

О.М. Безвесільна, д.т.н, проф.

Національний технічний університет України "КПІ"

### ВИЗНАЧЕННЯ СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК ГІРОМАЯТНИКОВОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА ПІД ВПЛИВОМ ВИПАДКОВИХ ПОСТУПАЛЬНИХ ТА КУТОВИХ ВІБРАЦІЙ

*Розглянуто роботу гіромаятникового акселерометра, що встановлений на основі, яка вібрує. Визначено систематичну складову частину похибки вимірювання прискорень, що обумовлена впливом випадкових поступальних та кутових вібрацій основи акселерометра.*

**Постановка проблеми в загальному вигляді, аналіз існуючих досліджень і публікацій.** Новий гіромаятниковий акселерометр (ГА) [1] можливо та доцільно використовувати для вимірювань гравітаційних прискорень або їх аномалій [1, 2], а також в інших галузях науки і техніки: в інерційних системах навігації, системах аерокосмічних апаратів, надводних та підводних кораблів та в інших технічних пристроях.

У роботах [1–5] показано значні переваги ГА перед іншими типами акселерометрів. У роботах [1–5 та інші] досліджено статичні похибки ГА та похибки ГА при гармонійному впливі завод. Але не досліджено роботу ГА в умовах випадкових завод. Тому мета даної роботи (дослідження випадкових поступальних та кутових вібрацій) є актуальною.

**Метою даної роботи** є дослідження систематичної складової частини похибки нового триступеневого ГА [1], що встановлений на рухомому об'єкті і працює в умовах випадкових кутових і поступальних коливань основи. Вивчений вплив ступеня нерегулярності цих коливань на величину похибки приладу.

**Викладення основного матеріалу досліджень.** Розглянемо новий ГА [1], що являє собою важкий симетричний гіроскоп у триступеновому кардановому підвісі з вертикально розташованою віссю обертання зовнішньої рамки (рис. 1).

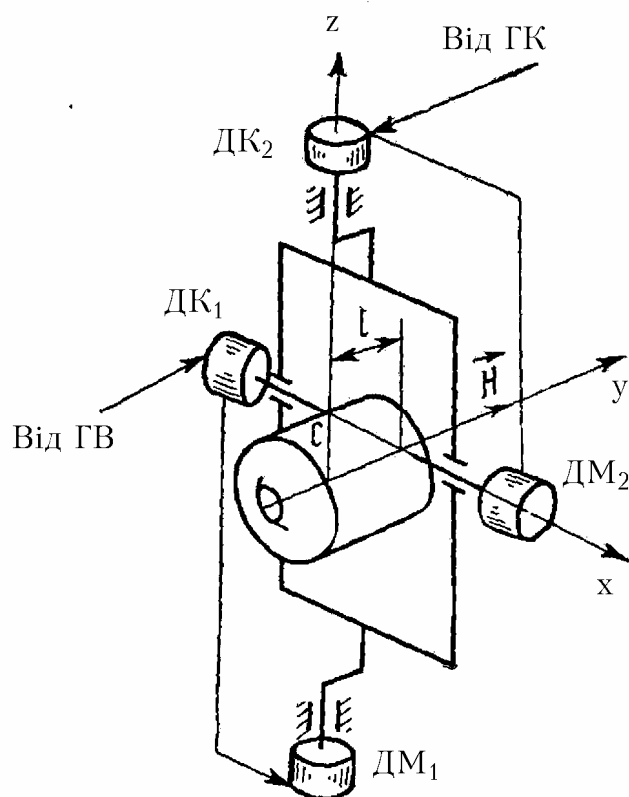


Рис. 1. Гіромаятниковий акселерометр (ГА)

Цей прилад має дві системи корекції, що здійснюються за допомогою електричних датчиків кута (ДК) і датчиків моменту (ДМ). Ці датчики розташовані на осях підвісу гіроскопа і мають пропорційні характеристики. Кут повороту зовнішньої рамки в сталому режимі роботи акселерометра пропорційний

вертикальній складовій прискорення об'єкта, яка дорівнює різниці між абсолютним лінійним прискоренням об'єкта і гравітаційним прискоренням. Для зменшення похибок, викликаних просторовим рухом об'єкта, в системах корекції гіроскопа використовуються сигнали від гіровертикалі (ГВ) і гірокомпаса (ГК). Це забезпечує задану орієнтацію головної осі гіроскопа в земній системі координат.

