

УДК 629.3.027

С.В. Мельничук, к.т.н., доц.  
С.І. Скуратівський, к.ф.-м.н., доц.  
Житомирський державний технологічний університет

### МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОМАСОВОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ПІДВІСКИ АВТОМОБІЛЯ НА ОСНОВІ ЧОТИРИЛАНКОВОГО ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ

Наведено аналітичний та чисельний розв'язки диференціальних рівнянь, що описують математичну модель коливальної системи підвіски автомобіля з пружно-демпферним модулем на основі чотириланкового важільного механізму. На основі отриманих розв'язків запропоновано системний підхід до дослідження представленої моделі в умовах гармонічного зовнішнього навантаження.

**Постановка проблеми.** В попередній роботі [1] була описана математична модель підвіски автомобіля, що являє собою двомасову коливальну систему пружно-демпферним контуром на основі чотириланкового важільного механізму (ЧЛВМ). Диференціальні рівняння, що описують дану модель, мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} M \ddot{z} + 2\alpha_p \dot{z} + 2c_p z - 2\alpha_p \ddot{\xi} - 2c_p \dot{\xi} = 0 \\ m \ddot{\xi} + 2\alpha_p \dot{\xi} + \alpha_{ш} \xi + 2c_p \dot{\xi} + c_{ш} \xi - 2\alpha_p \dot{z} - 2c_p z = \alpha_{ш} \dot{q} + c_{ш} q \end{cases}$$

де  $M$  – підресорена маса;  $m$  – непідресорена маса;  $c_p, c_{ш}$  – жорсткості пружного елемента підвіски та шини відповідно;  $\alpha_p, \alpha_{ш}$  – коефіцієнти в'язкого опору амортизатора та шини;  $z$  та  $\xi$  – зміщення;  $q(t)$  – профіль дороги, який для визначеності задамо у вигляді  $q(t) = q_0(1 - \cos(vt))$ ,  $q_0 > 0$  – амплітуда та  $v > 0$  частота профілю. Ввівши позначення:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{2c_p}{M}; \quad \omega_1^2 = \frac{2c_p}{m}; \quad \omega_2^2 = \frac{c_{ш}}{m}; \\ h_0 &= \frac{2\alpha_p}{M}; \quad h_1 = \frac{2\alpha_p}{m}; \quad h_2 = \frac{\alpha_{ш}}{m}, \end{aligned}$$

система (1) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \ddot{z} + h_0 \dot{z} + \omega_0^2 z - h_0 \ddot{\xi} - \omega_0^2 \xi = 0 \\ \ddot{\xi} + h_1 \dot{\xi} + h_2 \xi + \omega_1^2 \dot{\xi} + \omega_2^2 \xi - h_1 \dot{z} - \omega_1^2 z = h_2 \dot{q} + \omega_2^2 q \end{cases} \quad (1)$$

Як було показано в роботі [1], система (1) за видом та структурою збігається з відомими математичними моделями [2, 3, 4, 5, 6], що описують традиційні коливальні системи підвіски автомобіля. Тому початково як приклад для тестування отриманої математичної моделі підвіски на основі ЧЛВМ був використаний готовий розв'язок [3]. Такий аналоговий підхід, в принципі, дозволяє будувати амплітудно-частотні характеристики підвіски, але не підтверджує адекватності отриманих таким чином характеристик реальним коливальним процесам, що відбуваються в проєктованій підвісці, оскільки за готовим розв'язками не можливо простежити за впливом окремих параметрів системи на різних етапах коливань підвіски.

По-друге, застосування чисельних методів дослідження систем диференціальних рівнянь, які підтримуються сучасними комп'ютерними прикладними програмними пакетами спрощують отримання розв'язків, роблять їх більш доступними не лише на науковому, а й на інженерному рівні.

Поєднання та використання аналітичних та числових розв'язків розширює можливості досліджень, дозволяє проведення системного аналізу технічних систем за їх математичними моделями.

**Метою даної роботи** є розробка методики дослідження математичної моделі підвіски автомобіля з чотириланковим важільним механізмом на основі отримання аналітичного та числового розв'язку системи диференціальних рівнянь, що задають її.

