

**І.Г. Грабар, д.т.н., проф.**  
 Житомирський державний технологічний університет  
**О.М. Безвесільна, д.т.н., проф.**  
 Національний технічний університет України "КПІ"  
**Ю.О. Кубрак, асист.**  
 Житомирський державний технологічний університет

**ПЕРКОЛЯЦІЙНИЙ ТЕНЗОПЕРЕТВОРЮВАЧ ЛІНІЙНИХ ДЕФОРМАЦІЙ  
 ТА ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЙОГО РОБОТИ**

*Запропоновано новий тензоперетворювач лінійних деформацій (ТЛД), основою для якого слугує перколяційний чутливий елемент типу "провідник-діелектрик". Наведено теоретичні принципи роботи запропонованого тензоперетворювача. Отримано математичну модель нового перколяційного ТЛД: залежності електричного опору ТЛД від типу підкладки, її деформації та типу провідникової компоненти.*

**Актуальність теми.** Одними з найбільш відомих тензоперетворювачів (ТП) лінійних деформацій, що здобули досить широке поширення при вимірюванні механічних величин, є дротяні, фольгові, плівкові, напівпровідникові тензоперетворювачі. В даний час широке застосування вони здобули не тільки для вимірювання деформацій, але також як тензоперетворювачі в системах автоматичного керування, що використовуються в різних галузях народного господарства. Дані ТП мають активну базу до 20 мм (напівпровідникові до 5 мм) і коефіцієнт відносної тензочутливості до 2,3 (напівпровідникові до 200). Розширити межі використання ТП завдяки збільшенню активної бази та чутливості, можливо шляхом використання як чутливих елементів ТП перколяційних середовищ типу "провідник-діелектрик". Дані середовища дозволяють створювати надчутливі ТП з наперед заданими параметрами для широкого використання в різноманітних галузях.

**Аналіз останніх досліджень.** Дослідженню характеристик тензоперетворювачів різних типів присвячено роботи Турічина А.М., Таланчука П.М., Агейкіна Д.Н., Грабара І.Г., Проценко С.І., Тесленко В.А., Черноуса А.М та інших. Так, в роботах Черноуса А.М. [1-2] наведено результати розробки одно- та багатошарових металевих плівок на основі хрому, кобальту, нікелю та ніобію. Автори проводять вивчення розмірної і температурної залежності опору, температурного коефіцієнта опору (ТКО), коефіцієнтів тензочутливості зазначених ТП. Значна увага приділена напівпровідниковим тензоперетворювачам, що мають дуже високі коефіцієнти тензочутливості, але їх застосування обмежується областю малих деформацій у зв'язку з їхнім низьким опором крихкому руйнуванню, вузькістю діапазону деформацій і високої чутливості опору до зміни температури [3].

Аналіз літератури та експериментальних досліджень тензоперетворювачів показує, що відомі ТП мають такі основні недоліки: недостатньо високу чутливість та недостатньо велику базу ТП. Саме запропонований перколяційний ТЛД здатний усунути недоліки, які притаманні існуючим аналогам [4].

**Виділення невирішених раніше частин проблеми.** Для обґрунтування основ роботи нового ТЛД необхідно отримати залежності електричного опору від його параметрів, а саме: деформації тензоперетворювача, виду підкладки, типу провідникової компоненти тощо.

Чутливий елемент перколяційного ТЛД складається із суміші частинок провідник-діелектрик. Дана суміш знаходиться між прокладками еластичного діелектрика (рис. 1) [5-6].

У проектуванні й розрахунках перколяційних ТЛД типу "провідник-діелектрик" важлива роль належить особливостям взаємодії між окремими мікрочастинами провідникової компоненти при невеликій кількості мікрочастинок, що дозволить промоделювати поведінку перколяційного ТЛД при дії на нього лінійних деформацій та отримати залежності електричного опору як вихідного параметра від вхідних (деформації, коефіцієнта Пуассона підкладки, провідникової компоненти). У відомій літературі немає відомостей щодо залежності електричного опору перколяційного ТЛД від вищезазначених вхідних параметрів, тому отримання такої залежності є актуальним і необхідним для побудови ТЛД.



a) b)  
Рис. 1. Загальний вигляд перколяційного ТЛД  
а) до навантаження; б) після навантаження

Метою даної статті є розробка теоретичних основ побудови нового перколяційного тензоперетворювача лінійних деформацій типу “провідник–діелектрик” та дослідження явищ зміни електропровідності на мікрорівні, в межах взаємодії двох мікрочастинок провідникової компоненти.

