

ОЦІНКА СТАНУ ГІРОГРАВІМЕТРА ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ГРАВІМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ З ЦИФРОВОЮ ОБРОБКОЮ ІНФОРМАЦІЇ

(Представлено д.т.н., проф. О.М. Безвесільною)

Досліджено вплив похибок гірогравіметра на точність та швидкодію двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра, що дозволяє при їх врахуванні підвищити точність вимірювань на 10...30 мГл.

Постановка проблем. Необхідність підвищення точності та швидкодії двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра вимірювального гравіметричного комплексу (ВГК) з автоматичною обробкою інформації зумовлена потребою в розробці ефективних і простих у реалізації алгоритмів оцінки стану двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра (ДГ). Гравіметр як основний чутливий елемент вимірювального гравіметричного комплексу повинен мати високі метрологічні характеристики: точність, чутливість, швидкодію, надійність [2]. Рівень цих вимог постійно зростає, що спонукає до проведення пошукових робіт для підвищення точності та швидкодії гравіметрів.

Аналіз досліджень. За останні роки з'явилося багато наукових праць, присвячених розробці й дослідженню модифікацій оптимальних і субоптимальних алгоритмів фільтрації дискретного сигналу неврівноваженого гіроскопа. Огляд літератури та практичних робіт з авіаційної гравіметрії [1–4] показав, що при дослідженні точності динамічно настроюваного гіроскопа (ДНГ) не було враховано вплив похибок гірогравіметра, спричинених нелінійними викривленнями траєкторії руху гіроскопа: нерівністю нуля показника затухання прецесійних коливань через дію на гіроскоп моментів типу в'язкого тертя, неізохронністю прецесійних коливань; розбігом колової частоти прецесійних коливань, яка використовується в алгоритмах оцінки, з частотою прецесійних коливань гіроскопа; перешкодами, які викривляють закон руху гіроскопа. Водночас вплив цих похибок, якщо його не враховувати, може бути неприпустимо великим (10–30 мГл). Тому постає завдання підвищення точності та швидкодії вимірювання двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра вимірювального гравіметричного комплексу через усунення зазначених похибок. Однак в літературі немає відомостей щодо врахування і дослідження впливу перерахованих похибок на точність та швидкодії гравіметра [1–8].

Метою роботи є вирішення проблеми розробки теорії похибок оцінки стану нового двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра з цифровою обробкою інформації.

Основна частина. Розглянемо розробку алгоритму стану ДГ з цифровою обробкою інформації при орієнтації чутливого елемента (ЧЕ) на північ: аналітично дослідимо похибки оцінки, зумовлені неадекватністю прийнятої вихідної моделі та реального сигналу ДГ, а також похибки внаслідок кінематичних нелінійностей.

Рух ЧЕ, який спостерігається за допомогою ДК, можна представити функцією:

$$\alpha(t) = R^V + \alpha_1(t) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

де R^V – кут між нулем ДК та обчисленим напрямком на північ; $\alpha_1(t)$ – поточний кутовий стан ЧЕ відносно напрямку на північ, який визначається розв'язком рівняння:

$$\ddot{\alpha}_1 + 2\xi_1\dot{\alpha}_1 + \omega_0 \sin \alpha_1 = 0, \quad (2)$$

де ω_0 – колова частота малих прецесійних коливань ЧЕ; $\varepsilon(t)$ – викривлення траєкторії прецесійного руху ЧЕ; ξ_1 – параметр затухання.

У разі малих коливань ЧЕ ($\sin \alpha_1 \approx \alpha_1$) функцію $\alpha_1(t)$ можна можна представити у вигляді:

$$\alpha(t) = A e^{-\xi_1 t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \xi_1^2}$; A ; φ – амплітуда і початкова фаза прецесійних коливань відповідно.

На підставі виразу (3) модель руху ЧЕ, яка спостерігається по ДК, можна представити у вигляді:

$$\alpha(t) = R^V + A e^{-\xi_1 t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

де R^V – обчислений кут між нулем ДК та обчисленим напрямком на північ; A , φ – обчислені A , φ .

У загальному випадку у виразі (4) величини: R^V , A , φ , ω , ξ_1 – невідомі.

З урахуванням прийнятих припущень модель руху (4) можна описати виразом

$$\alpha(t) = R^V + A_c \sin \omega t + A_s \cos \omega t, \quad (5)$$

де $A_c = A \cos \varphi$, $A_s = A \sin \varphi$.

Вектор стану, який треба оцінити у випадку, що розглядається, можна представити у вигляді:

$$x_N = [R^V \quad A_c \quad A_s]^T.$$

Для розглядання задачі оцінювання методом найменших квадратів складемо функціонал:

$$F_N = \sum_{i=1}^n (R^N + A_c \sin \omega t_i + A_s \cos \omega t_i - \alpha_i)^2, \tag{6}$$

де $\alpha_i = \alpha(t_i)$ кутове положення ЧЕ в моменти часу $t_i = (1-i)\Delta t$ ($i = 1, n$) при спостереженні за рухом ЧЕ протягом часу спостереження інформації T_c ; Δt – дискретність зйому інформації, $n = T_c \Delta t^{-1} + 1$ – кількість спостережуваних відліків за T_c .

