

В.Б. Бенедицький, асист.

В.Г. Ципоренко, к.т.н., доц.

Житомирський державний технологічний університет

**МУЛЬТИПЛІКАТИВНА СПЕКТРАЛЬНА ОБРОБКА СИГНАЛІВ**

*Показано, що в спектральній обробці доцільно використовувати мультиплікативну фазову обробку, яка дозволяє суттєво розширити функціональні можливості та відповідно підвищити ефективність обробки сигналів і функціонування систем в цілому в умовах апріорної невизначеності. Отримано аналітичні співвідношення та експериментальні залежності одновимірних розподілів густини імовірності фази частотних складових значень фазового спектра при мультиплікаційній обробці, які можуть бути використані при аналізі та синтезі спектральних алгоритмів обробки радіосигналів.*

*Загалом отримані результати відображають кращу ефективність мультиплікативної фазової обробки щодо адитивної обробки в умовах апріорної невизначеності.*

**Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.** В сучасних радіоелектронних системах (РЕС), які функціонують в умовах апріорної невизначеності, реалізується сукупність операцій пошуку, селекції, виявлення та аналіз сигналів [1]–[3]. Зазвичай пошук та селекція радіосигналів реалізується в частотній, часовій та просторовій областях визначення, операція виявлення – у часовій або частотній областях, а аналіз параметрів – в часовій або частотній областях. На сьогодні найбільш перспективним варіантом реалізації обробки сигналів інформації в РЕС є використання цифрових методів і відповідних апаратурних засобів. Перспективним напрямком для підвищення ефективності цифрової обробки радіосигналів та інформації в умовах апріорної невизначеності та при наявності випромінювань, що заважають, є використання спектральних методів, тобто шляхом обробки енергетичних та комплексних спектрів [4]–[5].

Цифрова спектральна обробка забезпечує широкі функціональні можливості при наявності сучасних ефективних методів пошуку, виявлення, аналізу радіосигналів РЕС зв'язку, радіолокації, радіонавігації і радіоконтролю. Необхідна заводо захищеність та ефективність РЕС на сьогодні досягається шляхом використання обробки амплітудних, фазових або комплексних спектрів прийнятої суміші випромінювання [6]. Тому дослідження заводо захищеності фазових комплексних спектральних методів обробки є важливим науковим та практичним завданням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми.** Більшість робіт з аналізу заводо захищеності вузькосмугових та широкосмугових радіосигналів взагалі розглядають аналогові та цифрові методи обробки в часовій області. Але при цьому забезпечується малоефективна обробка суміші випромінювання рознесених по частоті, особливо в умовах апріорної невизначеності [7], [3].

В ряді робіт [8]–[9] досліджені частотні методи аналізу проходження радіосигналів через лінійні радіокола, але при цьому данні методи не дозволяють використовувати складні алгоритми перетворення. В роботах [10]–[11] досліджені лінійні алгоритми кореляційної, кореляційно-фільтрової та фільтрової обробки радіосигналів у частотній області. Але при цьому данні методи використовують обмежену кількість операцій обробки амплітудного і фазового спектрів радіосигналів, що суттєво обмежує їх функціональні можливості та відповідно – ефективність. Таким чином, задача дослідження заводо захищеності складних, в тому числі нелінійних алгоритмів обробки, комплексних спектрів суміші радіосигналів є недостатньо дослідженими і потребують подальшого розгляду.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Невирішеною раніше частиною загальної проблеми дослідження аналізу методів заводо захищеності алгоритмів обробки комплексних спектрів радіосигналів є аналіз заводо захищеності лінійних і нелінійних алгоритмів обробки фазових спектрів суміші випромінювань в умовах складної ЕМО.

