

Р.В. Петросян, викл.

Житомирський державний технологічний університет

ВПОРЯДКОВУВАННЯ КАСКАДІВ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ ПРИ КАСКАДНІЙ РЕАЛІЗАЦІЇ

(Представлено д.т.н., проф. Манойловим В.П.)

Розглядається питання про послідовність розташування каскадів цифрових фільтрів для мінімізації вихідної похибки цифрових фільтрів.

Постановка проблеми. Широко поширеною формою реалізації цифрових фільтрів (ЦФ) є каскадна. У цьому випадку передатна функція необхідного ЦФ представляється як добуток декількох ЦФ більш низького порядку, наприклад, ЦФ другого порядку. Наявність ефекту квантування призводить до того, що вихідна похибка залежить від їхнього взаємного розташування. Тому виникає задача знаходження такого порядку розташування каскадів, щоб мінімізувати вихідну похибку необхідного ЦФ.

Аналіз літературних джерел. Можливість довільного розташування каскадів ЦФ призводить до неоднозначності при реалізації, при цьому кількість реалізацій залежить від кількості каскадів і складає $S!$. Питання залежності вихідної похибки ЦФ для різних форм реалізації структур докладно розглянуто у [1]. Аналіз наведеного прикладу для ЦФ, побудованого на трьох каскадах, показав, що похибка, у залежності від реалізації, змінюється у 2–3 рази, а кількість реалізацій склала 6. Однак на практиці можливі варіанти і з більш істотною відмінністю.

Одним із варіантів розв'язання поставленої задачі є перебір усіх можливих варіантів. Для аналізу даного варіанта була написана програма перебору на мові програмування C++. Результати тестування подані в табл. 1.

Таблиця 1

Кількість каскадів	Час обчислення, с	Кількість перестановок
3	0.000077	6
4	0.000357	24
5	0.00214	120
6	0.0154	720
7	0.11	5 040
8	1.04	40 320
9	11.15	362 880
10	144.78	3 628 800

Для тестування використовувалася ЕОМ на базі процесора фірми AMD Athlon XP 2000+. Слід зазначити, що для реалізації циклу використовувався убудований найбільший цілочисельний тип unsigned long, діапазон зміни котрого 0 .. 4 294 967 29 (для Borland C++ ver 3.1 for MSDOS). Кількість перестановок для 13 каскадів перевищить діапазон даного типу, що унеможливило реалізацію циклу з використанням убудованих цілочисельних типів. Для усунення даного недоліку необхідне нарощування розрядності змінної, що призведе до додаткових обчислювальних витрат. Однак у реальності в цьому немає необхідності, тому що, з огляду на тенденцію збільшення часу обчислення, можна сказати, що цей час складе для 13 каскадів більше доби. Таким чином, реально оптимальний варіант реалізації каскадної форми можливий для десятка каскадів.

Через складність знаходження оптимального розв'язку був запропонований ряд рекомендацій [2, 3] щодо знаходження квазіоптимального розв'язку.

Формулювання цілей статті. Методика знаходження оптимального розташування каскадів у розумінні мінімізації вихідної похибки ЦФ повинна забезпечити простий, надійний і не ресурсоемний розв'язок задачі. Основний шлях досягнення нашої цілі полягає в тому, щоб виконувати розгляд не всіх можливих варіантів, а здійснювати перебір відповідно до встановленого правила, тобто сформулювати критерій (функціонал), що забезпечував би досягнення цілі. Така постановка задачі дозволяє застосувати апарат теорії дослідження операцій, основу якої складають методи лінійного, нелінійного, дискретного і динамічного програмування [4, 5].

Розв'язок задачі. У загальному вигляді схему, що реалізує ЦФ у каскадній формі, можна представити наступним чином (рис. 1). Будемо вважати, що ЦФ синтезований, розкладений на каскади і

коефіцієнти ЦФ обмежені необхідною розрядністю, тому залишається визначити розташування каскадів, яке забезпечить мінімальну вихідну похибку ЦФ.

Кожний каскад характеризується вихідною похибкою квантування. Існує два основних підходи до оцінки похибок: детермінований і ймовірнісний [1, 2, 3]. У залежності від підходу буде мінімізуватися або максимально можлива похибка, або середньоквадратична похибка.

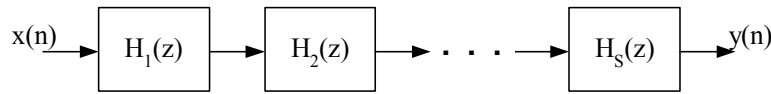


Рис. 1,

де $x(n)$, $y(n)$ – вхідна і вихідна послідовності відповідно.