Положення об'єкта в опорній системі координат задамо трьома кутами Ейлера [8]: нишпорення  $\varphi$ , диференту  $\psi$ , і крену  $\theta$ ; кут повороту зовнішньої рамки акселерометра щодо корпусу основи позначимо як  $\varepsilon$ , а поворот гіроскопа навколо осі кожуха – як  $\sigma$ . Будемо розглядати випадок низькочастотних кутових і поступальних коливань об'єкта – хитавиця і фугоїдний (орбітальний) рух, частота яких знаходиться в діапазоні  $(10^{-2} \dots 1)$  Гц [6, 8]. Вводячи позначення  $\alpha = \varepsilon + \varphi$  і  $\beta = \sigma + \theta$ , прецесійні рівняння руху ГА без урахування інструментальних похибок запишемо у вигляді [3]:

$$\begin{aligned} n_1 \dot{\alpha} + H \omega_y \alpha + H \dot{\beta} + k_1 \beta &= -H \omega_x; \\ -H \dot{\alpha} - k_2 \alpha + n_2 \dot{\beta} - m l \omega_y \beta + H \omega_x \beta &= H \omega_z - m l (\omega_z + g), \end{aligned} \tag{1}$$

де  $n_1, n_2$  – коефіцієнти в'язкого тертя, що діє по осях підвісу ГА;

$k_1, k_2$  – коефіцієнти, що характеризують інтенсивність впливу систем корекції;

$g$  – прискорення сили ваги;

$w_x(t), w_y(t), w_z(t), \omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t)$  – проекції лінійних прискорень місця розташування приладу і кутових швидкостей об'єкта на пов'язані осі, обумовлені рівняннями [8]:

$$\begin{aligned} w_x &= w_x^0 - x(\psi^2 + \varphi^2) + y(-\ddot{\varphi} + \ddot{\psi}\theta + 2\dot{\psi}\dot{\theta}) + z(\ddot{\psi} - \ddot{\varphi}\theta + 2\dot{\varphi}\dot{\theta}); \\ w_y &= w_y^0 + x(\ddot{\varphi} - \ddot{\psi}\theta) - y(\theta^2 + \varphi^2) - z(\ddot{\theta} - \ddot{\varphi}\psi - 2\dot{\varphi}\dot{\psi}); \\ \omega_x &= \dot{\theta} - \dot{\varphi}\psi; \quad \omega_y = \dot{\psi} + \varphi\theta; \quad \omega_z = \dot{\varphi} - \dot{\psi}\theta; \end{aligned}$$

де  $w_x^0, w_y^0$  – відповідні складові прискорення центра мас об'єкта.

Вирішимо систему рівнянь (1) щодо невідомого  $\alpha$ , ввівши позначення:

$$\begin{aligned} H^2 k_1^{-1} k_2^{-1} = T^2 = a_0; \quad H(k_1 + k_2) k_1^{-1} k_2^{-1} = 2\xi T = a_1; \quad a_2 = 1; \quad n_1 m g k_1^{-1} k_2^{-1} = a_3; \\ H(n_2 - n_1) g k_1^{-1} k_2^{-1} = a_4; \quad H m g l k_1^{-1} k_2^{-1} = a_5; \quad H g k_2^{-1} = a_6; \quad m g l k_2^{-1} = a_7; \\ H^2 g k_1 k_2 = a_8; \quad g^{-1} = v \end{aligned}$$