Мінімум функціонала F_N досягається при

$$\frac{\partial F_N}{\partial R^V} = \frac{\partial F_N}{\partial A_c} = \frac{\partial F_N}{\partial A_s} = 0. \tag{7}$$

Умови (7) еквівалентні матричному рівнянню:

$$c^N x_N = z_N. \tag{8}$$

$$c^N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n \sin \omega_0 t_i & \sum_{i=1}^n \cos \omega_0 t_i \\ \sum_{i=1}^n \sin \omega_0 t_i & \sum_{i=1}^n \sin^2 \omega_0 t_i & \sum_{i=1}^n \sin \omega_0 t_i \cos \omega_0 t_i \\ \sum_{i=1}^n \cos \omega_0 t_i & \sum_{i=1}^n \sin \omega_0 t_i \cos \omega_0 t_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \omega_0 t_i \end{bmatrix},$$

$$z_N = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \alpha_i & \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin \omega_0 t_i & \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos \omega_0 t_i \end{bmatrix}.$$

Дослідимо розв’язуваність або, що те саме, визначимо спостереження системи (8). Відомо, що неоднорідна система алгебраїчних рівнянь має єдиний розв’язок, коли її головний визначник не дорівнює нулю. Покажемо при деяких умовах $\det c^N \neq 0$.

З теорії матриць відомо, що визначник Грамма – це визначник вигляду:

$$D = \begin{bmatrix} (x_1 x_1) & (x_1 x_2) & \dots & (x_1 x_m) \\ (x_2 x_1) & (x_2 x_2) & \dots & (x_2 x_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (x_m x_1) & (x_m x_2) & \dots & (x_m x_m) \end{bmatrix}, \tag{9}$$

де $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ – набір n -мірних векторів, $(x_i x_j)$ – скалярний добуток векторів \bar{x}_i, \bar{x}_j , причому $i, j \in [1, n]$. Визначник D – позитивний, коли вектори $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ лінійно незалежні. Якщо прийняти

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} \sin \omega t_1 \\ \sin \omega t_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sin \omega t_n \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} \cos \omega t_1 \\ \cos \omega t_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cos \omega t_n \end{bmatrix}, \tag{10}$$

то визначник системи (8) є визначником Грамма. Отже, якщо $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні, то $\det c^N > 0$, і система (8) завжди розв’язувана, і єдиним способом. Знайдемо умови, коли $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні.

Розглянемо випадок, коли $n = 3$. Дослідження лінійної залежності векторів $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ еквівалентне дослідженню системи рівнянь:

$$b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2 + b_3 \bar{x}_3 = 0, \tag{11}$$

$$D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & \sin \lambda & \cos \lambda \\ 1 & \sin 2\lambda & \cos 2\lambda \end{bmatrix} = 2 \sin \lambda \cos \lambda, \tag{12}$$

де $\lambda = \omega \Delta t$.

З цього випливає, що

$$\lambda \neq \pi k; \quad \lambda \neq \pi \left(\frac{1}{2} + 2k \right); \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2), \quad (13)$$

$D' \neq 0$, тобто вектори $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні. Очевидно, що при виконанні умов (13) вектори $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні і при $n > 3$.

Отже, в разі виконання умов:

$$n \geq 3; \quad \Delta t \neq \frac{\pi k}{\omega}; \quad \Delta t \neq \frac{\pi}{2\omega} + \frac{2\pi k}{\omega}, \quad (14)$$

система (8) розв'язувана, і до того ж єдиним способом. Доведена умова розв'язності системи (8) еквівалентна доведенню спостереження розглядуваної системи.

Розв'яжемо систему (8), попередньо змінивши суми тригонометричних функцій на їхні остаточні вирази. Після заміни запишемо систему (8) у вигляді:

$$c_{\lambda,n}^N \tilde{x}_N = z_{\lambda,n}^N, \quad (15)$$

де

$$c_{\lambda,n}^N = \begin{bmatrix} n \sin \frac{\lambda}{2} & \sin \frac{n\lambda}{2} \sin \frac{n-1}{2} \lambda & \sin n\lambda \cos \frac{(n-1)}{2} \lambda \\ 4 \sin \frac{n\lambda}{2} \sin \frac{n-1}{2} \lambda \cos \frac{\lambda}{2} & n \sin \lambda - \sin n\lambda \cos(n-1)\lambda & \sin n\lambda \sin(n-1)\lambda \\ 4 \sin \frac{n\lambda}{2} \cos \frac{n-1}{2} \lambda \cos \frac{\lambda}{2} & \sin n\lambda \sin(n-1)\lambda & n \sin \lambda + \sin n\lambda \cos(n-1)\lambda \end{bmatrix},$$

$$z_{\lambda,n}^N = [z_1^N \quad z_2^N \quad z_3^N]^T = \left[\sin \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^n \alpha_i 2 \sin \lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin \lambda (i-1) 2 \sin \lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos \lambda (i-1) \right]^T,$$