**Основний матеріал дослідження.** Для визначання особливостей взаємодії між електропровідними частинками перколяційного ТЛД використаємо допущення:

Припустимо, що чутливий елемент перколяційного ТЛД складається з сферичних мікрочастинок провідникової компоненти радіусом  $r \approx \text{const}$ . Мікрочастинки закріплені на деформованій підкладці з координатами центру  $O_i \{x_i, y_i\}$ . Якщо відстань між центрами двох сусідніх мікрочастинок  $O_i O_{i+1} < 2r$ , то такі частинки утворюють електропровідний кластер з коефіцієнтом перекриття  $\beta$ .

При деформації підкладки частинки не деформуються, рухаються разом з центром  $O_i$ , при цьому коефіцієнт перекриття двох сусідніх частинок  $\beta$  змінюється, як функція деформації підкладки  $\varepsilon$ .

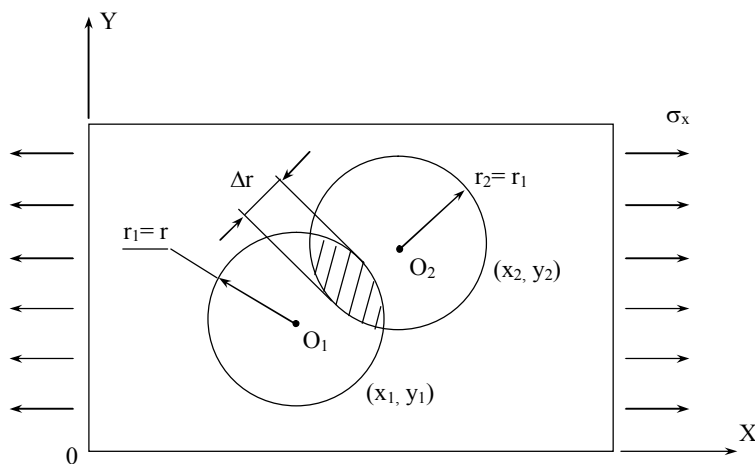


Рис. 2. Кінетика взаємодії між двома мікрочастинками

Нехай на еластичній підкладці (рис. 2) в точках  $O_1$  і  $O_2$  закріплені (приклеєні) дві сферичні мікрочастинки  $r_1 = r$  і  $r_2 = r$ .

При цьому

$$O_1 O_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} < 2r, \tag{1}$$

тобто коефіцієнт перекриття:

$$\beta = \frac{\Delta r}{r} > 0. \tag{2}$$

При деформуванні еластичної підкладки мікрочастинки  $r_1 = r_2$  переміщуються разом із своїми центрами  $O_1$  і  $O_2$ . При цьому в загальному випадку змінюється коефіцієнт перекриття  $\beta$  і електричний опір  $R_{O_1 O_2}$ . Встановимо закономірності цих змін.

Нехай підкладка знаходиться під дією одновісних розтягуючих напруг  $\sigma_x$  (рис. 2).

В заданій системі координат для  $\sigma_x = 0$ .

$$O_1(x_1, y_1) \text{ і } O_2(x_2, y_2).$$

Нехай  $\sigma_x \neq 0$ , тоді:

$$\left. \begin{aligned} x_1^1 &= x_1 + \Delta x_1 = x_1 + \frac{\sigma_x}{E} \cdot x_1 = x_1(1 + \varepsilon_x) \\ x_2^1 &= x_2 + \Delta x_2 = x_2 + \frac{\sigma_x}{E} \cdot x_2 = x_2(1 + \varepsilon_x) \end{aligned} \right\}, \tag{3}$$

де  $E$  – модуль пружності підкладки.

