

УДК 621.9

Н.С. Равська, д.т.н., проф.  
О.А. Охріменко, к.т.н., асист.  
С.І. Сташкевич, студ.

Національний технічний університет України «КПІ»

### ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ПРОФІЛЮВАННЯ ЧЕРВ'ЯЧНИХ ФРЕЗ

*В роботі наведено способи підвищення точності профілювання черв'ячних зубчастих фрез, які базуються на уточненні теорії формоутворення зубчастих коліс черв'ячними фрезами, що враховує всі рухи, які здійснюють фреза та колесо в процесі формоутворення. Запропоновано способи підвищення точності профілювання черв'ячних фрез за рахунок раціонального вибору кута профілю та раціонального поділу твірної контуру фрези за рахунок критерію мінімальної площі.*

**Вступ.** Найбільш поширеним способом нарізання зубчастих коліс є спосіб нарізання черв'ячними фрезами. Здебільшого зубчасті колеса нарізаються стандартними черв'ячними фрезами, у яких теоретично-точний профіль вихідної інструментальної поверхні, а саме евольвентний черв'як, замінений на архімедовий або конволютний. Тому вже на етапі проектування у таких фрез закладаються відповідні похибки профілю, які переносяться на профіль зубчастих коліс. Виготовлення черв'ячних фрез на базі теоретично точного черв'яка переводить цей інструмент у клас спеціалізованого та неефективного у використанні.

Питанню зменшення цих похибок було присвячено велику кількість робіт [1, 2, 3, 4, 5 тощо]. Аналіз досліджень, спрямованих на підвищення точності профілювання черв'ячних фрез, показав, що здебільшого вони зводяться до заміни кута нахилу вихідного контуру. Крім того, проведеними раніше дослідженнями та практикою зубонарізання черв'ячними фрезами доведено, що в зубчастих колесах зі збільшенням модуля (збільшення висоти робочої частини зуба) точність профілю знижується, застосування багатокромочних фрез підвищує точність.

Однак ці дослідження проводилися на основі розгляду однопараметричного руху в теорії формоутворення зубчастих коліс, а також без врахування просторового зачеплення фреза–колесо. Що не повною мірою може бути прийняте при точному профілюванні цього інструмента.

В роботі [5] отримані рівняння контакту при двопараметричному огинанні: обертання фрези та колеса навколо своїх осей – один параметр руху, рух фрези вздовж осі колеса – другий параметр руху.

Тому постає завдання на основі теорії формоутворення зубчастих коліс з урахуванням двопараметричності руху при їх нарізанні розглянути можливість більш ефективного підвищення профілювання черв'ячних фрез за рахунок раціонального вибору кута вихідного контуру та за рахунок раціонального поділу утворюючого контуру черв'ячних фрез.

**Основна частина.** Рівняння контакту при формоутворенні зубчастих коліс черв'ячними фрезами. Запропоновані рівняння контакту з врахуванням двопараметричного руху при зубофрезеруванні зубчастих коліс черв'ячними фрезами отримані в наступному вигляді:

Для конволютної гвинтової поверхні рівняння контакту має вигляд:

$$\begin{cases} u^2 Q_1 + u Q_2 + Q_3 = 0 \\ u = -p \frac{\cos \alpha \cos \gamma \sin(t + \varphi) + \sin \alpha \sin \beta}{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin \beta) \sin \gamma} x, \\ x \frac{(p \cos(t + \varphi) \cos \gamma + A_1 \cos \beta \cos \gamma \sin(t + \varphi) + A_1 \sin \beta \sin \gamma)}{\cos \beta \cos \gamma \sin \alpha (\cos \alpha \cos(t + \varphi) + \sin \alpha \sin \beta \sin(t + \varphi))} \end{cases}, \quad (1)$$

де  $Q_1 = \cos \alpha \sin(t + \varphi) \cos(t + \varphi) \sin \alpha \sin \beta$ ;

$$Q_2 = \sin^2 \alpha \sin \beta (\cos(t + \varphi)(2A_1 + pt \cos \beta) + \cos \beta (p \sin(t + \varphi) + \sin \alpha \sin \beta) - \sin \alpha \cos^2 \beta \operatorname{tg} \gamma \sin(t + \varphi) + p \sin \beta (\frac{1 + i_{12} \sin \gamma}{i_{12} \cos \gamma})) + \cos^2 \alpha (\frac{p}{i_{12} \cos \gamma} + \cos \beta \sin \alpha - A_1 \sin \beta \cos(t + \varphi) + pt \operatorname{tg} \gamma) + \cos \alpha \sin \alpha ((A_1 + pt \cos \beta) \sin(t + \varphi) + \cos \beta \cos(t + \varphi)(p - \sin \alpha \cos \beta \operatorname{tg} \gamma));$$

$$Q_3 = p \cos \alpha (\cos(t + \varphi)(pt + A_1 \cos \beta) + \frac{\sin \alpha \cos \beta \operatorname{tg} \gamma \sin(t + \varphi)}{i_{12}}) +$$

$$+ \sin \alpha \sin \beta (A_1 \sin \beta (p \frac{1}{i_{12} \cos \gamma} + \sin \alpha \cos \beta + pt \operatorname{tg} \gamma) -$$

$$\cos(t + \varphi)(A_1^2 + p \cos \beta (A_1 t + \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma)) + (p^2 t + A_1 \cos \beta (p - \cos \beta \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma))),$$