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Відповідно до невирішених раніше частин загальної проблеми аналізу заводо захищеності спектральних методів обробки радіосигналів цілями статті є:

- дослідження особливостей обробки фазових спектрів радіосигналів у складній ЕМО;
- аналіз особливостей обробки фазового спектра випадкових широкосмугових сигналів;
- аналіз заводо захищеності обробки фазового спектра суміші широкосмугового сигналу і шуму.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Нехай необхідно провести обробку фазового

спектра радіосигналу  $S(t, \varphi)$  за певним алгоритмом в умовах апіорної невизначеності. При цьому приймається адитивна суміш  $U(t)$  зі статистично незалежним білим гаусовим шумом  $n(t)$  впродовж часового інтервалу  $t \in [0, T_a]$ . Шум  $n(t)$  і сигнал  $S(t, \varphi)$  є обмеженими по смузі частот  $\{0, f_g\}$ . Вихідні умови запишемо таким чином:

$$U(t) = S(t, \varphi) + n(t), \quad (1)$$

де  $\varphi$  – початкова фаза радіосигналу, що є апіорно відомою величиною з рівномірним розподілом густини імовірності в інтервалі  $[-\pi, \pi]$ ;

$S(t, \varphi)$  – відома детермінована функція аргументів  $t$  та  $\varphi$ , що має вигляд:

$$S(t, \varphi) = A(t) \cdot \cos(2\pi f t + \gamma(t) + \varphi),$$

де  $A(t)$ ,  $\gamma(t)$  – детерміновані функції, що відображають закони амплітудної та фазової модуляції.

Нехай відомі апіорі всі необхідні імовірнісні характеристики шуму  $n(t)$ :

$M_n$ ,  $D_n$  – відповідно математичне очікування та дисперсія шуму  $n(t)$ , зазвичай  $M_n = 0$ ;

$N = \text{const}$  – двостороння спектральна щільність потужності шуму  $n(t)$ ,

але невідома апіорія наявності корисного сигналу.

Для даних умов необхідно провести обробку радіосигналу прийнятої суміші  $U(t)$  шляхом перетворення її фазового спектра за умови незмінності спектрального складу і спектра амплітуд. А також визначити характеристики та параметри суміші  $U(t)$  при даній обробці.

При розв'язку задачі розглянемо випадок безперервно-дискретного та дискретно-дискретного прийому суміші (1).

При цьому в частотній області визначення суміші  $U(t)$  відповідає дискретний комплексний спектр, що визначається відомим дискретним перетворенням Фур'є [9], яке можна записати у вигляді:

$$U(jf_k) = \Psi \cdot S(jf_k, \varphi_k) + n(jf_k), \quad (2)$$

де  $S(jf_k, \varphi_k)$ ,  $n(jf_k)$  – відповідно комплексні дискретні спектри корисного сигналу і шуму;

$\Psi$  – випадковий параметр, що може приймати тільки два значення нуль або один;

$k = 0, 1, \dots, N - 1$  – частотна складова дискретного комплексного спектра,

де  $N = \frac{T_a}{T_\delta}$ ;

$T_a$  – період аналізу суміші;

$T_\delta$  – період дискретизації суміші, що визначається [9].

У такому випадку спектр суміші являє собою сукупність окремих спектральних складових, що характеризується відповідними комплексними амплітудами, які можливо записати в алгебраїчній або показниковій формах:

$$U(jf_k) = \text{Re}_k + j \text{Im}_k = \bar{U}_k \exp(j\varphi_k), \quad (3)$$

де  $\text{Re}_k$ ,  $\text{Im}_k$  – відповідно дійсна та уявна складові комплексної амплітуди  $k$ -ї складової;

$\bar{U}_k$ ,  $\varphi_k$  – модуль та аргумент комплексної амплітуди  $k$ -ї складової.

В такому випадку кожен комплексну амплітуду частотної складової  $\bar{U}_k$  можливо обробляти паралельно та незалежно одну від одної за різними алгоритмами. Це забезпечує можливість обробки різних випромінювань за відповідними ефективними методами, а також використання складних алгоритмів обробки за лінійними або нелінійними законами перетворення фазового спектра при незмінному спектральному складі радіосигналів та їх енергетичних характеристик.

