть набувати нульових значень. Відповідно обернена величина $1 / \frac{\partial x_i}{\partial t}$ в цих точках прямує до нескінченності (рис. 6).

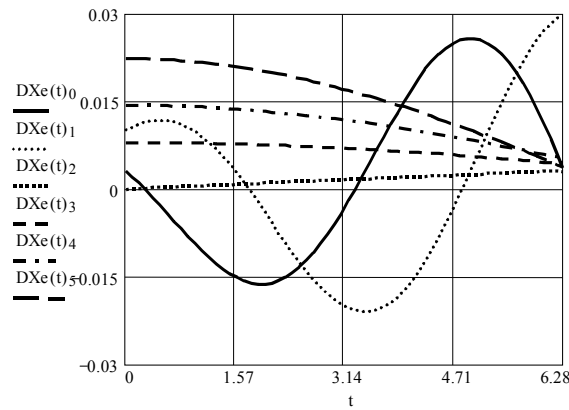


Рис. 5. Результати обчислення швидкості зміни компонент вектора вхідних параметрів

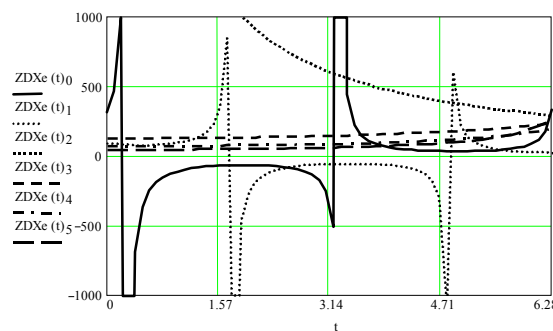


Рис. 6. Результати розрахунку обернених значень швидкостей зміни компонент вектора вхідних параметрів

На першому етапі аналізу обмежимося розглядом випадків відсутності нескінченних значень компонент матриці M . Це має місце для деяких інтервалів часу, зокрема в колі точки $t = 2,8$ с.

Для даного значення часу обчислено компоненти матриці M :

$$M = \begin{pmatrix} -3.761 & -2.096 & 2.475 & 4.889 & 2.849 & 1.941 \\ -1.584 & -0.883 & 10.424 & 2.059 & 1.2 & 0.818 \\ 1.375 & 0.766 & -9.047 & -1.787 & -1.041 & -0.71 \\ 1.877 & 1.046 & -12.355 & -2.441 & -1.422 & -0.969 \\ 1.957 & 1.09 & -1.288 & -2.544 & -1.482 & -1.01 \\ -2.369 & -1.32 & 15.591 & 3.08 & 1.795 & 1.223 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Одержана матриця є сингулярною. Її визначник дорівнює нулю, а ранг – одиниці.

Розв'яжемо рівняння, що зв'язує диференціали x -координат і ℓ -координат. Для цього визначимо диференціал кожної x -координати як функцію 6-ти змінних ℓ -координат:

$$dx_i = \sum_{j=1}^6 \frac{\partial x_i}{\partial \ell_j} d\ell_j .$$

Зазначимо, що

$$\frac{\partial x_i}{\partial \ell_j} = \frac{\partial x_i}{\partial t} / \frac{\partial \ell_j}{\partial t} = \frac{1}{\frac{\partial \ell_j}{\partial t} / \frac{\partial x_i}{\partial t}} = \frac{1}{m_{ji}} .$$

Тобто коефіцієнти залежності визначаються через компоненти матриці M , а саме є оберненими їм. При цьому

$$dX = NdL ,$$

де N є матрицею, компоненти якої є оберненими компонентам матриці M та над якою додатково здійснена операція транспонування. Таким чином диференціал x -координати dx_i виражається через диференціали ℓ -координат згідно з формулами:

$$dx_i = \sum_{j=1}^6 n_{ji} d\ell_j,$$

де $n_{ji} = \frac{1}{m_{ji}}$.

Переходячи від диференціалів dx_i та $d\ell_j$ до кінцевих приростів відповідних величин одержимо:

$$\delta x_i = \sum_{j=1}^6 n_{ji} \delta \ell_j.$$

Матриця $N = (n_{ji})$ може мати різні значення своїх компонентів. Вони залежать від моменту часу, в яких обчислюються частинні похідні.