Для розв'язання системи (15) можна запропонувати метод Гауса з вибіркою головного елемента, або метод Крамера. Якщо розв'язувати систему цим методом, елементи вектора \tilde{x}_N можна подати у вигляді:

$$\begin{aligned} \tilde{R}^N &= (\det c_{\lambda,n}^N)^{-1} (A_{11}^N z_1^N + A_{21}^N z_2^N + A_{31}^N z_3^N); \\ \tilde{A}_c &= (\det c_{\lambda,n}^N)^{-1} (A_{12}^N z_1^N + A_{22}^N z_2^N + A_{32}^N z_3^N); \\ \tilde{A}_s &= (\det c_{\lambda,n}^N)^{-1} (A_{13}^N z_1^N + A_{23}^N z_2^N + A_{33}^N z_3^N), \end{aligned} \quad (16)$$

де A_{ij}^N – алгебраїчні додатки елемента c_{ij}^N матриці $c_{\lambda,n}^N$.

Розкриваючи вираз \tilde{R}^N , одержимо:

$$\tilde{R}^N = \left[nk_1 - 4 \cos \frac{\lambda}{2} \sin^2 \frac{n\lambda}{2} \right]^{-1} (k_1 S_1^N + k_2 S_2^N + k_3 S_3^N), \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} k_1 &= \sin \frac{\lambda}{2} (n \sin \lambda + \sin n\lambda), \\ k_2 &= -2 \sin \frac{n\lambda}{2} \sin \frac{n-1}{2} \lambda \sin \lambda, \\ k_3 &= -2 \sin \frac{n\lambda}{2} \cos \frac{n-1}{2} \lambda \sin \lambda, \\ S_1^N &= \sum_{i=1}^n \alpha_i; \quad S_2^N = \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin \lambda (i-1); \quad S_3^N = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos \lambda (i-1), \end{aligned}$$

Оцінки амплітуди \tilde{A} і початкової фази $\tilde{\varphi}$ прецесійних коливань визначаються через \tilde{A}_c і \tilde{A}_s та виразами:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \sqrt{\tilde{A}_c^2 + \tilde{A}_s^2}, \\ \tilde{\varphi} &= \begin{cases} \arcsin \frac{\tilde{A}_s}{\tilde{A}_c}, & \tilde{A}_c \geq 0; \\ \pi - \arcsin \frac{\tilde{A}_s}{\tilde{A}_c}, & \tilde{A}_c \leq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

Дослідимо похибки оцінки стану ДГ. Для цього подамо розв'язок диференціального рівняння (2) при $\sin \alpha \approx \alpha - \frac{\alpha^3}{3!}$ у вигляді:

$$\alpha_1(t) = A_0 e^{-\xi t} \sin(pt + \varphi_0) + A_1 e^{-\xi t} \sin 3(pt + \varphi_0), \quad (19)$$

де $p \cong \omega_0 \left(1 - \frac{A_0^2}{16}\right)$, $A_1 \cong \frac{A_0^3}{192}$, $\omega_0 \gg \xi$.

Розклавши $\alpha_1(t)$ у ряд Тейлора за параметрами p і ξ в околі точки $(\omega_0, 0)$ та лишаючи тільки два члени розкладу, одержимо:

$$\alpha_1(t) \approx A_{0c} \sin \omega_0 t + A_{0s} \cos \omega_0 t + \frac{A_0^3}{192} \sin 3(\omega_0 t + \varphi_0) - \omega_0 t \frac{A_0^3}{192} \cos 3(\omega_0 t + \varphi_0) - \xi t A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (20)$$

З іншого боку, приведемо розкладення в ряд Тейлора функції моделі руху ЧЕ (5) за параметрами $R^N, \check{A}_c, A_s, \omega$ в околі точки $(R_0^N, \check{A}_{0c}, A_{0s}, \omega_0)$ та лишаючи перші два члени розкладу в ряд, одержимо:

$$\alpha(t_i) = R_0^N + \Delta R^N + \check{A}_{0c} \sin \omega_0 t + \check{A}_{0s} \cos \omega_0 t + \Delta \check{A}_c \sin \omega_0 t_i + \Delta \check{A}_{0s} \cos \omega_0 t_i + \Delta \omega t_i \check{A}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \varepsilon(t_i). \quad (21)$$

де $\Delta R^N = R^N - R_0^N$, $\Delta \check{A}_c = \check{A}_c - \check{A}_{0c}$, $\Delta \check{A}_s = \check{A}_s - \check{A}_{0s}$, $\Delta \omega = \omega - \omega_0$ – похибки оцінки стану та похибки враховування ω_0 .