Аналогічно для координат  $y$ :

$$\left. \begin{aligned} y_1^1 &= y_1 + \Delta y_1 = y_1 - \frac{\mu \sigma_x}{E} \cdot y_1 = y_1 (1 + \mu \varepsilon_x) \\ y_2^1 &= y_2 + \Delta y_2 = y_2 - \frac{\mu \sigma_x}{E} \cdot y_1 = x_1 (1 + \mu \varepsilon_x) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Тоді:

$$(O_1 O_2) = \sqrt{(x_2^1 - x_1^1)^2 + (y_2^1 - y_1^1)^2}.$$

Із рис. 3 введемо заміну

$$(O_1 O_2)_0 = 2r - \Delta r = 2r - \beta \cdot r = r \cdot (2 - \beta),$$

$$x_2 - x_1 = r(2 - \beta_0) \sin \alpha,$$

$$x_2^1 - x_1^1 = (x_2 - x_1)(1 + \varepsilon_x) = r(2 - \beta_0) \cdot (1 + \varepsilon_x) \sin \alpha,$$

$$y_2 - y_1 = r(2 - \beta_0) \cos \alpha,$$

$$y_2^1 - y_1^1 = (y_2 - y_1)(1 + \mu \varepsilon_x) = r(2 - \beta_0)(1 - \mu \varepsilon_x) \cos \alpha.$$

Тоді після деформації підкладки:

$$(O_1 O_2) = \sqrt{r^2(2 - \beta_0)^2(1 + \varepsilon_x)^2 \sin^2 \alpha + r^2(2 - \beta_0)^2(1 - \mu \varepsilon_x)^2 \cos^2 \alpha} = r(2 - \beta_\varepsilon), \quad (5)$$

де  $\beta_0$  – коефіцієнт перекриття при недеформованій підкладці;

$\beta_\varepsilon$  – коефіцієнт перекриття при деформації підкладки.

Звідки можна отримати залежність зміни коефіцієнта перекриття, як функцію деформації  $\beta(\varepsilon)$ :

$$\beta_\varepsilon = 2 - (2 - \beta_0) \sqrt{(1 + \varepsilon_x)^2 \sin^2 \alpha + (1 - \mu \varepsilon_x)^2 \cos^2 \alpha}. \quad (6)$$

Дана постановка задачі дозволяє отримати залежність опору ділянки  $O_1 O_2$  для випадків, коли  $\varepsilon_x = 0$  і  $\varepsilon_x \neq 0$ .

Для  $\varepsilon_x = 0$  маємо (сумістивши вісь  $X$  з відрізком  $O_1 O_2$ ):

$$dR = \rho \frac{dx}{\pi(y^2 + z^2)} = \rho \frac{dx}{\pi(r^2 - x^2)}, \quad (7)$$

де  $\rho$  – питомий опір матеріалу частинок.

Тоді

$$R_{O_1 O_2} = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{dx}{r^2 - x^2} = \frac{\rho}{\pi r} \ln \frac{4 - \beta_0}{\beta_0}. \quad (8)$$

Коли  $\varepsilon_x \neq 0$ , маємо:

$$R_{(O_1 O_2)} = \frac{\rho}{\pi r} \ln \frac{4 - \beta_\varepsilon}{\beta_\varepsilon}, \quad (9)$$

$$\beta_\varepsilon = 2 - (2 - \beta_0) \sqrt{(1 + \varepsilon_x)^2 \sin^2 \alpha + (1 - \mu \varepsilon_x)^2 \cos^2 \alpha}. \quad (10)$$

На рис. 3 наведено залежності  $R_\varepsilon$  при різних значеннях  $\beta_0$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$  і  $\varepsilon_x$ , отримані із (9), (10):

$$\bar{R} = \frac{\rho}{\pi r} \ln \frac{4 - \beta_\varepsilon}{\beta_\varepsilon},$$

або:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 (1 + \varepsilon)^2 + (y_2 - y_1)^2 (1 - \mu \varepsilon)^2}. \quad (11)$$

