

В.В. Карачун, д.т.н., проф.

В.М. Мельник, к.т.н., доц.

Національний технічний університет України "КПІ"

ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТНИХ ФУНКЦІЙ ДЕФОРМАЦІЇ ПОПЛАВЦЯ ГІРОСКОПА

Формулюються граничні умови для визначення координатних функцій деформації поплавця гіроскопа за будь-якої структури зовнішніх збурень. Узагальнюється методика обчислень пружних деформацій поверхні оболонкової частини з довільним окресленням лінії меридіана.

Постановка проблеми. Натурні випробування дають можливість стверджувати, що саме під час старту ракет-носіїв розгінні блоки інжектують найбільш високий рівень акустичного випромінювання в навколишнє середовище. Частина його потрапляє всередину фюзеляжу та під головний аеродинамічний обтікач і становить близько 150 децибел. Таким чином, прилади і системи інерціальної навігації, які разом з корисним вантажем розміщуються саме тут, підвладні його впливу.

Але це джерело не єдине. Зовнішні прошарки прикордонних шарів рухаються відносно корпусу ракети із надзвуковою швидкістю, внаслідок чого з'являється турбулентність, що слугує причиною виникнення гостронаправлених та сферичних хвиль Маха, які, взаємодіючи із корпусом, породжують нове джерело шуму. Ці хвилі найбільш небезпечні, бо можуть бути досить інтенсивними.

Нарешті зазначимо, що при старті ракет мобільного базування структура звукового поля суттєво ускладнюється внаслідок появи ревербераційних ефектів. Таким чином, має місце не тільки пряме акустичне випромінювання, але і відбите, що певною мірою відповідає дифузному полю.

Проникаюче акустичне випромінювання генерує в приладах командно-вимірювального комплексу безліч форм коливань, які у своїй сукупності призводять до появи похибок вимірювань. Науково обґрунтовані рекомендації щодо ефективної боротьби з цим явищем, отже, можуть бути сформульовані за умови чіткого з'ясування закономірностей хвильових процесів, що виникають в механічних системах приладів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження впливу акустичного випромінювання на літальні апарати обмежуються, по суті справи, двома напрямками – вирішення питань звукоізоляції та виявлення режимів руйнування матеріалу. Поза увагою залишаються питання пружної взаємодії акустичного випромінювання з фюзеляжем і, тим паче, з бортовою апаратурою.

Як з'ясувалося, проникаюче акустичне випромінювання здатне за натурних умов генерувати в механічних системах приладів хвильові процеси складної природи, які у своїй сукупності призводять до похибок пілотажно-навігаційного обладнання [1, 2, 3, 4, 5]. Певний внесок робить елементна база приладів [6, 7], певний – чутливі елементи систем корекції [8]. На теперішній час синтезовані ефективні засоби пасивної звукоізоляції бортової апаратури [9].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Найважливішим на етапі аналізу природи явища з наступним обранням шляху боротьби з негативним впливом розглядуваних чинників на прилади інерціальної навігації постає обчислення координатних функцій деформації поплавця гіроскопа під дією просторового збурення. Після побудови рівнянь динаміки підвісу, а автори обрали найбільш загальний випадок довільної форми оболонки поплавця, визначальним є момент з'ясування граничних умов. Некоректності, або зайві спрощення, призведуть до похибок інтегрування рівнянь оболонки, отже – до похибок обчислення координатних функцій деформації поверхні і викривлення змісту явища.

Метою досліджень є намір обґрунтованого формулювання граничних умов стану циліндричного поплавця двоступеневого гіроскопа промислового зразка. Узагальнений підхід надає можливість розширення границь вивчення проблеми і більш чіткого уявлення природи явища. Обчислені координатні функції деформованої поверхні поплавця, за тих чи інших граничних умов, певним чином з'ясують закономірність виникаючих в підвісі гіроскопа хвильових процесів та їх внесок у появу додаткової похибки приладів.

Основний матеріал досліджень. Краї поплавця вважаємо вільними від закріплень, тобто покладемо, що до них не прикладені зусилля і моменти.

Для визначення граничних умов зробимо переріз $s - s$ оболонки поплавця (рис. 1, а).