де,  $u, t$  – незалежні параметри гвинтової поверхні,  $\varphi$  – кут повороту фрези,  $i_{12}$  – передаточне відношення пари фреза-колесо,  $\gamma$  – кут розвороту фрези,  $p$  – гвинтовий параметр фрези,  $\beta$  – кут розташування твірної площини гвинтової поверхні,  $\alpha$  – кут нахилу твірної гвинтової поверхні,  $A$  – міжосьова відстань,  $A_1$  – параметр, що відповідає за симетричне розташування западини витка черв'яка відносно міжосьового перпендикуляра.

Для архімедової гвинтової поверхні рівняння контакту запишеться:

$$\begin{cases} u^2 + u[(-p - A \cdot \operatorname{tg} \gamma) \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg}(t + \varphi) - pt \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin(t + \varphi)} \\ (A - p \frac{1 + i_{12} \sin \gamma}{i_{12} \cos \gamma})] + p[p t \operatorname{ctg}(t + \varphi) - A \cdot \operatorname{tg} \gamma] = 0 \\ u = -p \frac{\sin(t + \varphi)}{\sin \alpha \cos(t + \varphi) + \cos \alpha \sin(\gamma)} \end{cases} \quad (2)$$

Дослідження впливу способу заміни евольвентного черв'яка архімедовим та конволютним у черв'ячних фрез на точність профілю колеса. Було проведено математичне моделювання процесу зубонарізання прямозубих некоригованих зубчастих коліс стандартними фрезами згідно з ГОСТом 9324-80. Результати моделювання наведені на рис. 1–4.

Була розрахована максимальна похибка профілю зубчастого колеса, що визвано заміною теоретично точного евольвентного черв'яка на архімедовий (ZA) та конволютний (ZN).

Аналіз результатів проведених розрахунків показує, що похибка профілю для коліс, спряжених з архімедовим черв'яком менша, ніж для коліс спряжених з конволютним черв'яком. Причому вона росте при збільшенні числа зубів нарізуваного колеса. Це пояснюється тим, що міжосьова відстань  $A$  в рівняннях контакту при обкаті для черв'яків (1), (2) при збільшенні числа зубів нарізуваного колеса збільшується, внаслідок чого збільшується і відхилення профілю зуба від теоретичного евольвентного.

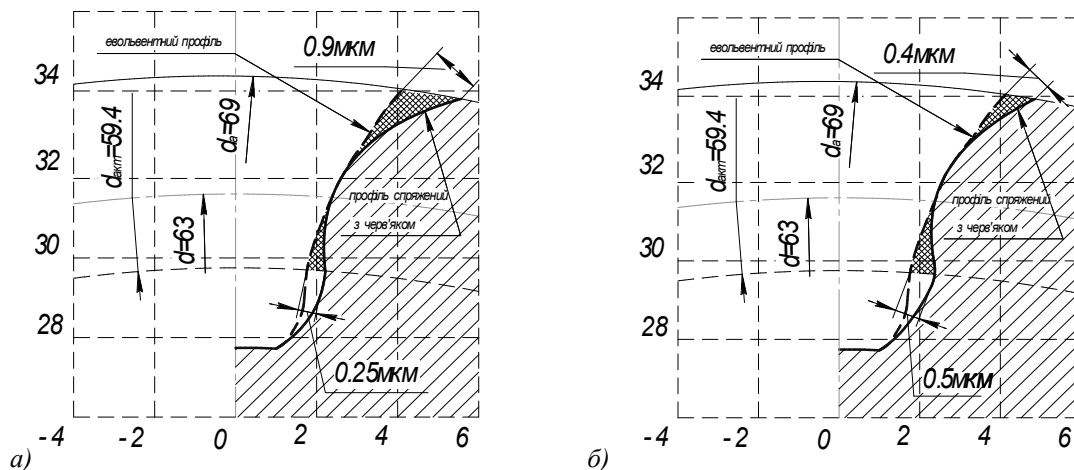


Рис. 1. Похибка профілю зубчастого колеса:  $t = 3$  мм,  $Z_k = 21$ ,  $d_a = 80$  мм  
 а) конволютна фреза; б) архімедова фреза