**Викладення основного матеріалу роботи.** Для забезпечення однозначності розв'язку до системи (1) слід додати початкові умови виду:

$$z(0) = z_0, \quad \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0} = z'_0, \quad \xi(0) = \xi_0, \quad \left. \frac{d\xi}{dt} \right|_{t=0} = \xi'_0.$$

Зазначимо, що параметри коливальної системи не є незалежними, а пов'язані співвідношенням:

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{m}{M}.$$

Систему диференціальних рівнянь (1) можна представити у нормальному вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dy_0}{dt} &= y_1, \quad \frac{dy_1}{dt} = -\omega_0^2(y_0 - y_2) - h_0(y_1 - y_3), \\ \frac{dy_2}{dt} &= y_3, \quad \frac{dy_3}{dt} = \omega_1^2(y_0 - y_2) + h_1(y_1 - y_3) - \omega_2^2(y_2 - q) - h_2\left(y_3 - \frac{dq}{dt}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $y_0 = z$ ,  $y_1 = \frac{dz}{dt}$ ,  $y_2 = \xi$ ,  $y_3 = \frac{d\xi}{dt}$ .

Системи диференціальних рівнянь (1) та (2) є лінійними неоднорідними, тому згідно з теорією лінійних систем [3] розв'язок (2) є сумою загального розв'язку відповідної однорідної системи та часткового неоднорідної. Зокрема характер розв'язків однорідної системи визначається власними значеннями матриці  $A$  лінійної системи (2):

$$\frac{dY}{dt} = AY = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_0^2 & -h_0 & \omega_0^2 & h_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega_1^2 & h_1 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 & -h_1 - h_2 \end{pmatrix} Y, \quad (3)$$

де  $Y = (y_0, y_1, y_2, y_3)^T$ .

Для обчислення власних значень матриці  $A$  розв'яжемо характеристичне рівняння:

$$\det(A - \lambda E) = 0 \text{ або в розгорнутому вигляді:}$$

$$\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_1\lambda + A_0 = 0, \quad (4)$$

де  $A_3 = \text{sp}(A) = h_0 + h_1 + h_2$ ,  $A_2 = h_0h_2 + \omega_0^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2$ ,  $A_1 = h_2\omega_0^2 + h_0\omega_2^2$ ,  $A_0 = \det(A) = \omega_0^2\omega_2^2$ . Оскільки розв'язки алгебраїчного рівняння четвертого степеня в загальному випадку отримати не можна в аналітичному вигляді, то використаємо альтернативний числовий метод знаходження коренів рівняння (4), який міститься в бібліотеці програм середовища „MathCad” [9]. Зафіксуємо значення параметрів системи (1):

$$M = 100 \text{ кг}, m = 10 \text{ кг}, c_p = 1973 \text{ Н/м}, \alpha_p = 250 \text{ Нс/м}, c_{ш} = 12000 \text{ Н/м}, \alpha_{ш} = 0 \quad (*)$$

та отримаємо

$$\lambda_{1,2} = \mu_1 \pm i\mu_2 = -1,498 \pm 5,482i, \lambda_{3,4} = \beta_1 \pm i\beta_2 = -31,002 \pm 22,469i. \quad (5)$$

Із теореми Вієта зокрема впливає, що  $(\mu_1^2 + \mu_2^2)(\beta_1^2 + \beta_2^2) = \omega_0^2\omega_2^2$ ;  $h_0 + h_1 + h_2 = 2(\mu_1 + \beta_1)$ .

Оскільки  $\lambda_i \in \square$  з  $\text{Re}(\lambda_i) < 0$ , то розв'язки системи (5) носять коливальний затухаючий характер. На цьому етапі досліджень можна встановити залежність резонансних частот коливаний системи (1), які визначаються уявними частинами  $\lambda_i$ , від значень її параметрів. Як приклад розглянемо рис. 1, 2.

Отриманий результат не залежить від характеру зовнішнього навантаження і містить інформацію про внутрішні властивості моделі.

Для встановлення власне вигляду розв'язків використаємо прийоми операційного числення, основою якого є оперування із зображенням функції  $f(x)$ , яке визначається співвідношенням  $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt$

[8]. Згідно з властивостями перетворень Лапласа

$$\frac{dz}{dt} = pZ(p) - z_0, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = p^2Z(p) - pz_0 - z'_0, \quad \frac{d\xi}{dt} = pW(p) - \xi_0, \quad \frac{d^2\xi}{dt^2} = p^2W(p) - p\xi_0 - \xi'_0. \quad (6)$$