Після підстановки виразів (20) та (21) в функціонал (6), одержимо:

$$F_N = \sum_{i=1}^n (\Delta R^N \check{\Delta A}_c \sin \omega_0 t_i + \Delta A_{0s} \cos \omega_0 t_i - \alpha_0^N(t_i)) \quad (22)$$

$$\alpha_0^N(t_i) = -A_0 \left(\Delta \omega + \omega_0 \frac{A_0^2}{16} \right) t_i \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - A_0 \xi t \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0^3}{192} \sin 3(\omega_0 t_i + \varphi_0) + \varepsilon(t) \quad (23)$$

Умова досягнення мінімуму функціонала еквівалентна матричному рівнянню:

$$c_{\lambda_0, n}^N \delta^N = f^N, \quad (24)$$

де матриця $c_{\lambda_0, n}^N \delta^N = f^N$, $\lambda = \lambda_0$; $\lambda_0 = \omega_0 \Delta t$.

$$\delta^N = [\Delta R^N \quad \Delta \check{A}_c \quad \Delta \check{A}_s]^T;$$

$$f^N = \left[\sin \frac{\lambda_0}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_N(t_i) 2 \sin \lambda_0 \sum_{i=1}^n \alpha_N^0(t_i) \sin \lambda_0 (i-1) \cdot 2 \sin \lambda_0 \sum_{i=1}^n \alpha_N^0(t_i) \cos \lambda_0 (i-1) \right]^T.$$

Скориставшись методом Крамера для знаходження ΔR^N , отримаємо:

$$\Delta R^N = \left(nk_1^0 - 4 \cos \frac{\lambda_0}{2} \sin^2 \frac{n\lambda_0}{2} \right)^{-1} (k_1^0 f_1^N + k_2^0 f_2^N + k_3^0 f_3^N), \quad (25)$$

де $k_j^0 = k_j \Big|_{\lambda = \lambda_0}$, $(j = 1, 3)$;

$$f_1^N = \sum_{i=1}^n \alpha_N^0(t_i), \quad f_2^N = \sum_{i=1}^n \alpha_N^0(t_i) \sin \lambda_0 (i-1), \quad f_3^N = \sum_{i=1}^n \alpha_N^0(t_i) \cos \lambda_0 (i-1).$$

Розкривши вираз (25) і випустивши у подальшому для зручності запису індекс при λ , отримаємо вираз похибки оцінювання:

$$\Delta R^N = d_1(\lambda, n) A_0 \left[\left(\frac{A_0^2}{16} + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right) \sin \left(\varphi_0 + \frac{n-1}{2} \lambda \right) - \frac{\xi}{\omega_0} \cos \left(\varphi_0 + \frac{n-1}{2} \lambda \right) \right] - d_2(\lambda, n) \frac{A_0^3}{192} \sin 3 \left(\varphi_0 + \frac{n-1}{2} \lambda \right) + d_3(\lambda, n, \varepsilon(t_i)), \quad (26)$$

де

$$d_1(\lambda, n) = \frac{\lambda}{2 \sin \lambda} \cdot \frac{\sin \frac{n\lambda}{2} \left(\sin \lambda + \frac{n}{2} \sin 2\lambda \right) - (n \sin \lambda)^2 \cos \frac{n\lambda}{2}}{n \sin \frac{\lambda}{2} (n \sin \lambda + \sin n\lambda) - 4 \cos \frac{\lambda}{2} \sin^2 \frac{n\lambda}{2}},$$

$$d_2(\lambda, n) = \frac{(1 + 2 \cos \lambda)(\cos \lambda + \sin n\lambda) \sin \frac{n\lambda}{2} \sin n\lambda - \cos \lambda \sin^3 \frac{n\lambda}{2} (n \sin \lambda + \sin n\lambda)}{\cos \lambda (1 + 2 \cos \lambda) \left[n \sin \frac{\lambda}{2} (n \sin \lambda + \sin n\lambda) - 4 \cos \frac{\lambda}{2} \sin^2 \frac{n\lambda}{2} \right]},$$

$d_3[\lambda, n, \varepsilon(t_i)]$ – похибки, зумовлені викривленням спостережуваного закону руху ЧЕ.

При $\Delta t \leq 0,01T_0$ ($T_0 = 2\pi\omega_0^{-1}$) закономірно спростити вираз (26) при $\Delta t \rightarrow 0$, $T_H = \text{const}$. Здійснюючи граничний перехід для ΔR^N , одержимо:

$$\begin{aligned} \epsilon \Delta R^N &= \sum_{i=1}^n \Delta R^N, \\ \Delta R_1^N &= -d_2(u) \frac{A_0^3}{192} \sin 3\left(\varphi_0 + \frac{u}{2}\right), \\ \Delta R_2^N &= -d_1(u) \frac{\xi}{\omega_0} A_0 \cos\left(\varphi_0 + \frac{u}{2}\right), \\ \Delta R_3^N &= -d_1(u) \frac{A_0^3}{16} \sin\left(\varphi_0 + \frac{u}{2}\right), \\ \Delta R_4^N &= -d_1(u) \frac{\Delta\omega}{\omega_0} A_0 \sin\left(\varphi_0 + \frac{u}{2}\right), \\ \Delta R_5^N &= \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ T_C = \text{const}}} d_3[\lambda, n, \varepsilon(t_i)] = d_3[u, \varepsilon(t_i)], \end{aligned} \tag{27}$$

$$d_1(u) = \frac{(u + \sin u) \sin \frac{u}{2} - u^2 \cos \frac{u}{2}}{u(u + \sin u) - 8 \sin^2 \frac{u}{2}},$$