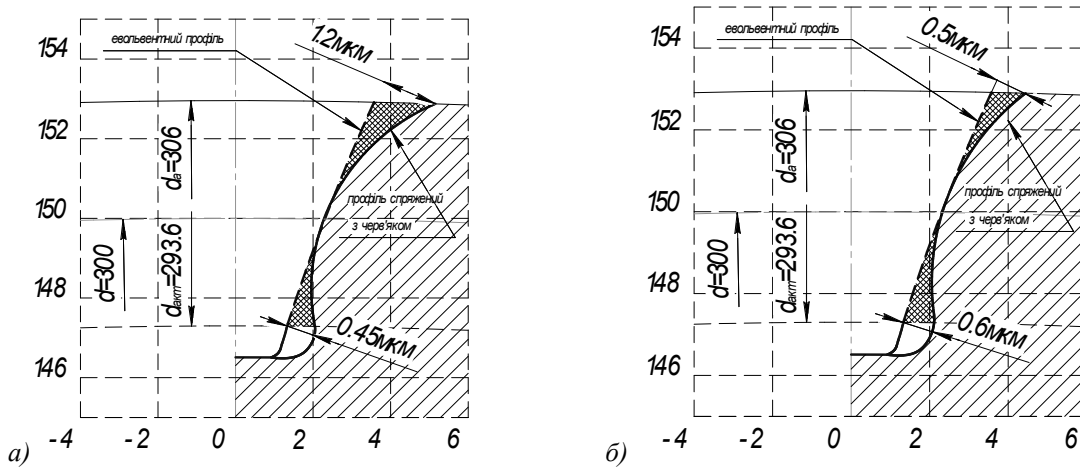


Рис. 2. Похибка профілю зубчастого колеса:  $t = 3$  мм,  $Z_k = 100$ ,  $d_a = 80$  мм  
 а) конволютна фреза; б) архімедова фреза

Зубчасті колеса модулем більше 6 мм мають похибку, що перевищує третину допуску на точність профілю за 8-мим ступенем точності. Для коліс малих модулів (3–5 мм) для малих чисел зубів до (25–30) величина огранки має переважне значення над похибкою від заміни черв'яка. Для чисел зубів 20–40 модуль 10 мм похибка профілювання перевищує допуск на профіль 8-й ступінь точності, що відповідає нарізанню коліс фрезами класу А конволютного типу, які рекомендуються для нарізання таких коліс. Для архімедових фрез найбільше відхилення по профілю в ніжки зуба, а для конволютних – на головці зуба.

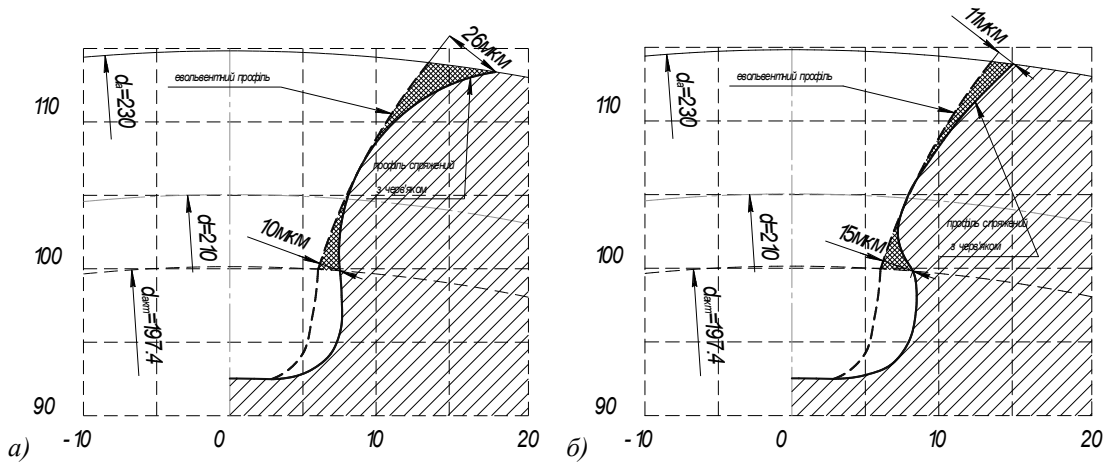


Рис. 3. Похибка профілю зубчастого колеса:  $t = 10$  мм,  $Z_k = 21$ ,  $d_a = 150$  мм  
 а) конволютна фреза; б) архімедова фреза