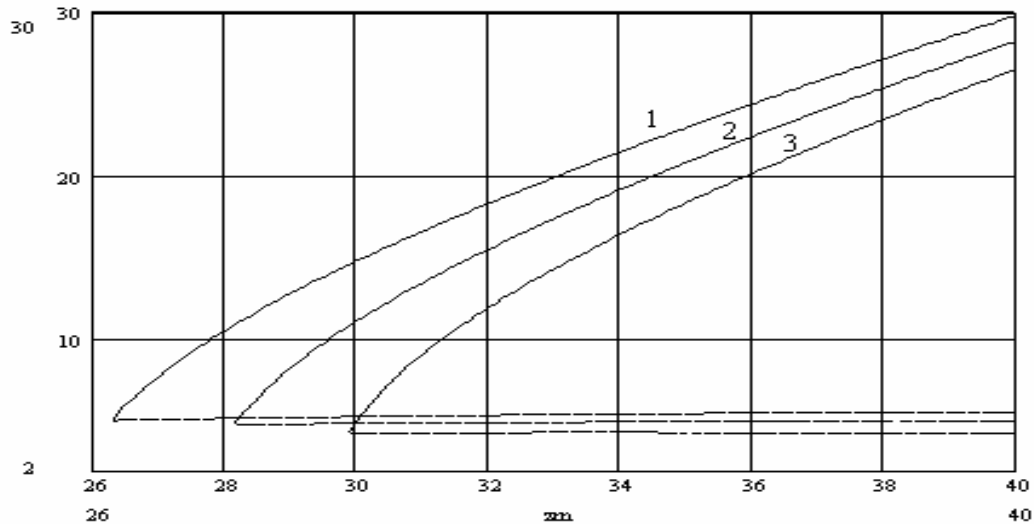


Рис. 1. Залежність резонансних частот системи (1) від параметра  $\omega_2$  при фіксованих параметрах (\*) та при 1)  $c_p = 1973$  Н/м; 2)  $c_p = 1573$  Н/м; 3)  $c_p = 1173$  Н/м

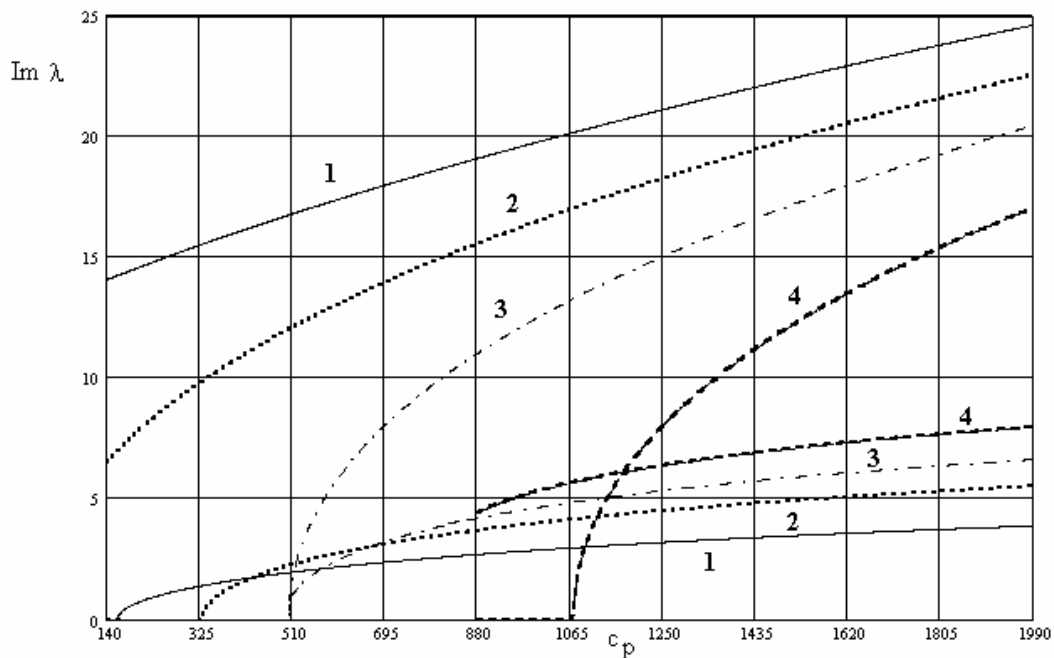


Рис. 2. Залежність резонансних частот системи (1) від параметра  $c_p$  при фіксованих значеннях параметрів (\*) та при 1)  $M = 200$  кг, 2)  $M = 100$  кг, 3)  $M = 70$  кг, 4)  $M = 50$  кг

Підставимо (6) в (1) та після перетворень отримаємо зображення розв'язків системи (1):

$$Z(p) = \frac{S_1}{\Delta}, \quad W(p) = \frac{1}{\omega_0^2 + h_0 p} \left( h_0 \xi_0 - h_0 z_0 - p z_0 - z_0' + \{\omega_0^2 + p h_0 + p^2\} \frac{S_1}{\Delta} \right), \quad (7)$$