Кожний каскад є джерелом похибок квантування ε_s . У цьому випадку вплив усіх складових похибок можна показати за допомогою структурної схеми (рис. 2):

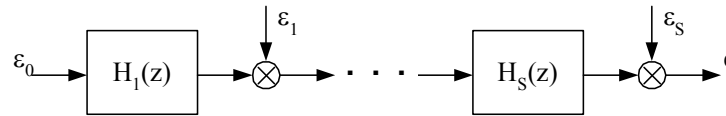


Рис. 2. Шумова модель ЦФ при каскадній реалізації

Відповідно до рис. 2 вихідна похибка усього фільтра буде визначатися відповідно до виразу [1]:

$$e(z) = \sum_{s=1}^S e_s(z) H'_{s+1}(z), \tag{1}$$

де $e_s(z)$ – похибка на виході s -го каскаду, що визначається з використанням виразу $e_s(z) = \sum_{t=0}^{s-1} \varepsilon_s(z) \prod_{t=i+1}^s H_t(z) + \varepsilon_s$, при цьому $\varepsilon_0 \equiv 0$, тому що дана похибка є вхідною для усього фільтра і не впливає на розташування каскадів; $H'_s(z)$ – передатна функція останніх $S - s + 1$ каскадів, тобто

$$H'_s(z) = \prod_{u=s}^S H_u(z).$$

Вираз (1) є функціоналом, що дозволяє мінімізувати вихідну похибку фільтра, обумовлену квантуванням результату арифметичних операцій. Таким чином, необхідно виконати його мінімізацію:

$$F_{\max}(z) = \min \left\{ \sum_{s=1}^S |e_s(z) H'_{s+1}(z)|_{\max} \right\}. \tag{2}$$

Проаналізуємо вираз (2). Припустимо, що ми маємо упорядковану реалізацію каскадної форми. Розіб'ємо послідовність каскадів на дві частини: $k - 1$ – каскадів і $S - k + 1$ – каскадів. Якщо в першій частині фільтра зробити перестановку декількох каскадів, то похибка e_{\max} послідовності не буде мінімізованою, однак друга частина залишиться оптимальною, тому що передатна функція усього ЦФ є добуток обох частин. Аналогічні дії можна виконати з другою частиною фільтра аж до останнього каскаду. Таким чином, виходить, що розташування каскадів буде оптимальним, якщо оптимальними будуть розташування всіх S останніх ділянок ЦФ. Отже, оптимізацію необхідно виконувати, розпочинаючи з останнього каскаду. Такий принцип оптимізації називається методом зворотного руху [4]. У цьому випадку критерій мінімізації буде описуватися виразом:

$$\min \left\{ \sum_{s=j}^S |e_s(z) H'_{s+1}(z)|_{\max} \right\} = \sum_{s=1}^j |e_s(z) H'_{s+1}(z)|_{\max} + \min \left\{ \sum_{s=j+1}^S |e_s(z) H'_{s+1}(z)|_{\max} \right\}. \tag{3}$$

Даний вираз є критерієм дискретного динамічного програмування Беллмана [4]. Основною перевагою даного методу є простота реалізації алгоритму за допомогою ЕОМ.

При перевірці способу були отримані аналогічні результати тестування, що зведені в табл. 2. Результати тестування усереднені, тому що час виконання залежить від коефіцієнтів фільтра.

Таблиця 2

Орієнтовний час виконання знаходження оптимального розташування каскадів відповідно до критерію Беллмана

Кількість каскадів	Усереднений час обчислення, мс
--------------------	--------------------------------

3	0.061
4	0.173
5	0.379
6	0.944
7	2.23
8	5.71
9	11.97
10	19.8

Як видно з результатів табл. 2, при збільшенні кількості каскадів час виконання також зростає, однак швидкість збільшення часу істотно менша, ніж при звичайному переборі. При такій тенденції швидкості наростання час обчислення впорядкування складе менше секунди для 100 каскадів, що цілком достатньо для розв'язання більшості задач цифрової обробки сигналів.

Висновки. Результати аналізу показали: застосування розглянутого способу при реалізації засобів вимірювання на базі ЦФ дозволяє знизити вихідну похибку без погіршення характеристик і/або підвищення порядку ЦФ; обчислювальні витрати на реалізацію алгоритму невисокі; швидкість обчислення висока (табл. 2).

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Верешкин А.Е., Катковник В.Я.* Линейные цифровые фильтры и методы их реализации. (Анализ ошибок квантования по уровню). – М.: Сов. радио, 1973. – 152 с.
2. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
3. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике / А.В. Брунченко, Ю.Т. Бутыльский, Л.М. Гольденберг и др.; Под ред. Л.М. Гольденберга – М.: Радио и связь, 1982. – 224 с., ил.
4. *Тютюнник А.Г.* Оптимальні і адаптивні системи автоматичного керування: Навчальний посібник. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 512 с.
5. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций: Учеб. пособие для студентов вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Вища школа, 1979. – 392 с.

ПЕТРОСЯН Руслан Валерійович – викладач кафедри автоматики і управління в технічних системах Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- мікропроцесорна техніка та системне програмування;
- цифрова обробка сигналів;
- вимірювальна техніка;
- теорія автоматичного управління;
- розробка електронних пристроїв.

E-mail: e_rvs@ukr.net

Подано 24.04.2008

Петросян Р.В. Упорядочивание каскадов цифровых фильтров при каскадной реализации

Петросян Р.В. Впорядкування каскадів цифрових фільтрів при каскадній реалізації

Petrosyan R.V. Arrangement of cascades of digital filters at cascade realization

УДК 621.372

Упорядочивание каскадов цифровых фильтров при каскадной реализации / Р.В. Петросян.

Рассматривается вопрос о последовательности расположения каскадов цифровых фильтров для минимизации выходной ошибки цифровых фильтров.

УДК 621.372

Arrangement of cascades of digital filters at cascade realization / R.V. Petrosyan.

The question about the arrangement sequence of cascades of digital filters for minimization of output error of digital filters is considered.