У простому випадку лінійне перетворення аргументу довільної  $k$ -ї складової при фазовій обробці можливо записати у вигляді:

$$S_{k \text{ вих}}(f_k, \varphi_{k \text{ вих}}) = P[S_{k \text{ вх}}(f_k, \varphi_{k \text{ вх}})], \quad (4)$$

де

$$\varphi_{k \text{ вих}} = a_k \cdot \varphi_{k \text{ вх}} + b_k. \quad (5)$$

Зазвичай у відомих методах фільтрової кореляційної обробки використовується варіант лінійного перетворення, коли  $a_k = 1$  [9], тобто:

$$\varphi_{k \text{ вих}} = \varphi_{k \text{ вх}} + b_k. \quad (6)$$

Дану операцію доцільно визначити як адитивне фазове перетворення.

При використанні часових методів перетворюється початкова фаза всього вихідного сигналу (4), при

цьому початкові фази частотних складових пов'язані певною залежністю, що суттєво звужує функціональні можливості обробки.

Також можливий варіант рівняння (5) у вигляді:

$$\varphi_{k \text{ вих}} = a_k \cdot \varphi_{k \text{ вих}}. \quad (7)$$

При виконанні рівності результатів рівнянь (6) і (7) перетворення (7) доцільно визначити як мультиплікативне фазове перетворення, яке виконується шляхом множення аргументу  $k$ -ї складової на певний коефіцієнт перетворення  $a_k$ .

Виконаємо аналіз основних характеристик мультиплікативного перетворення фази однієї частотної складової для умов: 1) прийому суміші корисного сигналу і шуму; 2) відсутності сигналу та прийому тільки реалізації шуму. При цьому для обох варіантів прийому сигналів розглянемо фазове перетворення комплексної амплітуди в алгебраїчній та показниковій формах.

При спектральному прийомі довільного широкосмугового шуму результат спектрального перетворювання на довільній  $k$ -ій частоті еквівалентний процесу  $n(t)$ , який є квазігармонічним вузькосмуговим нормальним шумом у вигляді:  $n(t) = E_n(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$  з нульовим середнім та симетричним енергетичним спектром відносно несучої частоти  $\omega_0$ . Даний процес може бути представлений через квадратурні складові  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ , що відповідає умові обробки спектральних складових в алгебраїчній формі [12]. Процеси  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  також відповідають нормальному закону розподілу з нульовим середнім та з дисперсією  $\sigma^2$ , оскільки вони зв'язані з процесом  $n(t)$  [8].

Виконаємо аналіз одновимірного розподілу імовірності при мультиплікативній обробці.

Густина розподілу імовірності  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  відповідає:

$$W(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y_1^2}{2\sigma^2}}, \quad (8)$$

$$W(y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y_2^2}{2\sigma^2}}. \quad (9)$$

При мультиплікаційній обробці дисперсії процесів  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  помножується на відповідні коефіцієнти  $k_1$ ,  $k_2$  за умови, що  $k_1 \neq k_2$  і  $k_1 \neq 0$ ,  $k_2 \neq 0$ :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma \cdot k_1, \\ \sigma_2 &= \sigma \cdot k_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Відповідно густина розподілу імовірності після перетворення приймає вигляд:

$$W_1(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma \cdot k_1} e^{-\frac{y_1^2}{2\sigma^2 \cdot k_1^2}}, \quad (11)$$

$$W_1(y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma \cdot k_2} e^{-\frac{y_2^2}{2\sigma^2 \cdot k_2^2}}. \quad (12)$$

Оскільки  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  статистично незалежні, то їх зважена густина розподілу приймає вигляд:

$$W_2(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \cdot k_1 k_2} e^{-\left(\frac{y_1^2}{2\sigma^2 \cdot k_1^2} + \frac{y_2^2}{2\sigma^2 \cdot k_2^2}\right)}. \quad (13)$$

Для визначення закону розподілу фази процесу переходимо до нових змінних  $A$ ,  $\varphi$ .