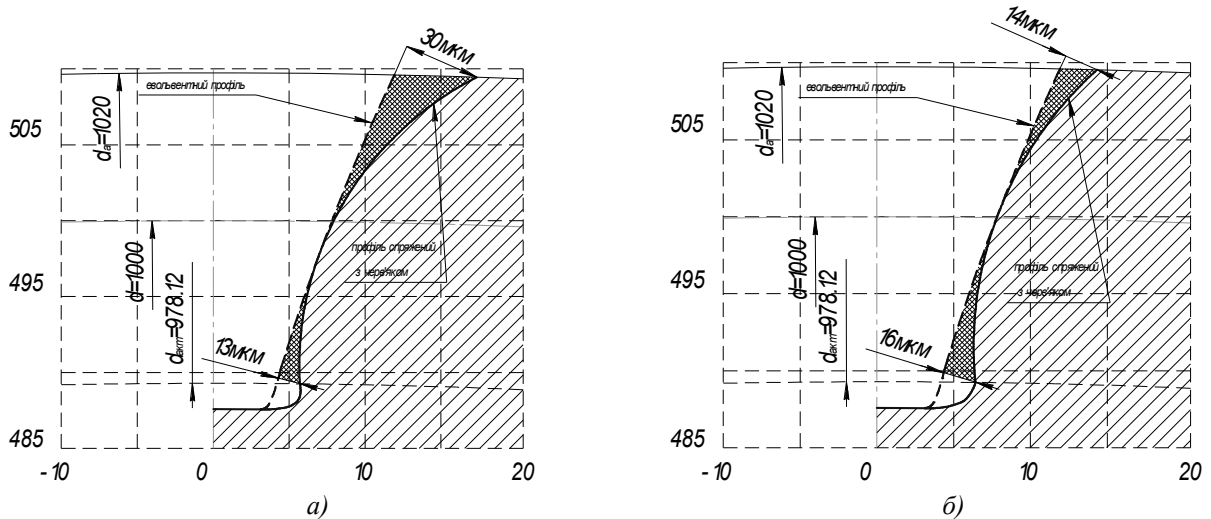


Рис. 4. Похибка профілю зубчастого колеса:  $t = 10$  мм,  $Z_k = 100$ ,  $d_a = 150$  мм  
 а) конволютна фреза; б) архімедова фреза

Підвищення точності профілювання фрез за рахунок вибору кута профілю вихідного контуру. Точність профілю зубчастого колеса характеризується максимальним значенням похибки на профілі його зуба і, як показав аналіз, що при нарізанні коліс стандартними фрезами вона нерівномірна вздовж профілю зуба колеса. Крім того, у стандартних фрез, спроектованих на базі конволютного черв'яка, похибка профілю зубчастих коліс на головці зуба більша, ніж для архімедових фрез. Для того, щоб у головки та ніжки профілю зуба колеса, що нарізається, вирівняти відхилення профілю від теоретично точного евольвентного профілю, пропонується кут вихідного утворюючого контуру вибирати за критерієм мінімальної площі, обмеженої теоретично точним черв'яком та його замінованими.

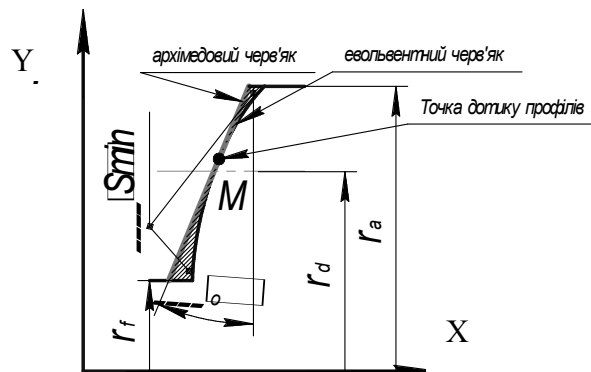


Рис. 5. Заміна евольвентного черв'яка архімедовим за критерієм мінімальної площі

При такій заміні обов'язковою умовою є контакт профілів, що замінюються в точці. Тоді залежності для розрахунків для архімедових черв'яків будуть:

$$\left\{ \begin{aligned}
 S &= \int_{r_f}^{r_a} \left( p \cdot \left( \operatorname{tg}(\arccos \frac{r_o}{y}) - \arccos \frac{r_o}{y} \right) - \left( y_M \frac{-x_M r_o + \frac{p}{y_M} \sqrt{y_M^2 - r_o^2} - p r_o \arccos \frac{r_o}{y_M}}{p \sqrt{y_M^2 - r_o^2}} \right) \right) dy \\
 \frac{\partial S}{\partial x_M} &= 0 \quad \frac{\partial S}{\partial y_M} = 0 \\
 \operatorname{tg}(\alpha_o) &= \frac{p}{r_o y_M} \sqrt{y_M^2 - r_o^2}
 \end{aligned} \right. \quad , (3)$$

де  $x_M, y_M$  – координати точки контакту профілів.

Розв'язок системи (3) отримуємо чисельним методом, оскільки дана система не має аналітичного розв'язку.

Аналогічно проводимо заміну криволінійного осевого профілю евольвентного черв'яка конволютним черв'яком, при чому в осьовому перерізі конволютний черв'як має криволінійний переріз (рис. 6).

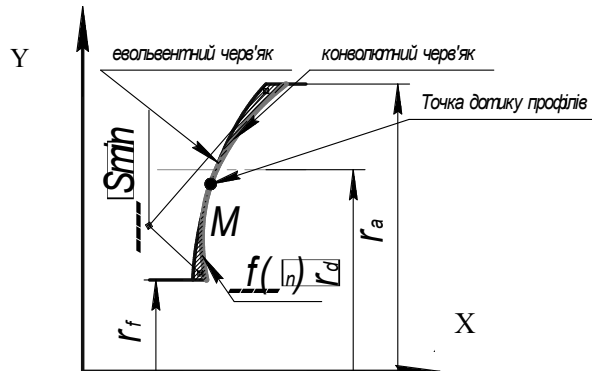


Рис. 6. Заміна евольвентного черв'яка конволютним за критерієм мінімальної площі

Умовою при заміні профілів є також контакт у точці. Для цього необхідно записати рівняння осевого перерізу конволютного черв'яка:

$$\begin{cases} x = p \arccos\left(\frac{\rho}{y}\right) + \rho \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg}\left(\arccos\left(\frac{\rho}{y}\right)\right) \\ \sin \delta = \sin \alpha_n \cos \beta \\ \rho = \frac{(r_d \operatorname{tg} \alpha_n - \frac{\pi m}{4}) \sin \beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_n \sin^2 \beta}} \end{cases} \quad (4)$$