і враховуючи те, що  $n_1 n_2 \ll H^2$ ,  $n_2 \dot{\omega}_x \ll H \dot{\omega}_z$  замість (1) отримуємо:

$$\begin{aligned} a_0 \ddot{\alpha} + a_1 \dot{\alpha} \left[ a_2 - v (a_3 w_y^0 - a_4 \dot{\omega}_y + a_5 \omega_y w_y^0 + a_8 \omega_y^2) \right] \alpha = \\ = v (a_5 \dot{w}_z + a_5 \omega_x w_y^0 - a_6 \omega_z + a_7 w_z^0 + a_8 \omega_x \omega_y - a_8 \dot{\omega}_z). \end{aligned} \tag{2}$$

Відповідно до [8] будемо вважати поступальні й кутові коливання об'єкта вузькосмуговими випадковими стаціонарними процесами з нульовими математичними очікуваннями, переважними частотами  $\lambda_{ij}$  і спектральними щільностями вигляду:

$$S_{ij} = \frac{2\mu_{ij} D_{ij}}{\pi} \cdot \frac{\mu_{ij}^2 + \lambda_{ij}^2}{\omega^4 + 2(\mu_{ij}^2 + \lambda_{ij}^2)\omega^2 + (\mu_{ij}^2 + \lambda_{ij}^2)^2}, \tag{3}$$

де  $\mu_{ij}$  – коефіцієнт згасання кореляційної функції, що характеризує ступінь нерегулярності відповідного випадкового процесу;  $D_{ij}$  – дисперсія кутових і лінійних прискорень основи приладу.

Розв'язки рівняння (2) будемо шукати у вигляді ряду за степенями малого параметра  $v$ :

$$\alpha = \alpha_0 + v \alpha_1 + v^2 \alpha_2 + \dots \tag{4}$$

Підставимо вираз (4) у рівняння (2) і, прирівнявши коефіцієнти при однакових степенях  $v$  в обох частинах рівняння, одержимо систему рівнянь для визначення членів ряду. Очевидно, що математичне очікування похибки ГА може бути представлено у вигляді:

$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha_0} + v \overline{\alpha_1} + v^2 \overline{\alpha_2} + \dots, \tag{5}$$

де

$$\begin{aligned} \overline{\alpha_0} &= v a_2^{-1} \left( \overline{a_5 \omega_x w_y^0} + \overline{a_8 \omega_x \omega_y} \right); \\ \overline{\alpha_1} &= a_2^{-1} \left( \overline{a_3 \dot{w}_y^0} - \overline{a_4 \dot{\omega}_y} + \overline{a_5 \omega_y w_y^0} + \overline{a_8 \omega_y^2} \right) \overline{\alpha_0}; \\ &\dots \end{aligned} \tag{6}$$

Застосовуючи метод спектрального розкладання випадкових впливів [2, 3] і обмежившись двома членами ряду (5), з рівнянь (6) отримуємо:

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_3 a_5 v^2 \omega^2 + a_3 a_7 v^2 j \omega}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j \omega} S_{w_y^0, w_z^0}(\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_2 a_8 v^2 \omega^2 - a_2 a_6 v j \omega}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j \omega} S_{\psi, \theta}(\omega) d\omega +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_4 a_6 v^2 j \omega^3 + a_4 a_8 v^2 \omega^4}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j \omega} S_{\psi, \varphi}(\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_4 a_7 v^2 \omega^2 - a_4 a_5 v^2 j \omega^3}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j \omega} S_{w_z^0, \psi}(\omega) d\omega -$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_3 a_6 v^2 \omega^2 + a_3 a_9 v^2 j \omega^3}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j \omega} S_{w_y^0, \varphi}(\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_2 a_5 v^2 \omega^2}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j \omega} S_{w_y^0, \theta}(\omega) d\omega. \quad (7)$$

З формули (7) очевидно, що систематична похибка ГА обумовлена корельованістю поступальних і кутових коливань об'єкта.