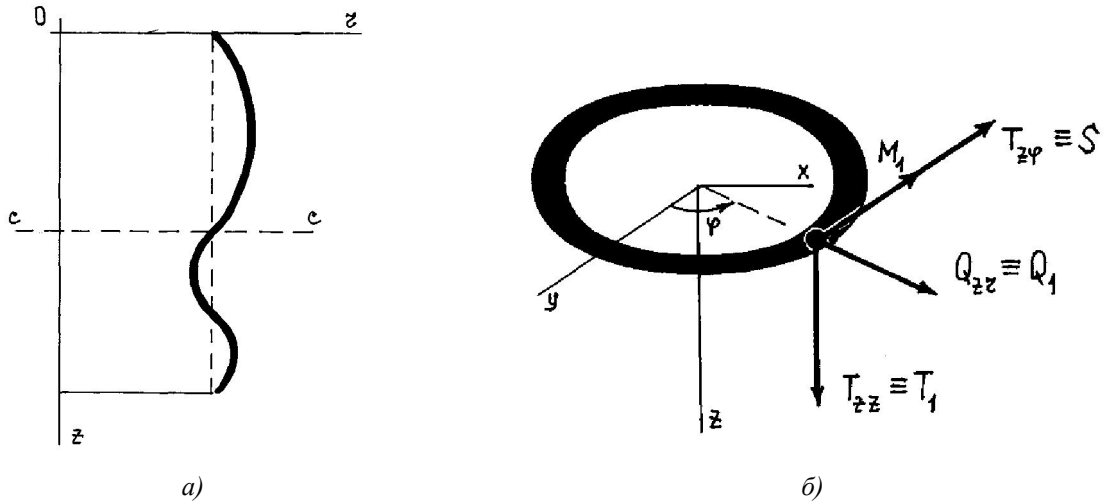


Рис. 1. Визначення граничних умов

На рис. 1, б використані наступні позначення: $T_{zz} \equiv T$ – поздовжнє нормальне зусилля у напрямку координати z ; $T_{z\varphi} \equiv S$ – дотичне зусилля, що діє у кільцевому напрямку; $Q_{zz} \equiv Q_1$ – узагальнене зусилля на переріз, котре діє в площині перерізу уздовж радіуса. Отже,

$$Q_1 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial M_1}{\partial z} + \frac{2}{A_2} \frac{\partial H}{\partial \varphi}, \tag{1}$$

де A_1, A_2 – сталі Ламе; M_1 – згинний момент; H – обертаючий момент.

Таким чином, граничні умови в узагальненій формі мають вигляд:

$$T_1|_{z=0} = 0; \quad S|_{z=1} = 0; \quad Q_1|_{z=0} = 0; \quad M_1|_{z=1} = 0, \tag{2}$$

або у такий спосіб:

$$(\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2)|_{z=0} = 0; \quad \omega|_{z=1} = 0; \quad Q_1|_{z=0} = 0; \quad (\chi_1 + \nu \chi_2)|_{z=1} = 0, \tag{3}$$

де ν – коефіцієнт Пуасона; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega$ – характеризують рівномірну за товщиною оболонки деформацію, що визначається розтягом та зсувом серединної поверхні; χ_1, χ_2 – характеризують лінійно змінну за товщиною деформацію, що пов’язана із згином серединної поверхні. Іншими словами, перші три параметри – компоненти тангенціальної деформації, останні – згинної.

В безрозмірній формі співвідношення (3) мають вигляд:

$$\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2 = \frac{h}{l} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\nu h}{R(1+\xi)} \cdot \frac{1}{1-\xi(z)} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{4\nu h \delta}{Rl(1+\xi)} \cdot \frac{(2z-1)}{[1+2\mu\xi(z)]^2 [1-\xi(z)]} u_z - \tag{4}$$

$$-\frac{h}{R(1+\xi)} \left[\nu + \mu + (\nu - \nu\mu - 3\mu^2)\xi(z) + \left(\nu - \nu\mu + \nu\mu^2 + \frac{15}{2}\mu^3 \right) \xi(z) \right] W; \tag{5}$$

$$\omega = \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{[1+2\mu\xi(z)]^2} \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{h}{R(1+\xi)} \cdot \frac{1}{1-\xi(z)} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} + \frac{4h\delta}{Rl(1+\xi)} \cdot \frac{(2z-1) \cdot u_\varphi}{[1-\xi(z)] \cdot [1+2\mu\xi(z)]^2};$$

$$\begin{aligned} \chi_1 + \nu\chi_2 = & \frac{4\mu h\delta}{Rl^2(1+\xi)} \cdot \frac{(2z-1)}{[1+2\mu\xi(z)]^2} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{h}{l^2[1+2\mu\xi(z)]} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \\ & - \frac{\nu h}{R^2(1+\xi)^2[1-\xi(z)]^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} - \frac{4\mu h\delta}{Rl(1+\xi)} \cdot \frac{[-3\mu^2 + 15\mu^2\xi(z)](2z-1)}{[1+2\mu\xi(z)]^{\frac{1}{2}}} u_z - \\ & - \frac{\mu h}{Rl(1+\xi)} \cdot \frac{1-3\mu\xi(z) + \frac{15}{2}\mu^2\xi^2(z)}{[1+2\mu\xi(z)]^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\nu h}{R^2(1+\xi)^2} \times \\ & \times \frac{1-(1-\mu)\xi(z) + (1-\mu+\mu^2)\xi^2(z)}{1-\xi(z)} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\nu h}{l} \cdot \frac{4\delta}{Rl(1+\xi)} \times \\ & \times \frac{2z-1}{[1+2\mu\xi(z)] \cdot [1-\xi(z)]} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{4\nu\mu h\delta}{R^2l(1+\xi)^2} \cdot \frac{\left[1-3\mu(z) + \frac{15}{2}\mu^2\xi^2(z)\right] \cdot (2z-1)}{[1+2\mu\xi(z)]^{\frac{1}{2}}[1-\xi(z)]} u_z ; \end{aligned} \quad (6)$$