$$d_2(u) = \frac{2}{3} \frac{3 \cos \frac{u}{2} \sin^2 u - \sin \frac{3}{2} u (u + \sin u)}{u(u + \sin u) - 8 \sin^2 \frac{u}{2}},$$

$$u = \omega_0 T_C.$$

де ΔR_1^N – складова похибки оцінки стану, зумовлена третьою гармонікою в законі руху ЧЕ; ΔR_2^N – складова похибки оцінки, зумовлена силами, еквівалентними тертю; ΔR_3^N – складова похибки оцінки, зумовлена неізохронністю коливань; ΔR_4^N – складова похибки оцінки, зумовлена неточністю врахування частоти прецесійних коливань; ΔR_5^N – складова похибки оцінки, зумовлена викривленням закону руху внаслідок дії шкідливих моментів на ЧЕ та шумів у каналі ДК.

Проаналізуємо складові ΔR_j^N ($j = \overline{1,4}$) похибок оцінки ΔR^N . Як випливає з їхніх виразів, максимуми визначаються параметрами A_0 , $\xi\omega_0^{-1}$, $\Delta\omega \cdot \omega_0^{-1}$ і залежать від часу спостереження інформації, тобто пропорційні коефіцієнтам $d_1(\omega)$ і $d_2(\omega)$.

Як видно з графіка (рис. 1, а) залежність $d_1(T_H)$ монотонно спадає до $1,465T_0$, потім змінює знак. Точки, в яких $d_1(T_H) = 0$, оптимальні у розумінні перетворення на нуль максимальних значень складових ΔR_2^N , ΔR_3^N , ΔR_4^N та часом спостереження інформації. Найменшим оптимальним часом спостереження інформації є $T_C = 1,465T_0$.

Коефіцієнт $d_2(T_C)$ (рис. 1, б) також монотонно зменшується $T_C = 0,640T_0$, потім змінює знак і здійснює затухаючі коливання, багаторазово пересікаючи вісь абсцис. Деякі нульові значення $d_2(T_C)$ можна знайти безпосередньо:

$$T_c = kT_0, (k = 1, 2, 3) \tag{28}$$

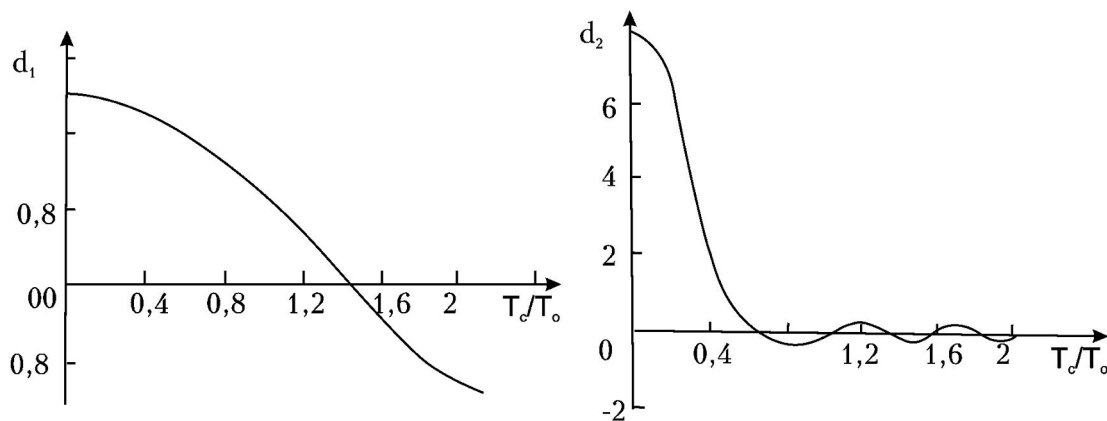


Рис. 1. Залежність коефіцієнтів впливу d_1, d_2 похибок ΔR_1^N від T_0

Коефіцієнти $d_1(T_c)$ і $d_2(T_c)$ можна розглядати як певні коефіцієнти підсилення похибок ΔR_j^N . Якщо вимірювання $d_1(T_c)$ можна назвати плавним на всій ділянці здобуття інформації з підсиленням не більш як дворазовим, то коефіцієнт $d_2(T_c)$ має різкіші перепади, спричиняючи 6...8-разове підсилення похибки оцінки при $T_c \leq 0,6T_0$ і більш ніж чотириразове послаблення при $T_c > 0,6T_0$.

На рис. 2 показано залежності максимальних значень складових похибок оцінки $\max(\Delta R_j^N)$:

- похибка ΔR_1^N (рис. 2, крива 1) помітна при амплітуді прецесійних коливань $A_0 = 10^\circ$ і $T_c < 0,6T_0$; при $T_c > 0,6T_0$ максимальне значення цієї похибки не перевищує 2 кут. с;

- похибка ΔR_1^N (рис. 2, крива 2) при $T_c = (0,2 \dots 0,3)T_0$ може перевищувати 100 кут. с при $A = 10^\circ$;

- враховуючи, що в реальних умовах експлуатації $\Delta\omega \cdot \omega_0^{-1} \leq 5 \cdot 10^{-4}$ і $\xi_1 \cdot \omega_0^{-1} \leq 10^{-4}$ при $A_0 = 1^\circ$ і $T_c \geq 0,1T_0$ дістанемо $\max(\Delta R_2^N) < 1$ кут. с і $\max(\Delta R_4^N) \leq 3,5$ кут. с (рис 2, крива 3).