Далі знаходимо межі зміни кута профілю вихідної рейки конволютного черв'яка. Для цього необхідно знайти кут нахилу дотичної  $\tau_a$ ,  $\tau_f$  до профілю евольвентного черв'яка в граничних точках профілю, що відповідають радіусам  $r_a$ ,  $r_f$ :

$$\tau = \frac{p \sqrt{y^2 - r_o^2}}{r_o y}, \quad (5)$$

Рівняння дотичної до осевого профілю конволютного черв'яка буде:

$$\tau = \frac{p\rho + y^3 \operatorname{tg} \delta - y\rho^2 \operatorname{tg} \delta}{y\sqrt{y^2 - \rho^2}}. \quad (6)$$

Підставляючи в рівняння (6) значення  $\tau_a$ ,  $\tau_f$  та відповідні їм значення  $r_a$ ,  $r_f$  і розглянувши його сумісно з (4), знаходимо межі зміни кута вихідного профілю конволютного черв'яка  $\alpha_{na}$ ,  $\alpha_{nf}$ . Змінюючи значення кута профілю конволютного черв'яка у визначених межах з певним кроком знаходимо значення площі, обмеженої цими профілями:

$$S = \int_{r_f}^{r_a} \left( p \cdot \left( \operatorname{tg}\left(\arccos\left(\frac{r_a}{y}\right)\right) - \arccos\left(\frac{r_a}{y}\right) \right) - p \arccos\left(\frac{\rho}{y}\right) - \rho \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg}\left(\arccos\left(\frac{\rho}{y}\right)\right) - \Delta \right) dy, \quad (7)$$

Для вибраного  $\alpha_{ni}$  знаходимо точку контакту профілів як умову рівності у точці контакту кута нахилу дотичних з рівнянь (5), (6). Знаходимо координату  $y$ , спільну для точки контакту обох профілів. Однак координата  $x$  для них буде різною, тому треба привести профілі за координатою  $x$ , це буде різниця їх координат  $\Delta = x_{конв.} - x_{евольв.}$ , яку підставимо в (7). Оптимумом буде мінімальне значення  $S$ .

Як показують розрахунки, при такій заміні вирівнюються похибки профілю колеса у ніжки та вершині зуба  $\Delta_1 = \Delta_2$ .

У середньому похибки профілю зубчастого колеса зменшуються на 5 % від похибок стандартних архімедових фрез та 24 % від похибок стандартних конволютних фрез. Графіки оптимальних кутів вихідного контуру інструментальної рейки для архімедових та конволютних фрез класу А та АА, ААА наведені на (рис. 7).

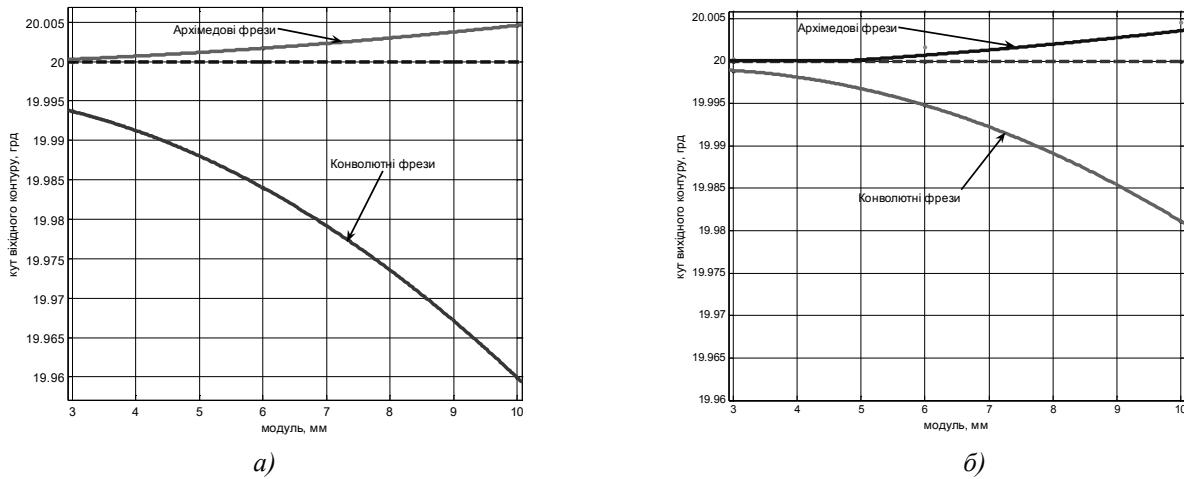


Рис. 7. Оптимальні кути вихідного контуру інструментальної рейки для архімедових та конволютних фрез: а) класу А, б) класу АА, ААА

Оптимальні кути корекції для фрез, спроектованих на основі архімедових черв'яків лежать в сторону збільшення кута рейки, а для фрез з прямолінійним перерізом у нормальній січній площині треба зменшувати від номінального  $20^\circ$ . Ця обставина пояснює розбіжності щодо вибору кута профілю, які є в роботі [6]. Таку кутову корекцію можна використовувати для фрез класу А, АА та ААА та розглядати як резерв щодо точності профілювання таких фрез. Зважаючи на це, можна рекомендувати при проектуванні конволютних фрез вибирати кут вихідного інструментального профілю за критерієм мінімальної площі.