$$Q_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial z} (\chi_1 + \nu\chi_2) + 2(1-\nu) \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{A_2} \frac{\partial \tau}{\partial \varphi}, \quad (7)$$

де h, R – товщина оболонки та її радіус; l – довжина оболонки; E – модуль Юнга;

$$\mu = 8\zeta(1+\zeta)\eta^2; \quad \eta = \frac{R}{l}; \quad \zeta = \frac{\delta}{R}; \quad \xi(z) = \frac{\zeta}{1+\zeta} \left(\frac{2z}{l} - 1 \right)^2,$$

δ – підйом лінії меридіана; $2\mu \ll 1$;

$$A_1 = [1+2\mu\xi(z)]^{\frac{1}{2}} = 1 + \mu\xi(z) - \frac{1}{2}\mu^2\xi^2(z);$$

$$A_2 = (R + \delta) \cdot [1 - \xi(z)].$$

Для колового циліндра вирази (4), (5), (6) спрощуються:

$$\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2 = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\nu}{R} W; \quad (8)$$

$$\omega = \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi}; \quad (9)$$

$$\chi_1 + \nu\chi_2 = -\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \frac{\nu}{R^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} - \frac{\nu}{R^2} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi}. \quad (10)$$

На краях оболонки поплавця, тобто за $z = 0$, $z = 1$, умова (4) реалізується у вигляді:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{4\nu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R} \right) \cdot u_z + \frac{\nu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{l}{R} \right) \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{\nu+\mu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{l}{R} \right) W \right]_{z=0} &= 0; \\ \left[\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{4\nu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R} \right) \cdot u_z + \frac{\nu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{l}{R} \right) \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{\nu+\mu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{l}{R} \right) W \right]_{z=1} &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

умова (6) реалізується у вигляді:

$$\left[\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \frac{\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R} \right)^2 \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + \frac{\mu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{l}{R} \right) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R} \right)^2 \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{4(\nu+\mu)}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R} \right) \frac{\partial W}{\partial z} \right]_{z=0} = 0; \quad (12)$$

$$\left[\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \frac{\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + \frac{\mu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{l}{R}\right) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \\ & + \frac{\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{4(\nu+\mu)}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial W}{\partial z} \end{aligned} \right]_{z=1} = 0,$$

умова (7), після спрощення, у вигляді:

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{\partial^3 W}{\partial z^3} - \frac{2-\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \frac{\partial^3 W}{\partial \varphi^3} - \frac{16\mu+4\nu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \\ & + \frac{8(1-\nu)}{(1+\zeta)^3} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + \frac{8(\nu+\mu)}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial W}{\partial z} - \\ & - \frac{\mu}{1+\zeta} \left(\frac{l}{R}\right) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \frac{2-\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z \partial \varphi} \end{aligned} \right\}_{z=0} = 0;$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{\partial^3 W}{\partial z^3} - \frac{2-\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \frac{\partial^3 W}{\partial \varphi^3} - \frac{16\mu+4\nu}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \\ & - \frac{8(1-\nu)}{(1+\zeta)^3} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + \frac{8(\nu+\mu)}{1+\zeta} \cdot \left(\frac{\delta}{R}\right) \frac{\partial W}{\partial z} - \\ & - \frac{\mu}{1+\zeta} \left(\frac{l}{R}\right) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \frac{2-\nu}{(1+\zeta)^2} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z \partial \varphi} \end{aligned} \right\}_{z=1} = 0. \tag{13}$$

Таким чином, сформульовані граничні умови на переріз. Для подальшого слід зважити, що $\frac{l}{R} \gg 1$.

Вибравши апроксимації координатних функцій u_z , u_φ , W , наприклад, у вигляді

$$\begin{aligned} u_z &= u_o + u_{o\delta} + \sum_{k=0}^{\infty} \left[u_{z,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + u_{z,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi \right]; \\ u_\varphi &= v_o + v_{o\delta} + \sum_{k=0}^{\infty} \left[u_{\varphi,k}^{(1)}(t, z) \sin k\varphi + u_{\varphi,k}^{(2)}(t, z) \cos k\varphi \right]; \\ W &= W_o + W_{o\delta} + \sum_{k=0}^{\infty} \left[W_k^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + W_k^{(2)}(t, z) \sin k\varphi \right], \end{aligned} \tag{14}$$

за допомогою співвідношень (11), (12), (13) можна обчислити деформації поплавця. Значення параметра "k" обирається наступним чином. Якщо має місце вісесиметрична деформація, тоді $k = 0$, якщо невісесиметрична – $k = 1$, нарешті, за циклічного завантаження – $k \geq 2$.