З іншого боку, з виразів похибок оцінки випливає, що складові похибок є гармонічними функціями початкової фази коливань φ_0 з періодом 2π і $2 \cdot 3^{-1}\pi$. При заданому часі спостереження інформації для кожної із складових похибок ΔR_j^N є оптимальні, у розумінні перетворення в нуль даної складової початкової фази, а саме:

$$\Delta R_1^N : \varphi_{opt} = -\frac{1}{2}T_H T_M + \frac{k}{3}\pi;$$

$$\Delta R_2^N : \varphi_{opt} = -\frac{1}{2}T_H T_M + \frac{k}{2}\pi;$$

$$\Delta R_3^N \Delta R_4^N : \varphi_{opt} = -\frac{1}{2}T_H T_M^{-1} + k\pi;$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

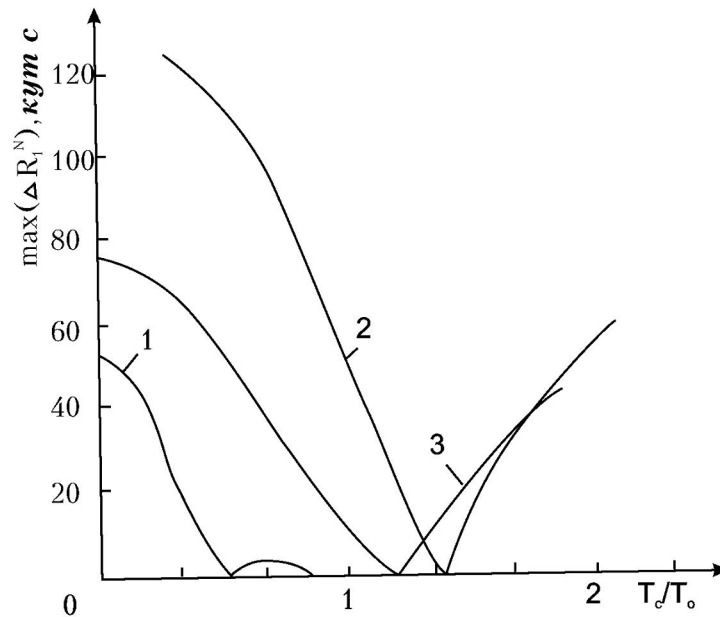


Рис. 2. Залежність (ΔR_s^N) від T_c : 1 – $i = 1$; 2 – $i = 3$; 3 – $i = 2$; 4

Перейдемо до аналізу складової похибки оцінки стану ΔR_s^N , зумовленою викривленнями закону руху внаслідок дії шкідливих моментів на ЧЕ та шум у каналі ДК. Згідно з виразом (26) та з урахуванням (25), дістанемо:

$$\bar{d}_3[\lambda, n, \varepsilon(t)] = \frac{k_0^1 \sum_{i=1}^n \varepsilon(t_i) + k_0^2 \sum_{i=1}^n \varepsilon(t_i) \sin \lambda(i-1) + k_0^3 \sum_{i=1}^n \varepsilon(t_i) \cos \lambda(i-1)}{nk_0^1 - 4 \cos \frac{\lambda}{2} \sin^2 \frac{n\lambda}{2}},$$

Здійснюючи в цьому виразі граничний перехід при $\Delta t \rightarrow 0$ та $T_c = \text{const}$ дістанемо вираз для похибок оцінки у вигляді:

$$\Delta R_s^N = \omega_0 \frac{(u + \sin u) \int_0^{T_c} \varepsilon(t) dt - 4 \sin^2 \frac{u}{2} \int_0^{T_c} \varepsilon(t) \sin \omega t dt - 2 \sin u \int_0^{T_c} \varepsilon(t) \cos \omega t dt}{u(u + \sin u) - 8 \sin^2 \frac{u}{2}} \quad (29)$$

Вплив типових перешкод у законі руху гірогравіметра.

1. В разі дії на ЧЕ шкідливого моменту, який змінюється за лінійним законом, перешкода $\varepsilon(t)$ має вигляд:

$$\varepsilon(t) = k_\delta t, \quad (30)$$

де k_δ – крутість дрейфу.

Підставимо вираз $\varepsilon(t)$ у формулу (29):

$$\Delta R_{s1}^N = \frac{1}{2} k_\delta T_c, \quad (31)$$

тобто похибка пропорційна крутості дрейфу та часу спостереження інформації.

2. В разі дії на ЧЕ моменту експоненціального типу задаємо перешкоду $\varepsilon(t)$ у вигляді:

$$\varepsilon(t) = a_\tau e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (32)$$

де a_τ – значення перешкоди при $t = 0$; τ – стала часу перешкоди.