Підвищення точності профілювання фрез за рахунок раціонального поділу вихідного контуру. Підвищити точність профілювання фрез можна за рахунок раціонального поділу вихідного утворюючого контуру, на відміну від конструкції а. с. 3702002/25–08 [7], де вихідний контур поділений на три рівномірні ділянки з різними кутами профілю. Як показали дослідження, це не є оптимальним рішенням. Для зменшення похибки пропонується фреза, де профіль вихідного утворюючого контуру складається з двох ділянок з різними кутами профілю, причому заміну контуру проводимо за критерієм мінімальної площі обмеженими цими профілями. Для архімедових фрез (рис. 8, а), для конволютних фрез (рис. 8, б).

Розрахунок оптимальних значень кутів профілю вихідного контуру  $\alpha_{1o}, \alpha_{2o}$  – для архімедового черв'яка та  $\alpha_{1n}, \alpha_{2n}$  – для конволютного черв'яка проводимо, як для двох евольвентних профілів, які розділені точкою радіуса  $r_i$ , змінюючи радіус цієї точки з певним кроком.

Причому умовою мінімуму буде сума площ, обмежена двома ділянками. Оптимальний кут вихідного профілю для кожної ділянки будемо шукати відповідно до типу заміняючого черв'яка. При такому способі заміни повинна виконуватись ще одна умова, при визначенні суми площ  $\Sigma S_{\min}$  кінці двох замінюючих ділянок повинні співпадати в точці з радіусом  $r_i$ .

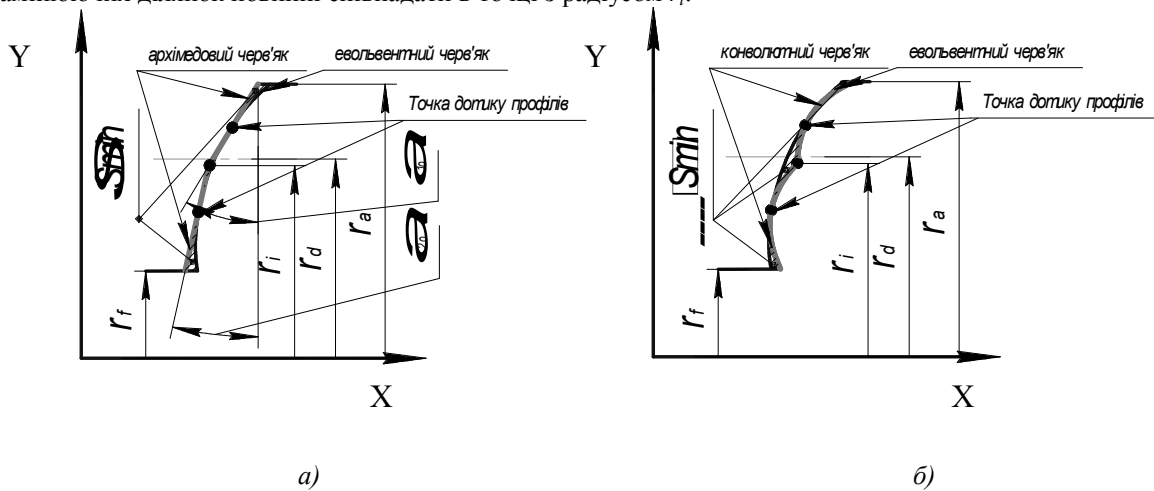


Рис. 8. Заміна евольвентного черв'яка за рахунок раціонального поділу вихідного утворюючого контуру за критерієм мінімальної площі двома кромками:

а) архімедовий черв'як, б) конволютний черв'як

Як показують розрахунки, точність профілювання таких фрез порівняно зі стандартними виросла на 65 % (рис. 9).