де

$$S_1 = \frac{(\omega_0^2 + h_0 p) \{ p \{ v^2 + p^2 \} \{ \xi_0' + \xi_0 h_2 + \xi_0 p \} + v q_0 \{ v \omega_0^2 + h_2 p \} + h_1 p \{ v^2 + p^2 \} \{ \xi_0 - z_0 \} \}}{p(v^2 + p^2)} +$$

$$+ (\omega_1^2 + \omega_2^2 + p \{ h_1 + h_2 + p \}) (z_0' + z_0 \{ p + h_0 \} - h_0 \xi_0);$$

$\Delta$  – характеристичний багаточлен (4).

Перейдемо від зображень (7) до функцій. З огляду на вид коренів (5) характеристичний багаточлен (4), а отже і знаменник дробів (7) можна розкласти на множники:

$$p^4 + A_3 p^3 + A_2 p^2 + A_1 p + A_0 = (p^2 - 2\mu_1 p + \mu_1^2 + \mu_2^2)(p^2 - 2\beta_1 p + \beta_1^2 + \beta_2^2).$$

Тоді дроби (7) можна подати у вигляді суми елементарних дробів:

$$Z(p) = \frac{B_1 p + B_2}{p^2 - 2\mu_1 p + \mu_1^2 + \mu_2^2} + \frac{B_3 p + B_4}{p^2 - 2\beta_1 p + \beta_1^2 + \beta_2^2} + \frac{B_5 p + B_6}{p^2 + v^2} + \frac{B_7}{p},$$

$$W(p) = \frac{C_1 p + C_2}{p^2 - 2\mu_1 p + \mu_1^2 + \mu_2^2} + \frac{C_3 p + C_4}{p^2 - 2\beta_1 p + \beta_1^2 + \beta_2^2} + \frac{C_5 p + C_6}{p^2 + v^2} + \frac{C_7}{p}. \quad (8)$$

Невідомі коефіцієнти  $B_i$  та  $C_i$  знайдемо за методом неозначених коефіцієнтів, прийнявши до уваги факт, що вирази зліва та справа у співвідношенні (8) повинні співпадати при всіх значеннях  $p$ . Для цього достатньо вимагати співпадання тільки чисельників дробів, що дозволяє записати лінійну систему алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів:

$$z_0 = B_1 + B_3 + B_5 + B_7,$$

$$z_0(h_0 + h_1 + h_2) + z_0' = B_2 + B_4 + B_6 - 2\beta_1(B_1 + B_5 + B_7) - 2\mu_1(B_3 + B_5 + B_7),$$

$$\xi_0 \omega_0^2 + (v^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2)z_0 + h_0(\xi_0' + h_2 z_0) + (h_1 + h_2)z_0' = \beta_1^2(B_1 + B_5 + B_7) + \beta_2^2(B_1 + B_5 + B_7) -$$

$$- 2B_2\beta_1 - 2B_4\mu_1 + 4\beta_1\mu_1(B_5 + B_7) + \mu_1^2(B_3 + B_5 + B_7) + \mu_2^2(B_3 + B_5 + B_7) - 2B_6(\beta_1 + \mu_1) + v^2(B_1 + B_3 + B_7),$$

$$h_2 \xi_0 \omega_0^2 + \xi_0' \omega_0^2 - h_0 \xi_0 \omega_1^2 - h_0 \xi_0 \omega_2^2 + (h_0 + h_2)z_0 v^2 + h_0 z_0(\omega_1^2 + \omega_2^2) + h_1(\xi_0 \omega_0^2 + z_0 v^2 - z_0 \omega_0^2) +$$

$$+ (v^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2)z_0' = -2\beta_1^2 \mu_1(B_5 + B_7) - 2\beta_2^2 \mu_1(B_5 + B_7) + B_4(\mu_1^2 + \mu_2^2) - 2\beta_1(B_5 + B_7)(\mu_1^2 + \mu_2^2) +$$

$$+ B_6(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \mu_1^2 + \mu_2^2 + 4\beta_1\mu_1) + v^2(B_4 - 2\beta_1\{B_1 + B_7\} - 2\mu_1(B_3 + B_7)) + B_2(\beta_1^2 + \beta_2^2 + v^2)$$

$$v(h_0\{\xi_0' v + h_2(q_0 + v z_0)\} + v\{\xi_0 \omega_0^2 + \omega_1^2 z_0 + \omega_2^2 z_0 + h_1 z_0' + h_2 z_0'\}) = (B_7 + B_5)(\beta_1^2 + \beta_2^2)(\mu_1^2 + \mu_2^2) -$$