При цьому якобіан перетворення дорівнює [12]:

$$D = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -A \sin \varphi \\ \sin \varphi & A \cos \varphi \end{vmatrix} = A. \quad (14)$$

В наслідок вираз (13) приймає вигляд:

$$W_3(A, \varphi) = \frac{A}{2\pi\sigma^2 \cdot k_1 k_2} e^{-\left(\frac{A^2 \cos^2 \varphi}{2\sigma^2 \cdot k_1^2} + \frac{A^2 \sin^2 \varphi}{2\sigma^2 \cdot k_2^2}\right)}. \quad (15)$$

Після відповідних перетворень визначимо одновимірний закон розподілу фази процесу  $n(t)$ :

$$W_4(\varphi) = \frac{k_1 k_2}{2\pi (k_2^2 \cos^2 \varphi + k_1^2 \sin^2 \varphi)}. \tag{16}$$

Виконаємо аналіз рівняння (16) для умов  $k_1 > k_2$ ,  $k_1 = 1$  та  $k_1 < k_2$ ,  $k_2 = 1$ . Дослідження відповідних залежностей зображено на рис. 1 та рис. 2.

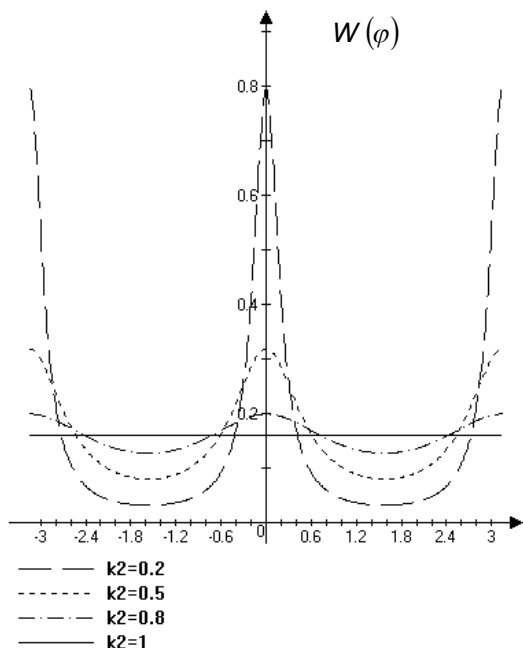


Рис. 1

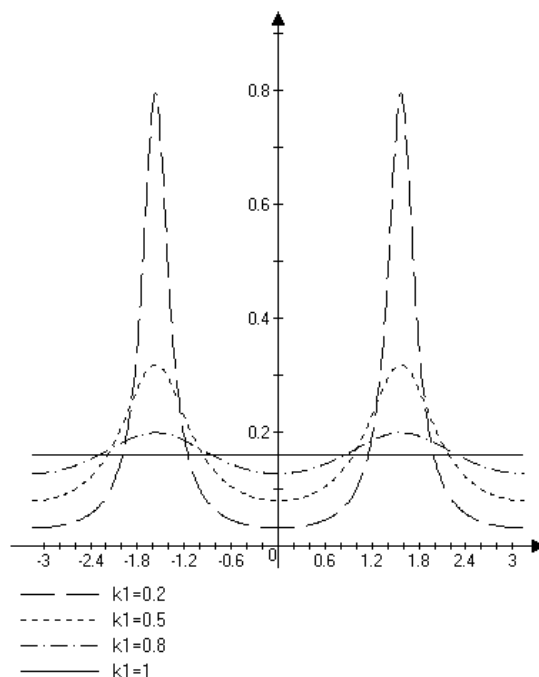


Рис. 2

Аналіз цих залежностей показує, що мультиплікативна обробка обумовлює суттєвий нерівномірний розподіл імовірності фази. Даний розподіл має один або два локальних максимуми, положення яких залежить від коефіцієнтів перетворення  $k_1$  та  $k_2$ .

При обробці суміші корисної  $k$ -ої частотної складової і гаусовського шуму, результат спектрального перетворення відповідає прийому адитивної суміші гармонічного сигналу та вузькосмугового випадкового процесу  $n(t)$  [12]:

$$S_k(t) = A_k \cdot \cos(2\pi f_k t + \varphi_k), \tag{17}$$

$$n_k(t) = E_n \cdot \cos(2\pi f_{0k} t + \psi), \tag{18}$$

$$U_k(t) = S_k(t) + n_k(t). \tag{19}$$

Визначимо характеристики початкової фази суміші (19) при мультиплікативній обробці для умов попереднього випадку, шляхом імітаційного моделювання [13]. Результат досліджень зображено на рис. 3.