Вираз (29) після підстановки (32) і граничного переходу $\Delta t \rightarrow 0$, $T_c = \text{const}$ має вигляд:

$$\begin{aligned}
 & - (u + \sin u) \left(e^{-\frac{u}{u_1}} - 1 \right) - \frac{2u_1}{u_1^2 + 1} \left[2 \sin^2 \frac{u}{2} \left(e^{-\frac{u}{u_1}} - 1 \right) - u_1^{-1} \sin u \left(e^{-\frac{u}{u_1}} - 1 \right) \right] \\
 \Delta R_{52}^N &= a_3 u_1 \\
 & u(u + \sin u) - 8 \sin^2 \frac{u}{2}
 \end{aligned} \tag{33}$$

де $u_1 = \omega \tau$.

Як видно з виразу (33), похибка ΔR_{52}^N визначається параметрами перешкоди a_3 , τ і залежить від часу спостереження інформації. Залежність похибки від зміни T_c наведено у вигляді двох графіків при 1: $\tau = 100$ с і 2: $\tau = c$ та $a_1 = 1$. Таким чином, розглядувана похибка монотонно зменшується при збільшенні часу спостереження, причому зменшення похибки тим швидше, чим менше стала часу τ . В разі обмеженого часу спостереження дана похибка може вносити систематичну складову похибки оцінки.

3. Для гармонічної перешкоди може бути зумовлена нестационарно тепловим станом ЧЕ та впливом періодичних рухів на частоті маятникових коливань ЧЕ. У першому випадку перешкоди мають період зміни, сумірний періодом прецесійних коливань; в другому – період перешкоди у сотні разів менший за період прецесійних коливань ЧЕ. В обох випадках перешкода задається у вигляді:

$$\varepsilon(t) = a_r \sin(\Omega t + \varphi_1) \tag{34}$$

тут a_r – амплітуда перешкоди; Ω – колова частота перешкоди; φ_1 – зсув фаз між перешкодою та прецесійними коливаннями.

Після підстановки виразів (34) у формулу (29) і граничного переходу $\Delta t \rightarrow 0$, $T_c = \text{const}$ дістанемо вираз похибки оцінки:

$$\begin{aligned}
 \Delta R_{53}^N &= a_r d_{33}(\mu, u) \sin\left(\frac{\mu u}{2} + \varphi_1\right), \\
 d_{33}(\mu, u) &= \frac{\frac{2}{\mu}(u + \sin u) \sin \frac{\mu u}{2} - 4 \sin \frac{u}{2} \left[\frac{\sin \frac{\mu+1}{2} u}{\mu+1} + \frac{\sin \frac{\mu-1}{2} u}{\mu-1} \right]}{u(u + \sin u) - 8 \sin^2 \frac{u}{2}}, \\
 \mu &= \frac{\Omega}{\omega_0}, \quad u = \omega_0 T_H.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Із залежностей похибок (7) ΔR_{53}^N і виразу (35) випливає, що похибка ΔR_{53}^N є затухаючою гармонікою, причому період коливань цієї синусоїди визначається параметром μ . Нульові значення похибки визначаються з виразу:

$$T_H = \frac{2T_0}{\mu} (k\pi - \varphi_1), \tag{36}$$

($k = 1, 2, 3$).

Збільшення частоти зміни перешкоди сприяє збільшенню похибки при невеликих часових відрізках спостереження інформації та різкому зменшенню похибки оцінювання внаслідок збільшення T_c . Так, при $\mu = 100$ і $T_c \leq 0,1T_0$ перешкода посилюється у сотні разів, а при $T_c \geq 0,15T_0$ – зменшується у сотні разів і при $T_c \geq 0,3T_0$ – майже не впливає на похибку оцінки.

Отже низькочастотні перешкоди слабо заглушують алгоритм оцінки при $0,1T \leq T_c \leq T_0$, а високочастотні перешкоди ($\mu \geq 100$) ефективно фільтруються при $T_c \geq 0,15T_0$, при $T_c = 0,2 - 0,3T_0$ майже не виникає похибок оцінки.

4. Проаналізуємо похибку оцінки через наявність у спостережуваному законі руху перешкоди вимірювача ДК.

Перешкоду ДК пропускаємо заданою у вигляді білого шуму. Для оцінки похибок зверху скористаємося нерівністю Гельдера.

$$\Delta R_{54}^N \leq d_{34}(u) \Phi_\varepsilon(T_c), \tag{37}$$

$$\text{де } d_{34}(u) = \sqrt{\frac{u(u + \sin u)}{u(u + \sin u) - 8 \sin^2 \frac{u}{2}}}, \quad \Phi_\varepsilon(T_C) = \sqrt{\frac{1}{T_C} \int_0^{T_C} \varepsilon^2(t) dt}.$$

де $\Phi_\varepsilon(T_C)$ – середньоквадратичне значення випадкової функції $\varepsilon(t)$ на відтинку часу $[0, T_C]$.

Залежність коефіцієнта $d_{34}(u)$ від T_C показала, що при $T_C \geq 0,2 \div 0,3T_0$ коефіцієнт $d_{34}(u)$ майже незмінний, отже збільшення $T_C \geq 0,2 \div 0,3T_0$ недоцільне через те, що похибка оцінки зменшується несуттєво.