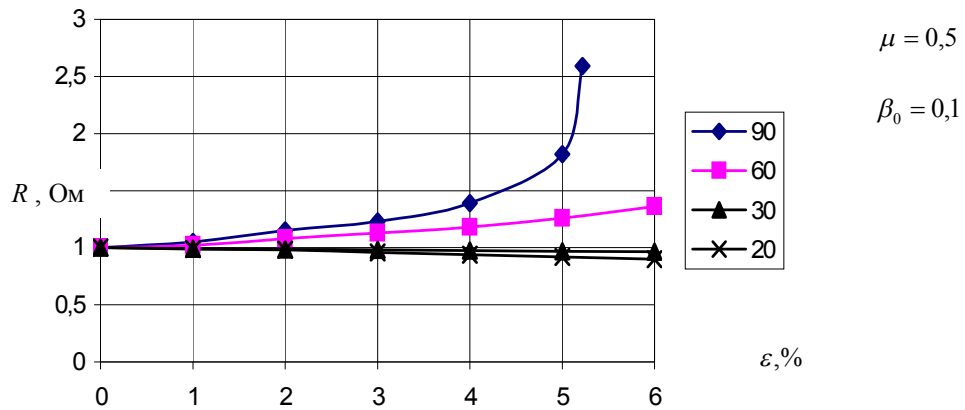


Рис. 3. Залежності  $R_\epsilon$  при різних значеннях  $\alpha$  і  $\epsilon_x$

Ввівши заміну

$$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \text{tg}\alpha_0,$$

маємо:

$$\text{tg}\alpha_0 = \sqrt{\frac{\mu(2 - \mu\epsilon)}{2 + \epsilon}}. \tag{12}$$

Таким чином, якщо  $O, O_2$  утворює з віссю  $OY$  кут  $\alpha_{0*}$  такий, що:

$$\alpha_{0*} = \text{arctg}\sqrt{\frac{\mu(2 - \mu\epsilon)}{2 + \epsilon}} \approx \text{arctg}\sqrt{\mu}, \tag{13}$$

то електричний опір  $R_{O_1O_2} \approx \text{const}$  при будь-якій деформації підкладки!

Отже для будь-яких двох мікрочастинок, що утворюють електропровідний кластер  $O_1O_2$ , тобто  $S_{01} \cap S_{02} \neq 0 | \epsilon_x = 0$ , якщо кут  $(O_1O_2, ^\wedge OY) \leq \alpha_* = \text{arctg}\sqrt{\mu \frac{2 - \mu\epsilon}{2 + \epsilon}}$ , то  $S_{01} \cap S_{02} \neq 0 | \epsilon_x \neq 0$ , тобто для будь-якої деформації підкладки  $\epsilon_x$  електропровідний кластер  $O_1O_2$  не розривається.

Отримані результати дозволяють розв'язати задачі комп'ютерного моделювання багатьох важливих для практики задач:

- а) проектування і виготовлення тензоперетворювачів з  $R_\epsilon = \text{const}$ ;
- б) проектування і виготовлення тензоперетворювачів з детерміновано розміщеними мікрочастинками з теоретично спрогнозованими  $R(\epsilon)$ ;
- в) розрахувати  $R(\epsilon)$  ланцюга  $O, O_2, O_3, O_4 \dots O_n$  зі стохастично заданими  $\alpha, \alpha_2 \dots \alpha_{n-1}$  кутами між сусідніми відрізками  $O_i O_{i+1}$ ;
- г) отримати  $R(\epsilon)$  для кількох ланцюгів  $n \cdot \epsilon$  з перетинами і без;
- д) отримати  $R(\epsilon)$  при стохастичному виборі  $(x_i, y_i)$  на площині при заданому радіусі мікрочастинки  $r$  і заданій густині (ймовірності) заповнення.

Як приклад на рис. 4, 5 наведено залежності зміни опору при деформації 0,05 у випадковому ланцюгу круглих електропровідних частинок з перетином та без перетину ( $\rho = 10; r = 0,01; \beta_0 = 0,1; \mu = 0,5$ ).

На рис. 5, а наведено загальний вигляд ланцюга до та після деформування відповідно. На рис. 5, б показано зміну опору після деформації між сусідніми частинками (до деформації опір однаковий). На рис. 5, в поступове наростання опору між першою і наступними частинками.

В середовищі MathCad було розроблено програму для моделювання ланцюгів з перетинами, на кожному кроці якої при перетині відбувається перетворення трикутник-зірка (рис. 5–6).

При розрахунку опору ланцюга з перетинами використовувалось перетворення трикутник-зірка. Так, ланцюг, що змодельовано на рис. 4, можна представити як паралельно-послідовне з'єднання провідників.