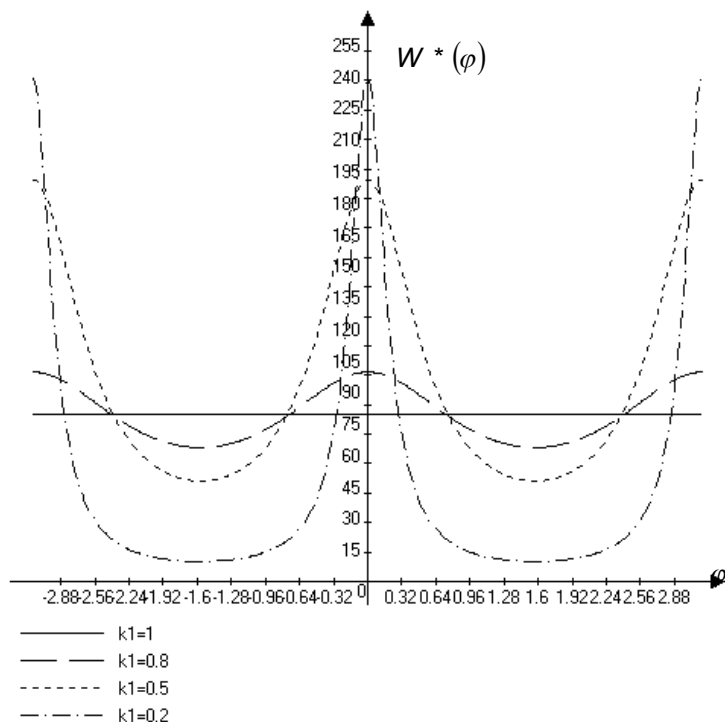


Рис. 3

Аналіз залежностей на рис.3 показує, що при мультиплікативній обробці суміші корисного сигналу і шуму розподіл фази також має нерівномірний характер з локальними максимумами, положення яких залежать від коефіцієнтів перетворення  $k_1$  та  $k_2$ .

Також проведено імітаційне програмне моделювання при мультиплікативній фазовій обробці з використанням показникової форми комплексної амплітуди суміші корисного сигналу та шуму. Вихідні умови запишемо таким чином:

$$U(jf_k) = \bar{U}_k \exp(jK\varphi_k). \tag{20}$$

де  $K$  – коефіцієнт перетворення фазової складової комплексного спектра,  $K \neq 0$ ,  $K \neq 1$ .

Результати досліджень наведені для умов: а) прийому суміші корисного сигналу і шуму відповідно рис. 4 та рис. 5; б) відсутності корисного сигналу в суміші та прийому тільки реалізації шуму рис. 6 та рис. 7.