Для обчислення інтегралів виразу (7) скористаємося формулою (3), приступивши для визначеності  $\mu_{ij} = \mu$ ;  $\lambda_{ij} = \lambda$ ;  $b^2 = \mu^2 + \lambda^2$ , привівши інтеграли до стандартного вигляду і врахувавши їх, одержимо остаточний вираз для постійної складової похибки приладу:

$$\bar{\alpha} = b^2 H (T \xi k_1^2 k_2^2)^{-1} \left\{ (T \mu + \xi) (HTk_1 k_2 D[\psi, \theta] T m^2 l^2 n_1 D[w_y^0, w_z^0] + \right.$$

$$+ T m l n_1 k_1 D[w_z^0, \psi] + T m l n_1 k_1 D[w_y^0, \varphi] + HT m l k_2 D[w_y^0, \theta]) \left. \right\} +$$

$$+ (T b^2 \xi + \mu) H^2 n_1 D[\psi, \varphi] \left\{ (1 - T^2 b^2)^2 + 4 [T^2 b^2 \xi + T \mu (1 + T^2 b^2) \xi + T^2 \mu^2] \right\}^{-1}. \quad (8)$$

При гармонійному характері поступальних і кутових коливань об'єкта з частотою  $\omega$ , тобто при [7]  $\mu = 0$ ;  $b = \lambda = \omega$ ,

$$D[\psi, \theta] = \psi_m \theta_m / 2; \quad D[w_y^0, w_z^0] = w_a w_b / 2; \quad D[w_z^0, \psi] = w_b \psi_m / 2;$$

$$D[w_y^0, \varphi] = w_a \varphi_m / 2; \quad D[w_y^0, \theta] = w_a \theta_m / 2; \quad D[\psi, \varphi] = \psi_m \varphi_m / 2; \quad (9)$$

де  $\varphi_m, \psi_m, \theta_m, w_a, w_b$  – амплітудні значення відповідних кутів хитавиці об'єкта і лінійних прискорень  $w_y^0$  і  $w_z^0$ . З виразу (8) одержимо таку формулу для розрахунку постійної складової  $\langle \alpha \rangle$  похибки приладу:

$$\langle \alpha \rangle = H \omega^2 (2k_1^2 k_2^2)^{-1} \left( H k_1 k_2 \psi_m \theta_m + H^2 \varphi_m \omega^2 \psi_m n_1 + m^2 l^2 n_1 w_a w_b + \right.$$

$$+ m l n_1 k_1 w_b \psi_m + m l n_1 k_1 w_a \varphi_m + m l k_2 H w_b \theta_m \left. \right) \left[ (1 - T^2 \omega^2)^2 + 4 T^2 \omega^2 \xi^2 \right]^{-1}. \quad (10)$$

Для оцінки впливу ступеня нерегулярності збурюючих впливів на похибку ГА введемо відносний коефіцієнт  $\delta = \mu \lambda^{-1}$ , область значень якого для реальних умов лежить у діапазоні  $\delta = (0,05 \dots 1,1)$  [6, 8]. Розрахуємо величину похибки приладу за формулами (8) і (10), враховуючи позначення (9) для таких значень параметрів:

$$\varphi = \psi_m = \theta_m = 10' \approx 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ рад}; \quad w_a = w_b = 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \quad \lambda = 0,12 \text{ с}^{-1};$$

$$H = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}; \quad k_1 = k_2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad m l = 1 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м};$$

$$n_1 = n_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

Результати розрахунку зведені в табл. 1.

Таблиця 1

Систематична складова похибки кута відхилення гірмаятникового акселерометра

$\delta$	0	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	1,10
$\alpha \cdot 10^6$ , рад	3,36	3,36	3,36	3,40	3,66	4,06	4,35

**Висновки.** При значеннях відносного коефіцієнта нерегулярності збурюючих впливів  $\delta \geq 0,3$  математичне очікування похибки ГА змінюється приблизно на 30 %  $\approx (0,5 \dots 10^{-5}) \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ . При вимірюванні прискорення з точністю до  $10^{-6} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$  можна вважати такий вплив коефіцієнта нерегулярності на точність роботи приладу незначним і використовувати для аналізу роботи ГА детермінований підхід. При вимірюваннях з похибкою, що менше  $10^{-5} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ , застосування детермінованого підходу неприпустиме, потрібно використовувати ймовірнісні методи.