Висновки. Наведені результати дають змогу розв'язувати широке коло прикладних задач. Як часткове можливі порівняльні обчислення для випадку класичної колової оболонки поплавця.

Шляхів визначення координатних функцій може бути декілька. Тут аналізується один із варіантів. Його достоїнство полягає у можливості вибору тієї чи іншої геометрії бічної поверхні, яка б відповідала умовам конкретної технічної задачі.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Mel'nick V.N., Karachun V.V. Determining Gyroscopic Integrator Errors to Diffraction of Sound Waves / International Applied Mechanics. – 2004. – Vol. 40. – № 3. – P. 328–336.
2. Mel'nick V.N., Karachun V.V. Influence of acoustic radiation on the sensors of a gyrostabilization platform // International Applied Mechanics. – 2004. – Vol. 40. – № 10. – P. 122–130.
3. Koshljakov V.N., Karachun V.V., Mel'nick V.N., Saverchenko V.G., Balanin V.Kh. The some aspects of flight safety in conditions penetrate acoustic radiation. The World Congress "Aviation in the XXI – st Century", September 14 – 16, 2003, Kuiv, Ukraine, National Aviation University, Kuiv, Ukraine. – P. 2.37–2.40.
4. Mel'nick V.N., Karachun V.V. Some aspects of the acoustic fields // International Applied Mechanics. – 2002. – 38, № 1. – P. 74–80.

5. *Mel'nick V.N., Potapova E.R., Karachun V.V., Astapova A.B.* Nonstationary Problem of Acoustic Radiation Interaction with Polyphase Systems of Carries. The fifth Sino – Russian – Ukraine Symposium on Space Science and Technology Held Jointly With The First International Forum on Astronautics and Aeronautics. 6th–9th June, 2000/ Harbin Institute of Technology, Harbin, P. R. China. – P. 85–91.
6. *Карачун В.В.* Прохождение волны избыточного давления через многофазную механическую структуру // Космічна наука і технологія. – 1996. – Т. 2. – № 3/4. – С. 58–61.
7. *Карачун В.В.* Механизм прохождения акустической волны через плоско-параллельные элементы конструкции носителей // Космічна наука і технологія. – 1997. – Т. 3. – № 3/4. – С. 86–89.
8. *Карачун В.В., Потапова Е.Р., Мельник В.Н.* О погрешности построения вертикали при старте носителей // Космічна наука і технологія. – 1999. – Т. 5/ – № 4. – С. 70–74.
9. Патент 39599 А, Україна, G10K11/16. Шумозахисний кожух / В.В. Карачун, М.С. Тривайло, В.М. Мельник. – 2000116168. – Заявл. 01.11.2000. Опубл. 15.06.2001. – Бюл. №5. – 1 с.

КАРАЧУН Володимир Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

– динаміка механічних систем приладів.

Подано 17.09.2006

Карачун В.В., Мельник В.М. Визначення граничних умов для обчислення координатних функцій деформації поплавця гіроскопа

Карачун В.В., Мельник В.Н. Определение граничных условий для вычисления координатных функций деформации поплавка гироскопа

Karachun V.V., Mel'nick V.N. Definition of boundary conditions for calculation of coordinate functions of deformation of a float gyroscope

УДК 629.7.054

Визначення граничних умов для обчислення координатних функцій деформації поплавця гіроскопа / В.В. Карачун, В.М. Мельник

Формулюються граничні умови для визначення координатних функцій деформації поплавця гіроскопа за будь-якої структури зовнішніх збурень. Узагальнюється методика обчислень пружних деформацій поверхні оболонкової частини з довільним окресленням лінії меридіана.

УДК 629.7.054

Определение граничных условий для вычисления координатных функций деформации поплавка гироскопа / В.В. Карачун, В.Н. Мельник

Формулируются граничные условия для определения координатных функций деформации поплавка гироскопа при произвольной структуре внешних возмущений. Обобщается методика вычислений упругих деформаций поверхности оболочечной части с произвольным очертанием линии меридиана.

УДК 629.7.054

Definition of boundary conditions for calculation of coordinate functions of deformation of a float gyroscope / V.V. Karachun, V.N. Mel'nick

The boundary conditions for definition coordinate of functions of deformation of a float gyroscope at any structure external indignations. The technique of 0calculations of elastic deformations of a surface shell of a part with an any outline of a line of a meridian is generalized.