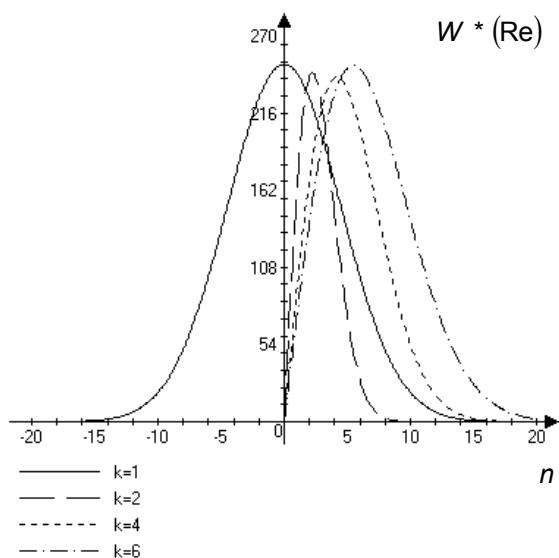


Рис. 4

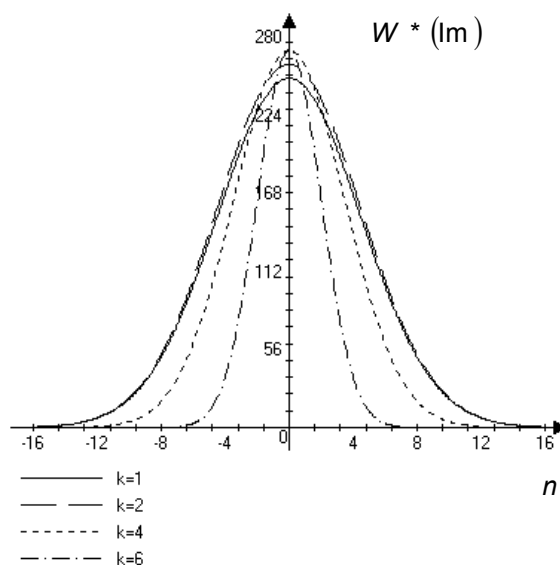


Рис. 5

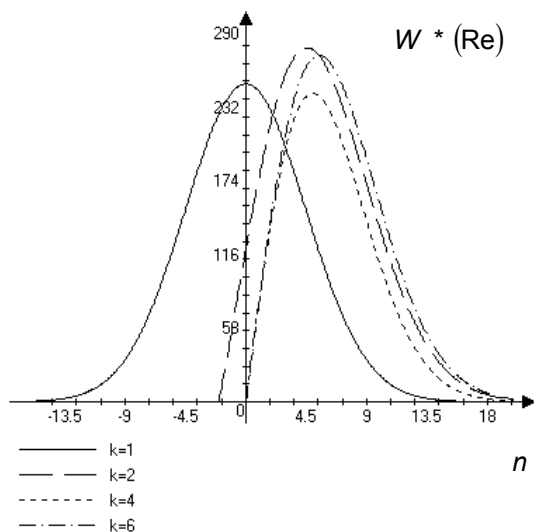


Рис. 6

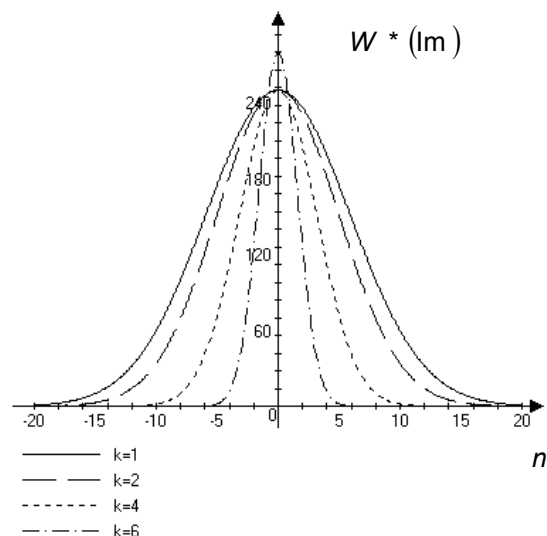


Рис. 7

Аналіз залежностей рис. 4 та рис. 6 показує, що при коефіцієнті перетворення фази  $K > 1$  дійсна частина комплексного спектра суміші сигналу та шуму розподілені за нормальним законом, але зменшується дисперсія зі збільшенням коефіцієнта перетворення. Аналіз залежностей рис. 5 та рис. 7 показує, що закон розподілу уявної частини комплексного спектра перетворюється відповідно в релєєвський закон розподілу, при цьому дисперсія зменшується.

В цілому аналіз отриманих рівнянь та графіків показує, що мультиплікативна фазова обробка визначає можливість певного зменшення дисперсії фази з суттєвим перетворенням закону розподілу. Це еквівалентно покращенню завадозахищеності аналізу? або відповідно покращення співвідношення сигнал/шум.

**Висновки.** Таким чином, при однакових кінцевих результатах щодо сигналу при визначенні його параметрів та характеристик на виході пристрою вплив мультиплікативної обробки суттєво відрізняється від адитивної обробки і суттєво залежить від форми зображення процесу, що визначається їх нелінійним взаємозв'язком. Дану особливість доцільно враховувати та використовувати при цифровій обробці сигналів, оскільки вони можуть суттєво впливати на якість пошуку, аналізу, розпізнавання сигналу.