$$- 2B_6(\mu_1(\beta_1^2 + \beta_2^2) + \beta_1(\mu_1^2 + \mu_2^2)) - 2B_2\beta_1 v^2 + B_1(\beta_1^2 + \beta_2^2)v^2 + B_7 v^2(\beta_1^2 + \beta_2^2) - 2B_4\mu_1 v^2 + 4B_7\beta_1\mu_1 v^2 +$$

$$+ B_7(\mu_1^2 + \mu_2^2)v^2 + B_3(\mu_1^2 + \mu_2^2)v^2$$

$$v(h_2 \omega_0^2(\xi_0 v + q_0) + h_1 v \omega_0^2(\xi_0 - z_0) + v(\xi_0' \omega_0^2 + h_0\{\omega_1^2 z_0 - \xi_0(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \omega_2^2(q_0 + z_0)\} + (\omega_1^2 + \omega_2^2)z_0')) =$$

$$= B_6(\beta_1^2 + \beta_2^2)(\mu_1^2 + \mu_2^2) + (B_2\{\beta_1^2 + \beta_2^2\} + B_4\{\mu_1^2 + \mu_2^2\} - 2B_7\{\mu_1(\beta_1^2 + \beta_2^2) + \beta_1(\mu_1^2 + \mu_2^2)\})v^2$$

$$v^2 \omega_0^2 \omega_2^2 q_0 = B_7(\beta_1^2 + \beta_2^2)(\mu_1^2 + \mu_2^2)v^2.$$

Розв'язок отриманої лінійної системи алгебраїчних рівнянь можна знайти, наприклад за методом Крамера, причому при задіянні середовища "MathCad" перевагу слід віддати матричній реалізації цього методу. Зокрема найбільш суттєвими для наступних досліджень є коефіцієнти:

$$B_5 = S_2^{-1}((\beta_1^2 + \beta_2^2 - v^2)(2h_2\mu_1 v \omega_0^2 - \{\mu_1^2 + \mu_2^2 - v^2\}(\omega_0^2 \omega_2^2 + h_0 v h_2)) + 2h_0 v^2 \mu_1 \omega_2^2) +$$

$$+ 2\beta_1 v(h_2 \omega_0^2 \{\mu_1^2 + \mu_2^2 - v^2\} + 2\mu_1 v \omega_0^2 \omega_2^2 + h_0 v \{-2h_2 \mu_1 v + \omega_2^2(\mu_1^2 + \mu_2^2 - v^2)\})q_0,$$

$$B_6 = S_2^{-1} v q_0 (2h_0 h_2 v^2 \{-\mu_1(\beta_2^2 + \beta_1^2 + \beta_1 \mu_1) - \beta_1(\mu_2^2 - v^2) + \mu_1 v^2\} +$$

$$+ h_2 \omega_0^2((\beta_2^2 + \beta_1^2)(\mu_1^2 + \mu_2^2) - \{\beta_2^2 + \beta_1^2 + 4\beta_1 \mu_1 + \mu_1^2 + \mu_2^2\}v^2 + v^4) +$$

$$+ v h_0 \omega_2^2((\beta_2^2 + \beta_1^2)(\mu_1^2 + \mu_2^2) - \{\beta_2^2 + \beta_1^2 + 4\beta_1 \mu_1 + \mu_1^2 + \mu_2^2\}v^2 + v^4) +$$

$$+ 2v \omega_2^2 \omega_0^2(\beta_1^2 \mu_1 + \beta_2^2 \mu_1 + \mu_1^2 \beta_1 + \mu_2^2 \beta_1 - \beta_1 v^2 - \mu_1 v^2)),$$

$$B_7 = \frac{\omega_0^2 \omega_2^2 q_0}{(\mu_1^2 + \mu_2^2)(\beta_1^2 + \beta_2^2)} = q_0,$$

$$S_2 = ((\mu_1^2 + \mu_2^2)^2 + 2(\mu_1^2 - \mu_2^2)v^2 + v^4)((\beta_1^2 + \beta_2^2)^2 + 2(\beta_1^2 - \beta_2^2)v^2 + v^4).$$