Компоненти матриць встановлюють зв'язок змін двох груп фізичних координат. Вони дозволяють встановити взаємозв'язок змін координат. По суті компоненти матриці N є коефіцієнтами чутливості змін x -координат з причини змін ℓ -координат. Для аналізу всієї сукупності компонентів матриць (36 параметрів) використана візуалізація матриць. Компоненти матриць зображено у вигляді стовпчастої діаграми (рис. 7).

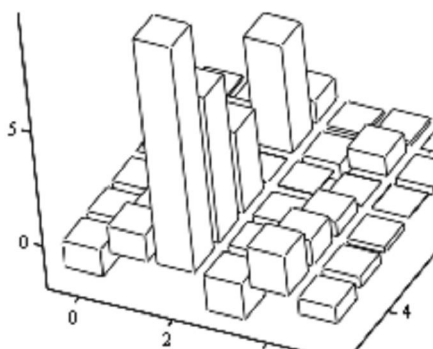


Рис. 7. Візуалізовані значення функцій чутливості для визначення зміни положення шпинделя верстата внаслідок незалежних змін ℓ -координат

Візуалізація матриці дозволяє виконати аналіз наявності сингулярних точок верстата з паралельною кінематикою.

Якщо компоненти матриці N , зокрема $n_{ji} = 0$, це значить, що будь-які зміни j -ї ℓ -координати не приведуть до зміни i -ї x -координати, тобто при кінцевому $\delta \ell_j$ буде $\delta x_i = 0$.

Якщо компонента матриці $n_{ji} \rightarrow \infty$, то будь-які зміни j -ї ℓ -координати призведуть до нескінченно великих змін x -координати. Фізично це відповідає сингулярній точці механізму паралельної структури. Ця сингулярна точка визначається лише геометричними параметрами, тобто визначає геометричну сингулярну точку.

Враховуючи зв'язок компонент матриць M і N , можна зробити висновок, що сингулярна точка має місце у випадку, коли якась із компонент матриці M $m_{ji} = 0$.

Дослідження 3D моделі гексапода. Для дослідження конструктивних параметрів гексапода й визначення робочої зони була створена 3D модель в автоматизованій системі комп'ютерного моделювання КОМПАС-3D V9 (рис. 8). На верхній рухливій платформі гексапода змонтований електродвигун. Рухлива платформа з'єднана з нерухомою нижньою шістьма телескопічними штангами, які можуть змінювати свою довжину в межах 450 мм. Максимальне висунання штанг забезпечує вертикальне переміщення верхньої платформи на довжину 430 мм. Штанги прикріплювалися до платформи за допомогою хрестоподібних шарнірів.

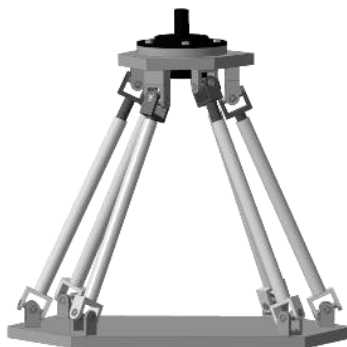


Рис. 8. 3D модель гексапода

Для визначення робочої зони гексапода використовувалася програма анімації КОМПАС-3D V9. За допомогою цієї програми була побудована траєкторія переміщення верхньої платформи із двигуном по дванадцятьох положеннях. Переміщення верхньої платформи здійснювалося паралельно нижньої. Причому, верхня платформа переміщалася при мінімальному нижньому положенні. Початок осей координат розташовано в центрі нижньої платформи. Були визначені координати траєкторії центра верхньої платформи й після обробки результатів, траєкторія була зображена графічно (рис. 9).