**Перспективи подальших досліджень у даному напрямку.** Перспективи подальших досліджень в даному напрямку полягають в дослідженні ефективності мультиплікативної фазової обробки для умов конкретних алгоритмів обробки сигналів.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Информационные технологии в радиотехнических системах: Учеб. пособие / В.А. Васин, И.Б. Власов, Ю.М. Егоров и др. / Под ред. И.Б. Фёдорова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. – 768 с.
2. Радиотехнические системы / Под ред. Ю.И. Казаринова. – М.: Высш. шк., 1990. – 486 с.
3. Обнаружение радиосигналов / П.С. Акимов, Ф.Ф. Евстратов, С.И. Захаров и др. / Под ред. А.А. Колосова. – Радио и связь, 1989. – 288 с.
4. Ципоренко В.Г., Ципоренко О.Д. Виявлення радіосигналів шляхом аналізу їх спектра // Вісник ЖІТІ / Технічні науки. – 2000. – № 15 – С. 148–151.
5. Мартынов В.А., Селихов Ю.И. Панорамные приемники и анализаторы спектра. – М.: Советское радио, 1980. – 352 с.
6. Ципоренко В.Г. Ефективність аналізу радіосигналів із використанням частотної області визначення в складній електромагнітній обстановці // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2006. – № 1 (36). – С. 96–101.
7. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
8. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – Т. 2. – М.: Сов. радио, 1975. – 470 с.
9. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.

10. Бобров Д.Ю., Доброжанский А.П., Зайцев Г.В., Маликов Ю.В., Цытин И.Б. Обработка сигналов в многофункциональных РЛС. – Часть 2: Алгоритмы обработки радиолокационных сигналов. Цифровая обработка сигналов. – № 1. – 2002.
11. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
12. Филипский Ю.В. Случайные сигналы в радиотехнике. – К.: Высш. шк., 1986. – 126 с.
13. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко – С.-Пб.: Питер, 2002. – 608 с.

БЕНЕДИЦЬКИЙ Василь Борисович – асистент Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– цифрові радіотехнічні пристрої.

ЦИПОРЕНКО Валентин Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіотехніки Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– радіоелектроніка з використанням цифрової обробки сигналів.

Подано 30.01.2007

УДК 621.37:621.391

В.Б. Бенедицкий, В.Г. Ципоренко Мультипликативная спектральная обработка сигналов

Показано, что в спектральной обработке целесообразно использовать мультипликативную фазовую обработку, которая разрешает существенно расширить функциональные возможности и соответственно повысить эффективность обработки сигналов и функционирование систем в целом в условиях априорной неопределенности. Получены аналитические соотношения и экспериментальные зависимости одномерных распределений плотности вероятности фазы частотных составляющих значений фазового спектра при мультипликативной обработке, которые могут быть использованы при анализе и синтезе спектральных алгоритмов обработки радиосигналов.

В целом полученные результаты отображают лучшую эффективность мультипликативной фазовой обработки по отношению к аддитивной обработке в условиях априорной неопределенности.

УДК 621.37:621.391

В.Б. Бенедицький, В.Г. Ципоренко Мультиплікативна спектральна обробка сигналів

Показано, що в спектральній обробці доцільно використовувати мультиплікативну фазову обробку, яка дозволяє суттєво розширити функціональні можливості та відповідно підвищити ефективність обробки сигналів і функціонування систем в цілому в умовах априорної невизначеності. Отримано аналітичні співвідношення та експериментальні залежності одновимірних розподілів густини імовірності фази частотних складових значень фазового спектра при мультиплікаційній обробці, які можуть бути використані при аналізі та синтезі спектральних алгоритмів обробки радіосигналів.

В цілому отримані результати відображають кращу ефективність мультиплікативної фазової обробки щодо до адитивної обробки в умовах априорної невизначеності.

УДК 621.37:621.391

V.B. Beneditsky, V.G. Tsiporenko, Multiply spectral processing of signals

It is shown, that in spectral processing it is expedient to use multiply phase processing which allows to expand essentially functionalities and accordingly to increase efficiency of processing of signals and functioning of systems as a whole in conditions of aprioristic uncertainty. Analytical equation and experimental dependences of distribution of density of a phase of frequency spectrum making values of a phase spectrum are received at multiply processing which can be used at the analysis and synthesis of spectral algorithms of processing of radio signals.

As a whole the received results display the best efficiency of multiply phase processing in relation to additiate to processing in conditions of aprioristic uncertainty.