При значеннях відносного коефіцієнта нерегулярності збурюючих впливів  $\delta < 0,3$  математичне очікування похибки ГА майже не змінюється ( $\bar{\alpha} \approx 3,4 \cdot 10^{-6}$  рад). Таким чином, збурюючий вплив можна

вважати близьким до гармонійного і використовувати детермінований підхід для аналізу похибки приладу.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Безвесільна О.М.* Вимірювання прискорень: Підручник. – К.: Либідь, 2001. – 350 с.
2. *Безвесільна О.М.* Вимірювання гравітаційних прискорень: Підручник. – Житомир: ЖІТІ, 2002. – 264 с.
3. *Безвесільна О.М., Коробійчук І.В.* Сучасні тенденції розвитку авіаційних гравіметрів // Восточно-Европейський журнал передових технологій. – 2006. – № 1/2 (19). – С. 137–139.
4. *Безвесільна О.М.* Автоматизована аерогравіметрична система // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2005. – № 2 (33). – С. 21–27.
5. *Безвесільна О.* Автокомпенсація похибок гіроскопічного гравіметра // Proceedings of the International Scientific Conference “Mechanics 2004”. – Rzeszow (Poland): Rzeszow University of Technology. – 2004. – Рр. 21–28.
6. *Дергачев П.В., Дядькин В.П.* Основные характеристики случайной качки тяжелого самолета при его полете в турбулентной атмосфере // Труды Ленинградского института авиационного приборостроения. – 1970. – Вып. 66. – С. 174–179.
7. *Павловский М.А., Евгеньев В.С.* О влиянии демпфирования на систематические погрешности маятников при двухосной качке // Прикладная механика. – 1973. – № 8. – С. 129–133.
8. *Свешников А.А., Ривкин С.С.* Вероятностные методы в прикладной теории гироскопов. – М.: Наука, 1974. – 536 с.

БЕЗВЕСІЛЬНА Олена Миколаївна – Заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, професор кафедри приладобудування Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

- вимірювальні перетворювачі;
- гравіметрія.

Подано 17.09.2006

Безвесільна О.М. Визначення систематичних похибок гіромаятникового акселерометра під впливом випадкових поступальних та кутових вібрацій

Безвесильная Е.Н. Определение систематических погрешностей гиromаятникового акселерометра под воздействием случайных поступательных и угловых вибраций

Bezvesilnaya E.N. The definition of systematic errors gyropendulum accelerometer under action of random translation and angular vibrations

УДК 531.383

**Визначення систематичних похибок гіромаятникового акселерометра під впливом випадкових поступальних та кутових вібрацій / О.М. Безвесільна**

В статті розглянуто роботу гіромаятникового акселерометра, що встановлений на основі, яка вібрує. Визначено систематичну складову частину похибки вимірювання прискорень, що обумовлена впливом випадкових поступальних та кутових вібрацій основи акселерометра.

УДК 531.383

**Определение систематических погрешностей гиromаятникового акселерометра под воздействием случайных поступательных и угловых вибраций / Е.Н. Безвесильная // Вісник ЖДТУ. – 2006. – № 4(39)**

В статье рассмотрена работа гиromаятникового акселерометра, установленного на вибрирующем основании. Определена систематическая погрешность измерения ускорений, обусловленная воздействием случайных поступательных и угловых вибраций основания акселерометра.

УДК 531.383

**The definition of systematic errors gyropendulum accelerometer under action of random translation and angular vibrations / E.N. Bezvesilnaya**

In a paper the work gyropendulum accelerometer established on a vibrating foundation is considered. The systematic error of a measurement accelerations is defined. This error stipulated by action of random translation and angular vibrations of a foundation of an accelerometer.