Після знаходження коефіцієнтів  $B_i$  за таблицею зображень [8] знайдемо розв'язки системи (1) із співвідношень (8) у вигляді:

$$z(t) = e^{\mu_1 t} \left( B_1 \cos \mu_2 t + \frac{(B_2 + \mu_1 B_1)}{\mu_2} \sin \mu_2 t \right) + e^{\beta_1 t} \left( B_3 \cos \beta_2 t + \frac{(B_4 + \beta_1 B_3)}{\beta_2} \sin \beta_2 t \right) +$$

$$+ B_5 \cos vt + \frac{B_6}{v} \sin vt + B_7; \quad (9)$$

$$\xi(t) = e^{\mu_1 t} \left( C_1 \cos \mu_2 t + \frac{(C_2 + \mu_1 C_1)}{\mu_2} \sin \mu_2 t \right) + e^{\beta_1 t} \left( C_3 \cos \beta_2 t + \frac{(C_4 + \beta_1 C_3)}{\beta_2} \sin \beta_2 t \right) + C_5 \cos vt + \frac{C_6}{v} \sin vt + C_7.$$

Для перевірки вірності аналітичних розрахунків співставимо отримані вирази (9) з розв’язками системи (1), знайденими числовим методом. Для цього побудуємо числовий розв’язок системи (2) за допомогою однієї з числових схем середовища „MathCad” [9]. Для тестування розрахунків вибрані не нульові початкові умови:  $z_0 = 1$ ,  $z'_0 = 1,5$ ,  $\xi_0 = 2$ ,  $\xi'_0 = 2,5$  (рис. 3).

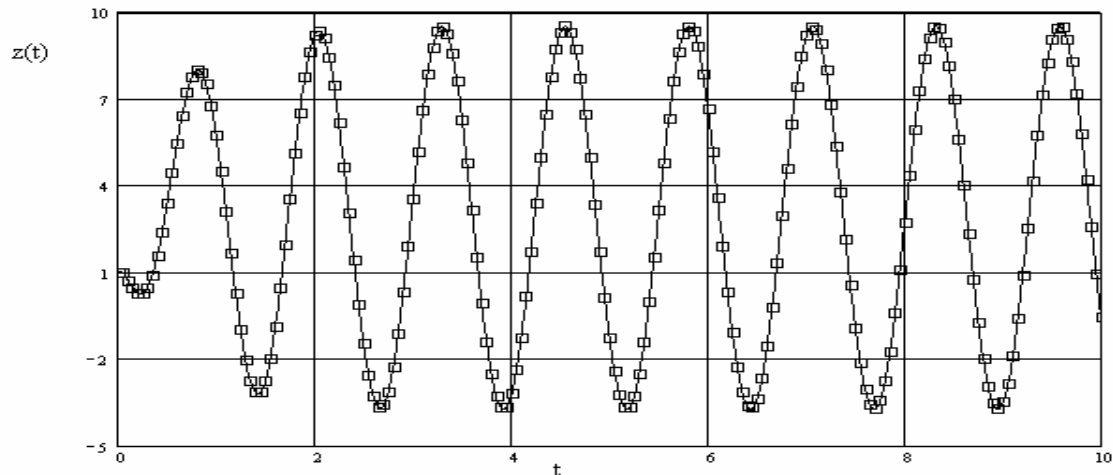


Рис. 3. Графіки компоненти  $z(t)$ , знайдені аналітично (прямокутники) та числовим способом (суцільна лінія)

Як правило на практиці початкові умови мають вигляд:  $z(0) = z'(0) = \xi(0) = \xi'(0) = 0$ , тоді поведінка розв’язків у початковий проміжок часу (рис. 4) дещо зміниться порівняно з попереднім випадком (порівняти з рис. 3), але стаціонарний режим очевидно не зміниться.