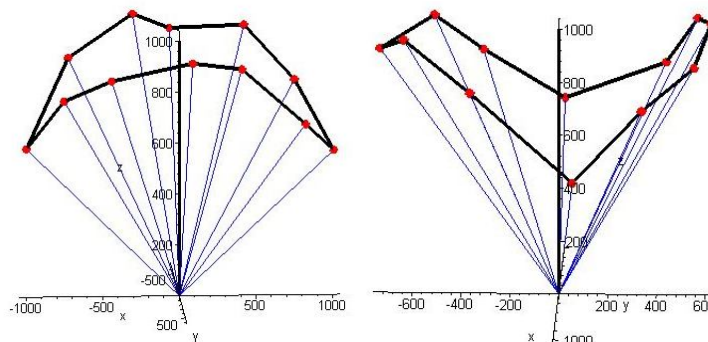


Рис. 9. Траєкторія переміщення верхньої платформи гексапода

Обробка отриманих результатів показала, що кутове переміщення верхньої платформи відбувається в межах від $\alpha_{\min} = 70^\circ$ у площині XOZ , до $\alpha_{\max} = 120^\circ$ у площині YOZ . Причому відхилення від початкового положення були симетричні в обох площинах. При похилому розташуванні верхньої платформи під кутом близько 40° до нижньої платформи робоча зона гексапода звужується (рис. 10).

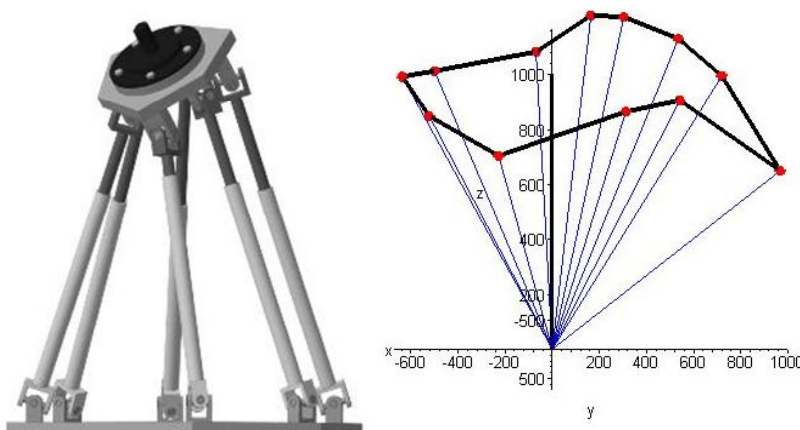


Рис. 10. Траєкторія переміщення верхньої платформи гексапода в похилому положенні

У цьому випадку мінімальне кутове переміщення склало $\alpha_{\min} = 68^\circ$, а максимальне – $\alpha_{\max} = 86^\circ$ відповідно. Відхилення щодо початкового положення стало не симетричним. Величина відхилення від початкового положення убік нахилу верхньої платформи зменшилася й склала близько 35° .

Границі робочої зони в площинах XOZ і YOZ представлені на рисунках 11 і 12.