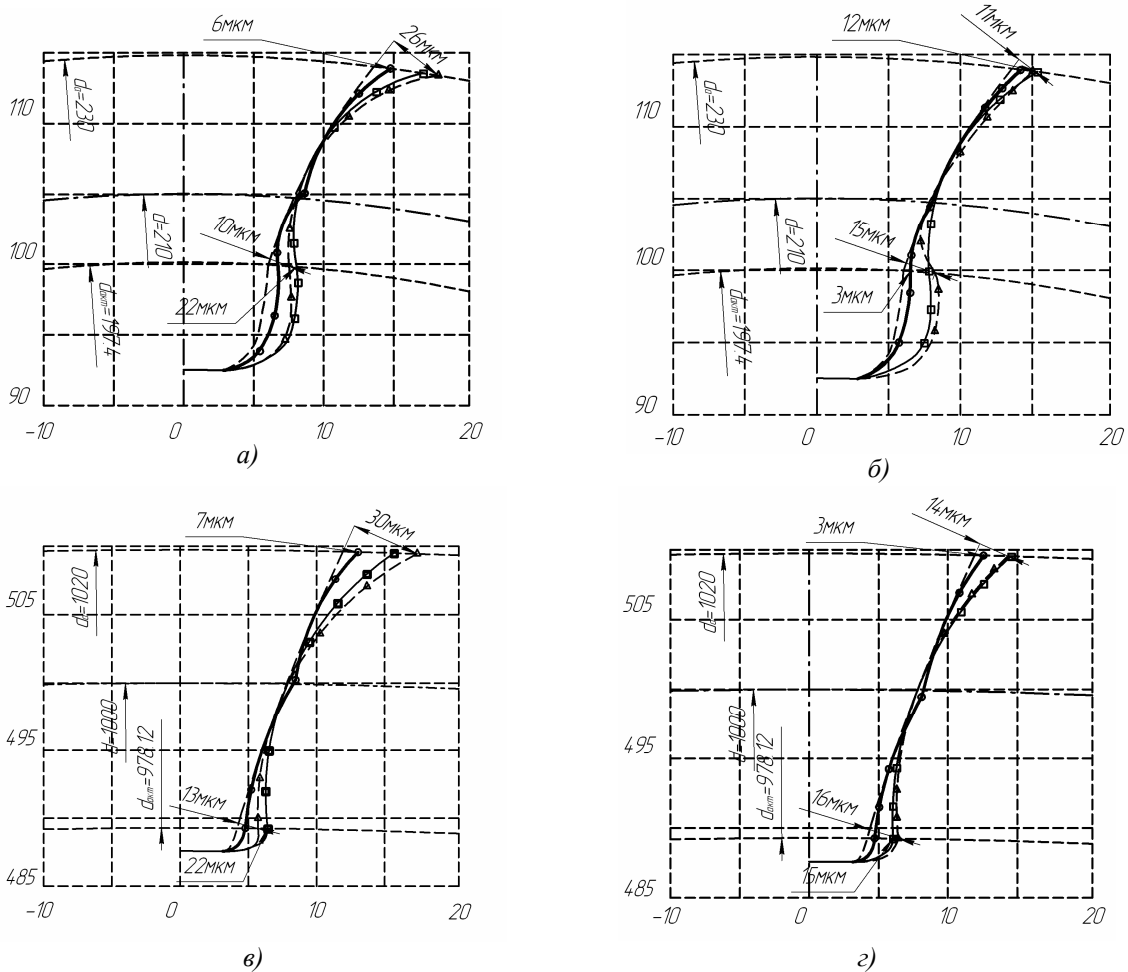


Рис. 9. Похибка профілю колеса:  $t = 10$  мм,  $d_a = 150$  мм: а) конволютна фреза  $Z_k = 21$ , б) архімедова фреза  $Z_k = 21$ , в) конволютна фреза  $Z_k = 100$ , г) архімедова фреза  $Z_k = 100$ , (- -) – евольвентний профіль зуба, (- ▲) – профіль зуба, спряжений з черв'яком стандартної фрези, (-■-) – профіль зуба, спряжений з фрезною з скоректованим кутом профілю, (-●-) – профіль зуба, спряжений з фрезною, профіль вихідного утворюючого контуру якої складається двох ділянок з різними кутами профілю

Оптимальні кути профілю для черв'ячних двокромочних фрез конволютних та архімедових фрез наведені на рис. 10.

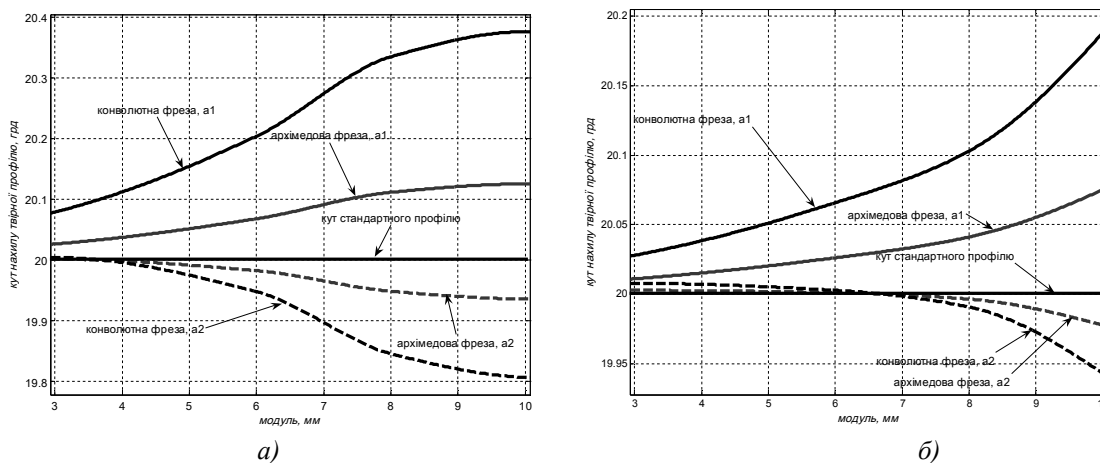


Рис. 10. Оптимальні кути двокромочних фрез:  
а) класу А, б) класу АА, ААА

Точки перегину вихідного контуру профілів двокромочних фрез, для архімедових фрез лежать на діаметрі, меншому, ніж ділительний діаметр фрези, а для конволютних – вони лежать на діаметрі, більшому, ніж ділительний діаметр фрези (рис. 11).