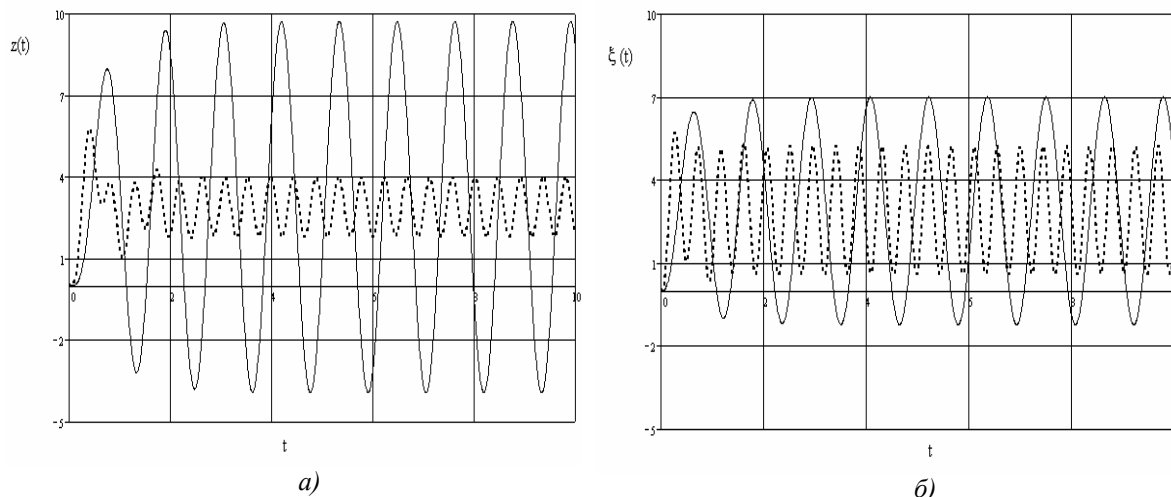


Рис. 4. Графіки компонент  $z(t)$  та  $\xi(t)$ , знайдені шляхом числового інтегрування системи (2) при значеннях частоти зовнішнього навантаження  $\nu = 5,5 \text{ Гц}$  та  $\nu = 14 \text{ Гц}$

З порівняння графіків  $z(t)$  та  $\xi(t)$ , представлених на рис. 3, випливає, що співвідношення між амплітудними значеннями функцій для різних режимів навантаження є різним. Зокрема при режимах роботи з частотами, далекими від резонансних, основне навантаження припадає на елементи шини, тоді як в резонансних випадках більша частина енергії зовнішнього навантаження обробляється елементами підвіски.

Як випливає з формули (9), величини  $ampl_z = \sqrt{B_5^2 + B_6^2} + B_7$  та  $ampl_\xi = \sqrt{C_5^2 + C_6^2} + C_7$  визначають квадрати амплітудних значень режимів, які встановляться в моделі через проміжок часу, необхідний для затухання власних коливань.

Слід зауважити, що задачу про відшукування режиму, що встановиться в системі, при дії зовнішнього періодичного навантаження можна розв'язати більш простим способом, не будуючи загальний розв'язок системи. А саме можна шукати розв'язок системи (1) одразу у вигляді:

$$z(t) = B_5 \cos vt + B_6 \sin vt + B_7 \text{ та } \xi(t) = C_5 \cos vt + C_6 \sin vt + C_7.$$

Після підстановки в (1) прирівнюємо коефіцієнти при тригонометричних функціях. Тоді шукані величини  $B_{5,6,7}$  та  $C_{5,6,7}$  задовольняють лінійну систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{pmatrix} \omega_0^2 - v^2 & h_0 v & -\omega_0^2 & -h_0 v \\ -h_0 v & \omega_0^2 - v^2 & h_0 v & -\omega_0^2 \\ -\omega_1^2 & -h_1 v & \omega_1^2 + \omega_2^2 - v^2 & (h_1 + h_2) v \\ h_1 v & -\omega_1^2 & -(h_1 + h_2) v & \omega_1^2 + \omega_2^2 - v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_5 \\ B_6 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_2^2 q_0 \\ h_2 v q_0 \end{pmatrix},$$

з якої за формулами Крамера легко знайти розв'язки. Маючи аналітичний вираз для обчислення амплітудних значень  $z$  та  $\xi$ , побудуємо для прикладу амплітудно-частотні характеристики  $ampl_z(v)$  та  $ampl_\xi(v)$  (рис. 5).