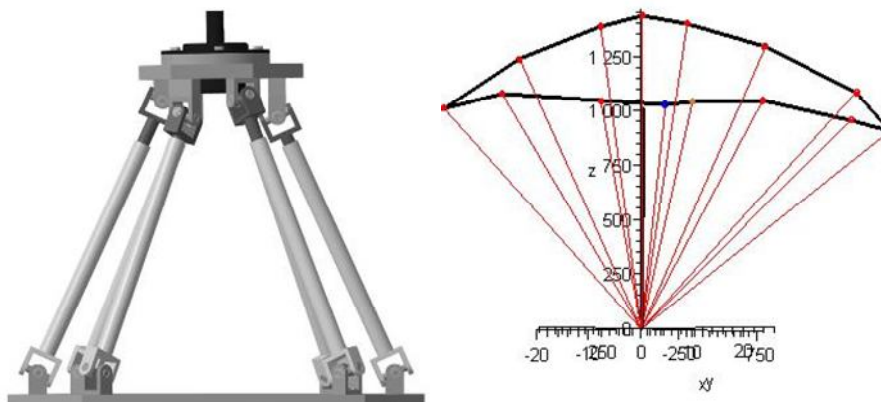


Рис. 11. Границі робочої зони гексапода в площині XOZ

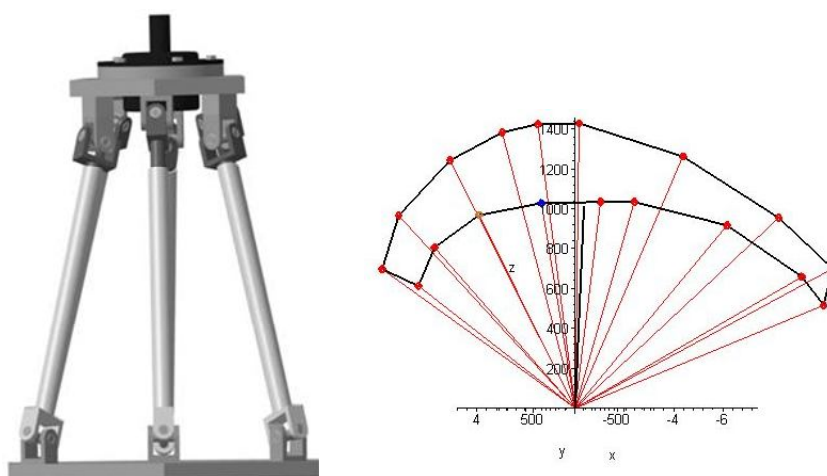


Рис. 12. Границі робочої зони гексапода в площині YOZ

Загальний вигляд робочого простору гексапода представлений на рис. 13.

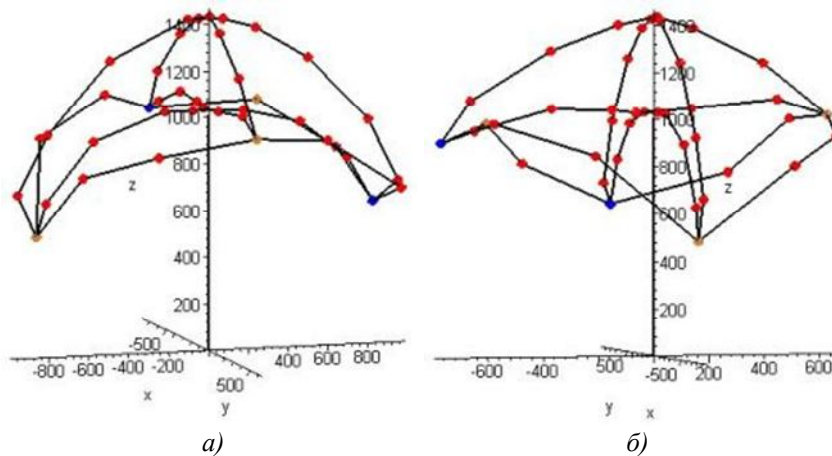


Рис. 13. Робочий простір гексапода

Аналогічним образом були побудовані траєкторії переміщення верхніх кінців штанг (рис. 13, а, б).

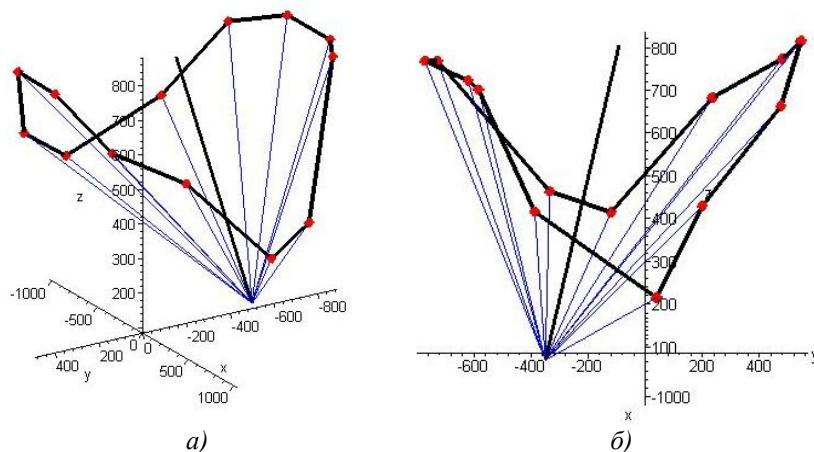


Рис. 14. Траєкторії переміщення верхніх кінців штанг

Результати вимірів показали, що кут нахилу найбільш рознесених штанг до площини нерухокої платформи (рис. 14, а) становить 65° , а інших – 67° (рис. 14, б). Траєкторія переміщення верхніх кінців штанг подібна траєкторії переміщення верхньої платформи. Але кутові відхилення істотно більші. Так, для найбільш рознесених штанг ці кути склали – $\alpha_{\min} = 80^\circ$ і $\alpha_{\max} = 130^\circ$, а для інших – $\alpha_{\min} = 90^\circ$ і $\alpha_{\max} = 105^\circ$ відповідно.