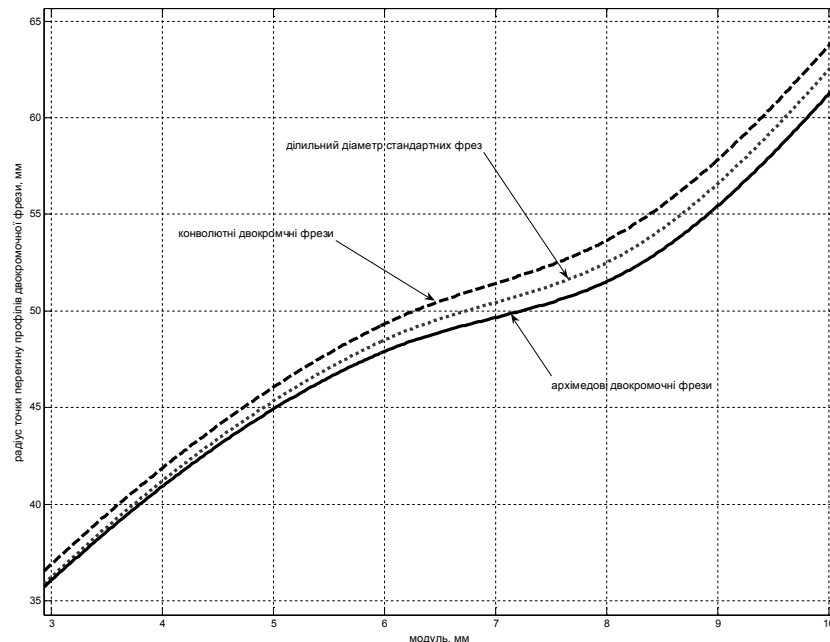


Рис. 11. Радіус точки перегину вихідного контуру двокромочних фрез класу А

Аналіз відхилення профілю зубчастих коліс при зубофрезеруванні отриманими при заміні теоретично точного евольвентного черв'яка фрези на дві прямолінійні ділянки твірного профілю конволютного або архімедового черв'яка за критерієм мінімальної площі показав, що такі фрези дають значне зменшення похибок профілю зубчастого колеса. Такі фрези можна рекомендувати для модулів більше 6 мм для зменшення похибок, визваних заміною теоретично точного черв'яка.

**Висновки.** Показано, що за рахунок зміни кута профілю вихідних інструментальних черв'ячних фрез, спроектованих на основі конволютних та архімедових черв'яків, можна перерозподіляти похибки зубчастого колеса на головці та ніжці зуба.

Обґрунтовано методи вибору раціонального кута вихідного профілю рейки фрези для підвищення профілювання фрез.

Показано, що для модулів до 6 мм підвищити точність можна за рахунок заміни профілю евольвентного черв'яка конволютним або архімедовим за критерієм мінімальної площі. Для фрез модуля більше 6 мм запропоновано зміну криволінійного евольвентного профілю двома прямолінійними ділянками за критерієм мінімальної площі. Це дозволило підвищити точність профілювання до 65 %.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Гончаров А.М. Повышение точности профилирования червячных фрез с оптимальными передними углами // Резание и инструмент. – Харьков: ХГУ, 1990. – Вып. 43. – С. 64–68.
2. Иноземцев Г.Г. Червячные фрезы с рациональными геометрическими и конструктивными параметрами. – Саратов: изд-во Саратовского ин-та, 1961. – 244 с.
3. Лашиев С.К. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. – М.: Машиностроение, 1971. – 216 с.
4. Люкин В.С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. – М.: Машиностроение, 1968. – 372 с.
5. Охріменко О.А. Підвищення точності та працездатності черв'ячних зуборізних фрез: Автореферат дис. – К., 2006. – 21 с.
6. Семенченко Д.И. Новое в вопросах теории профилирования и измерения червячных зуборезных



фрез. – М.: ВНИИ, 1958. – 67 с.

7. Черв'ячна фреза: А.с. 3702002/25-08 СССР, МКИ В23F19/10 / И.С. Лабезник. – № 3633810/08; Заявл. 20.02.84; Опублик. 23.07.85, Бюл. № 27.

РАВСЬКА Наталія Сергіївна – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інструментального виробництва Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– теорія проектування інструменту.

ОХРИМЕНКО Олександр Анатолійович – кандидат технічних наук, асистент кафедри інструментального виробництва Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– теорія проектування інструменту.

СТАШКЕВИЧ Станіслав Ігорович – студент 4-го курсу кафедри інструментального виробництва Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– теорія проектування інструменту.

Подано 04.04.2007