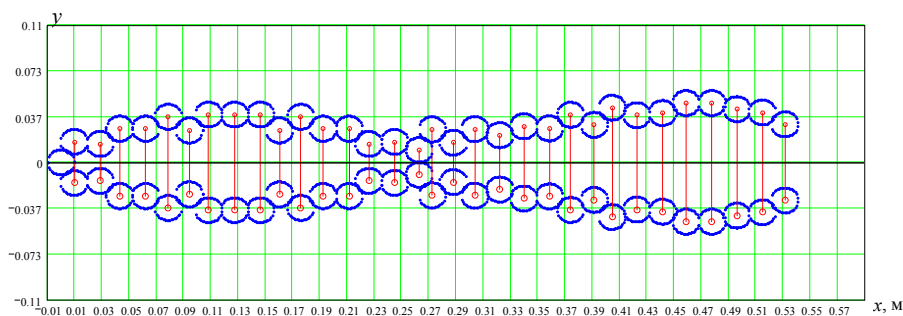


Рис. 4. Випадковий ланцюг з одним перетином

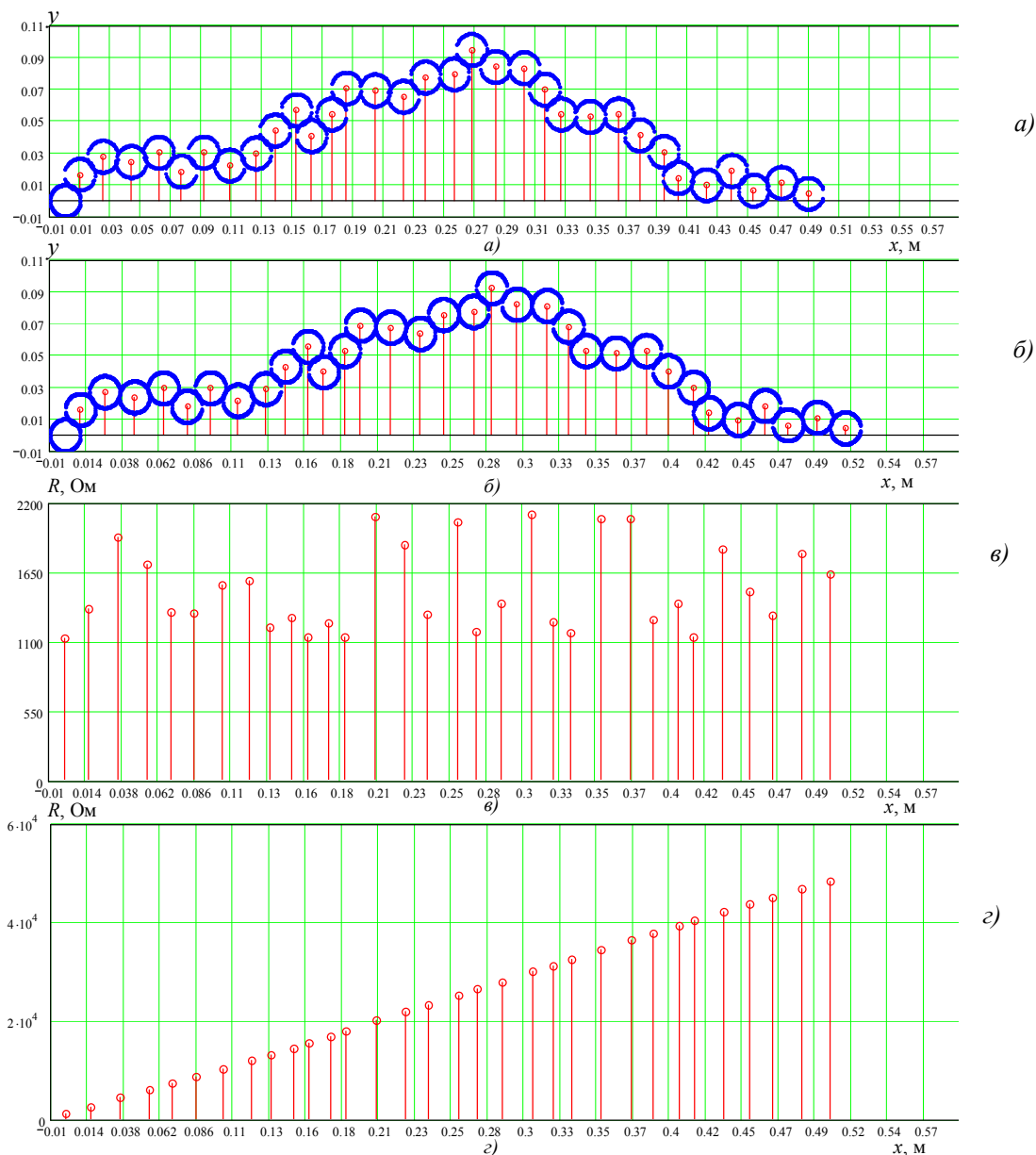


Рис. 5. Деформування випадкового ланцюга ( $\varepsilon = 0,05$ )

- а) загальний вигляд недеформованого ланцюга; б) загальний вигляд ланцюга при  $\varepsilon = 0,05$ ;
- в) значення опору між сусідніми частинками ланцюга при  $\varepsilon = 0,05$ ;
- г) сумарний опір між  $i$ -тою та 1-шою частинками ланцюга при  $\varepsilon = 0,05$ ;

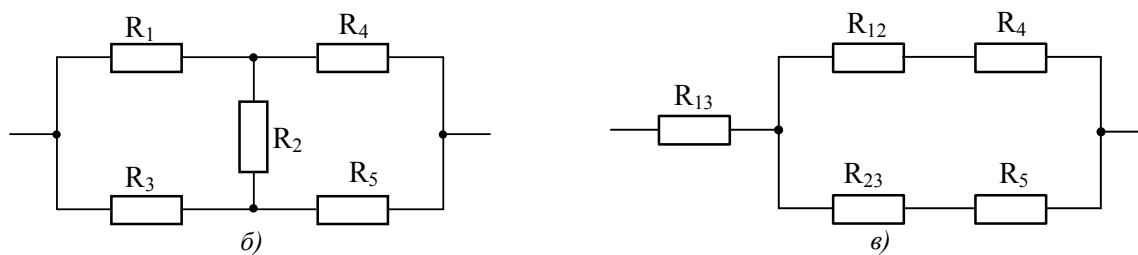


Рис. 6. Перетворення схеми трикутник–зірка відповідно до змодельованого ланцюга

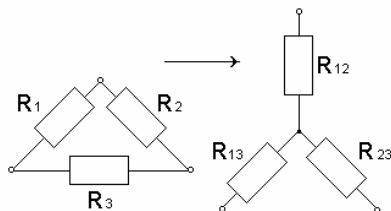