Висновки:

1. Розроблена методика оцінки геометричних та кінематичних параметрів, яка базується на розв'язанні оберненої задачі кінематики верстата-гексапода. Вона дозволяє виконати кількісний аналіз кінематики для заданих формуютьорюючих рухів верстата.

2. Застосування методика потребує аналізу особливих (сингулярних) положень кінематичних ланцюгів, які визначаються в результаті аналізу формуютьорюючих рухів. В області сингулярних положень виникають значні кінематичні похибки випадкового характеру.

3. Для строго періодичних законів руху інструмента розроблена методика визначення кінематичних характеристик, яка базується на розв'язанні оберненої задачі кінематики верстата. Методика дозволяє визначити характерні особливості роботи приводів зміни довжини штанг верстата.

4. Розроблена 3D модель гексапода, яка дозволяє проводити дослідження основних переміщень верстата-гексапода. Отримані результати дослідження 3D моделі являють собою максимально можливі граничні переміщення вузлів гексапода даної конструкції. При розробці діючої моделі ці параметри можна використати при конструюванні відповідних вузлів гексапода.

5. Як напрямок подальших досліджень рекомендується узагальнити розроблену методику опису параметрів формуютьорюючих рухів періодичними вектор-функціями на опис динамічних процесів, які мають місце у верстатах паралельної кінематики.

6. Як напрямок подальших досліджень рекомендується врахування впливу динамічних процесів на виникнення випадкових похибок положення осі шпинделя.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бушув В.В. Мехатронные системы в станках // СТИН – 1998. – № 9, 10.
2. Глазунов В.А., Колисков А.Ш., Модель Б.И., Рашоян Г.В., Чернов В.Ф. К решению прямой задачи о положениях ℓ -координатных механизмов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1991. – № 2. – С. 100–105.
3. Валявський І.А., Крижанівський В.А. Математичне моделювання положення вихідного органу ℓ -координатного механізму // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація / Збірник наук. праць. – Кіровоград: КДТУ, 2003. – Вип. 12. – С. 223–229.
4. Дименберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. – М.: Наука, 1982. – 336 с.
5. Струтинський В.Б., Верба І.І., Самі (Мох'д Амін) Мох'д Іхміш. Теоретичне обґрунтування кінематичних параметрів механізмів з паралельною кінематикою // Вестник Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт" / Машиностроение. – Вып. 45. – 2004. – С. 104–108.

СТРУТИНСЬКИЙ Василь Борисович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання верстатів та машин Національного технічного університету “КПІ”.

Наукові інтереси:

– обладнання з паралельної кінематикою.

ЮМАШЕВ Володимир Євгенович – кандидат технічних наук, доцент кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– робототехніка.

Подано 14.06.2008

Струтинський В.Б., Юмашев В.Є. Визначення геометричних та кінематичних параметрів верстата-гексапода.

Струтинский В.Б., Юмашев В.Е. Определение геометрических и кинематических параметров станка-гексапода.

Strutinskij V.B., Yumashev V.E. Definition of geometrical and kinematic parameters of the hexapod-based machine tool.

УДК: 621.9.06

Определение геометрических и кинематических параметров станка-гексапода / В.Б. Струтинский, В.Е. Юмашев

В статье разработана методика оценки геометрических и кинематических параметров, базирующаяся на решении обратной задачи кинематики станка-гексапода, которая разрешает выполнить количественный анализ кинематики для заданных формообразующих движений станка. Представлены результаты исследования 3D модели станка-гексапода.

УДК: 621.9.06

Definition of geometrical and kinematic parameters of the hexapod-based machine tool / V.B. Strutinskij, V.E. Yumashev

The methods of geometrical and kinematic parameters estimation is developed in this article. The technique is based on the solution of the inverse task of the hexapod-based machine tool kinematics, which allows executing of the quantitative analysis of kinematics for the set form building movements of the machine tools. The results of 3D model hexapod-based machine tool research are submitted.