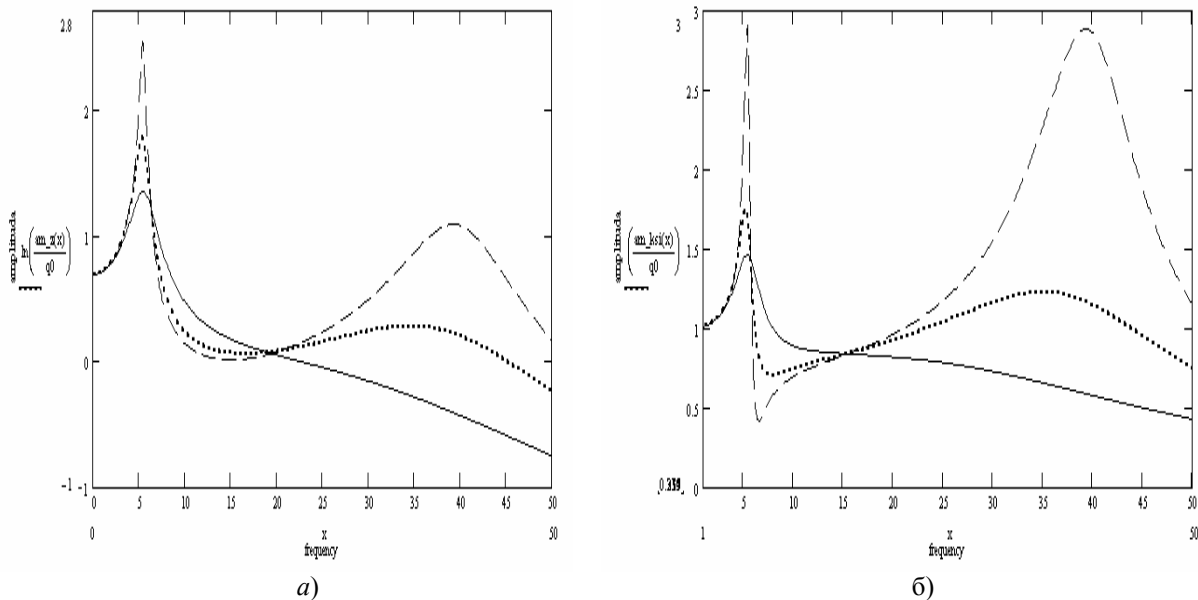


Рис. 5. Амплітудно-частотні характеристики, побудовані для компоненти:

а)  $z - \xi$  та б)  $\xi$  при  $\alpha_p = 250\varepsilon$ , де  $\varepsilon = 0,2$  (штрихова лінія),

$\varepsilon = 0,5$  (пунктирна лінія),  $\varepsilon = 1,0$  (суцільна лінія)

Резонансні криві були побудовані для різних значень коефіцієнта в'язкого опору амортизатора  $\alpha_p$ . Як свідчить аналіз рис. 5, зменшення  $\alpha_p$  призводить до менших втрат енергії в коливальному контурі та більш високих резонансних піків, що відповідає практиці. При  $\alpha_p = 250$  резонансний максимум на частоті  $\nu = 22,469$  майже не проявляється.

**Висновки:**

1. Запропоновано системний підхід до дослідження математичної моделі коливального контуру підвіски на основі чотириланкового механізму в умовах гармонічного зовнішнього навантаження.
2. Проведено успішне тестування аналітичних та числових результатів.
3. Як свідчать представлені дослідження, між теоретичним вивченням моделі (1) та безпосереднім інженерним використанням цих результатів у прикладних задачах є значний розрив. Насамперед він обумовлений значним об'ємом символічних та числових обрахунків, які можуть стати неприємною перешкодою для швидкого застосування таких моделей у техніці. Тому залучення сучасного програмного забезпечення передбачає доручити комп'ютеру рутинну роботу щодо проведення обчислювальних процедур, залишаючи за дослідником можливість провести швидкий та ефективний аналіз впливу на модель зміни керуючих параметрів, зовнішнього навантаження тощо.
4. Подальше розширення моделі (1), скажімо в нелінійну область, повинно відбуватись лише при умові асимптотичного співпадіння лінійного та слабонелінійного варіантів моделі. Тому детальне вивчення лінійної моделі є основою ускладнення запропонованої моделі, дозволяє відібрати параметри та найбільш важливі режими, які будуть досліджуватись у рамках удосконалених моделей.
5. В подальшій роботі планується проведення дослідження представленої математичної моделі залежно від параметрів коливальної системи.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Мельничук С.В., Рибалкін Є.М. Двомасова коливальна система підвіски автомобіля на основі чотириланкового важільного механізму // Вісник ЖДТУ. – № 3 (38). – С. 40–43.
2. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.
3. Говорущенко Н.Я., Туренко А.Н. Системотехника транспорта (на примере автомобильного транспорта). – Харьков: РИО ХГАДТУ, 1999. – 468 с.
4. Копилевич Э.В., Пурник М.А., Федоров С.А. Диагностика подвески автомобилей. – М.: Транспорт, 1974. – 52 с.
5. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 271 с.
6. Успенский И.Н., Мельников А.А. Проектирование подвески автомобиля. – М.: Машиностроение, 1976. – 168 с.
7. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1970. – 576 с.
9. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCad 7 в математике, физике и в Internet. – М.: Нолидж, 1999. – 352 с.

МЕЛЬНИЧУК Сергій Володимирович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобілів і механіки технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- плавність ходу автомобіля.

СКУРАТІВСЬКИЙ Сергій Іванович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси

- хвильові процеси в складних системах.

Подано 28.03.2007