Рис. 7. Перетворення схеми трикутник–зірка

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Залежність опору випадкового ланцюга з перетином та без електропровідного ланцюга від деформації наведено на рис. 8.

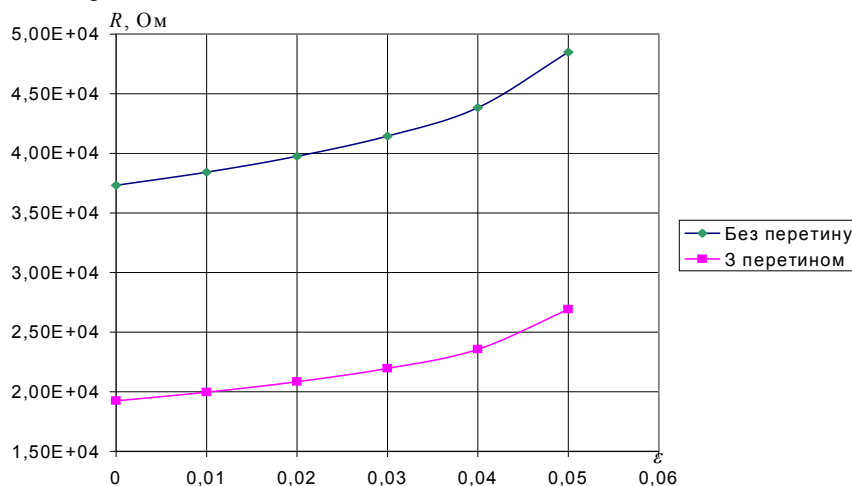


Рис. 8. Значення максимальних опорів при деформуванні різних видів ланцюгів

При більших значеннях деформації ланцюг розривається. Отже залежності (9) і (10) дають змогу змодельовати поведінку ланцюга, що складається з елементарних провідникових часток, що дозволяє проектувати перколяційні ТЛД з наперед заданими параметрами, використовуючи детермінований підхід.

**Висновки:** отримано математичну модель нового перколяційного ТЛД, що дозволяє встановити залежність електричного опору ТЛД від коефіцієнта перекриття електропровідних частинок  $\beta_0$ , кута перекриття  $\alpha$ , коефіцієнта Пуассона підкладки  $\mu$  і деформації  $\varepsilon_x$ .

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Грабар І.Г., Грабар О.І., Гутніченко О.А., Кубрак Ю.О. Перколяційні матеріали: властивості, технології, застосування: Монографія. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 354 с.
2. Кубрак Ю.О., Грабар І.Г., Безвесільна О.М. Основи побудови перколяційних тензоперетворювачів лінійних деформацій // Східно-Європейський журнал передових технологій. Прикладна фізика і матеріалознавство. – 2008. – № 4/4 (34). – С. 52–55.
3. Технические измерения: учебное пособие / Е.Н. Кузнецов. – М-во образования и науки Рос. Федерации; Федер. агентство по образованию; Пензен. гос. ун-т. – Пенза: ИИЦ ПГУ, 2005.
4. Проценко С.І., Черноус А.М. Дослідження і прогнозування тензорезисторних властивостей плівкових систем на основі Cr, Cu, Sc. // Металлофізика. Новейшие технологии. – 2003. – Т. 25. – № 5. – С. 587–601.

5. *Chornous A.M., Opanasyuk N.M., Pogrebnjak A.D., Protsenko I.Yu.* Experimental test of a three-dimensional model for electrophysical properties of metal films // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2000. – V. 39. – Part 2. – № 123. – Pp. L1320–L1323.
6. Патент України № 39401А від 15.06.2001 р., Бюл. № 5.
7. Патент України № 73063А від 16.05.2005 р., Бюл. № 5.

ГРАБАР Іван Григорович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автомобілів і механіки технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- міцність конструкцій;
- нелінійні явища та моделі;
- синергетика;
- нові технології;
- екологія.

БЕЗВЕСІЛЬНА Олена Миколаївна – доктор технічних наук, професор кафедри приладобудування ПБФ Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

- машинобудування;
- приладобудування;
- нові технології.

КУБРАК Юрій Олександрович – асистент кафедри автомобілів і механіки технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- тензометрія;
- перколяційні процеси;
- синергетика.

Подано 15.08.2008

**Грабар І.Г., Безвесільна О.М., Кубрак Ю.О.** Перколяційний тензоперетворювач лінійних деформацій та теоретичні основи його роботи

**Грабар И.Г., Безвесильная О.Н., Кубрак Ю.А.** Перколяционный тензопреобразователь линейных деформаций и теоретические основы его работы

**Grabar I.G., Bezvesilna O.M., Kubrak Y.A.** Percolation strain gauge of linear deformation and it's behavior theoretical basis

**УДК 531.983**

**Перколяционный тензопреобразователь линейных деформаций и теоретические основы его работы / И.Г. Грабар , О.Н. Безвесильная , Ю.А. Кубрак**

Предложено новый тензопреобразователь линейных деформаций (ТЛД), основой для которого служит перколяционный чувствительный элемент типа „проводник-диэлектрик”. Приведены теоретические принципы работы предложенного тензопреобразователя. Получена математическая модель нового перколяционного ТЛД: зависимости электрического сопротивления ТЛД от типа подкладки, ее деформации и типа проводниковой компоненты

**УДК 531.983**

**Percolation strain gauge of linear deformation and it's behavior theoretical basis / I.G. Grabar , O.M. Bezvesilna, Y.A. Kubrak**

New strain gauge of linear deformation (SGLD) with the basis of percolation sensitive element of “conductive-dielectric” type is offered. Theoretical principles of behavior of the offered strain gauge are given. Mathematical model of the new percolation SGLD: dependence of electrical resistance of SGLD from the substrate type, from substrate deformation and from the electroconductive component type is obtained.