За проведеними дослідженнями розроблено алгоритм оцінки стану ДГ у разі орієнтації ЧЕ у північному напрямку. Аналітично досліджено похибки оцінки стану.

Висновки:

1. Аналіз виразів похибок оцінки показав, що похибка оцінки стану нараховує п'ять складових, які зумовлені: нелінійними викривленнями траєкторії руху ЧЕ через наявність гармоніки з потроєною частотою прецесійних коливань у законі руху при амплітудах коливань понад 2° ; неізохронністю прецесійних коливань при їх амплітудах понад 2° ; наявністю декременту затухання прецесійних коливань в наслідок дії на ЧЕ моментів типу в'язкого тертя; розбігом колової частоти прецесійних коливань, яка використовується в алгоритмі оцінки, з частотою прецесійних коливань ДГ; наявністю у спостережуваному законі руху ЧЕ перешкод типу лінійного та експоненціального дрейфу показників приладу, гармонічних перешкод і перешкод типу білого шуму. Перші дві похибки прямо пропорційні кубу амплітуди прецесійних коливань, другі дві похибки прямо пропорційні першому степеню амплітуди прецесійних коливань. Оптимальні значення часу спостереження інформації, коли відповідні похибки перетворюються на нуль при довільних фазах коливань. Встановлені оптимальні, в розумінні перетворення на нуль відповідних похибок, співвідношення часу спостереження та початкових коливань.

2. Досліджено вплив перешкод у спостережуваному законі руху показало, що: перешкода типу лінійного дрейфу внаслідок шкідливого моменту показників приладу спричиняє похибки, пропорційні швидкості дрейфу часу спостереження інформації; перешкода експоненціального типу зумовлює похибку, яка монотонно зменшується при збільшенні часу спостереження інформації, при зменшенні похибки тим швидше, чим менша стала часу експоненти; низькочастотна гармонічна перешкода, частота якої сумірна з часом прецесійних коливань, слабо заглушується алгоритмом оцінки стану; низькочастотна гармонічна перешкода, частота якої вище за час прецесійних коливань у 100 разів, і випадкова перешкода типу шуму ефективно фільтруються алгоритмом оцінки стану: для ефективного заглушення високочастотних перешкод і перешкоди білого шуму, час спостереження інформації має становити $0,2 \dots 0,3$ періоду прецесійних коливань.

Напрямки подальших досліджень:

1. Розробка та дослідження алгоритму оцінки стану нестійкої рівноваги двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра за методом найменших квадратів.

2. Виконання порівняльного аналізу похибок оцінки стану за методом найменших квадратів та методом оптимального фільтра Калмана.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Безвесільна О.М.* Вимірювання гравітаційних прискорень: Підручник. – Житомир, ЖІТІ. – 2002. – 264 с.
2. *Одинцов А.А.* Теория и расчет гироскопических приборов. – К.: Выща школа, 1985. – 392 с.
3. *Шокин П.Ф.* Гравиметрия. – М.: Геодиздат, 1960. – 316 с.
4. *Юзефович А.Г.* Гравиметрия. – М.: Недра, 1980. – 319 с.
5. *Безвесільна О.М.* Автоматизація аероіравіметричних систем // Вісник ЖДТУ № 11 (33). – 2005. – С. 34–37.
6. *Безвесільна О.М., Бобруйко Є.І., Тулунов Д.Г., Менишкова К.В., Нечай С.О.* Високоточні мініатюрні динамічно настроювані гравіметри аероіравіметричної системи // МНТК "Прогресивна техніка і технологія – 2002". – Севастополь. – 2002. С. 34–36.
7. *Кошелев И.Н.* Гравитационная и магнитная разведка: Практикум. – К.: Выща. шк., 1990. – 319 с.
8. *Пуцина Л.З.* Измерения с гравиметром на самолете в США // Изв. вузов./Геодезия и аэрофотосъемка. – М.: 1962. – № 1. – С. 123–130.

КОРОБІЙЧУК Ігор Вацлавович – аспірант кафедри автоматизованих і комп'ютерних технологій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– гравіметрія.

Подано 17.09.2006

Коробійчук І.В. Оцінка стану гірогравіметра вимірювальної гравіметричної системи з цифровою обробкою інформації

Коробийчук И.В. Оценка состояния гиогравиметра измерительной гравиметрической системы с цифровой обработкой информации

Korobiychuk I.V. Estimation of a condition girogravimeter measuring gravimetric system with digital processing the information

УДК 621.317

Оцінка стану гірогравіметра вимірювальної гравіметричної системи з цифровою обробкою інформації / І.В. Коробійчук

В роботі досліджено вплив похибок гірогравіметра на точність та швидкодію двокільцевого динамічно настроюваного гравіметра, що дозволяє при їх врахуванні підвищити точність вимірювань на 10...30 мГл.

УДК 621.317

Оценка состояния гиогравиметра измерительной гравиметрической системы с цифровой обработкой информации / И.В.Коробийчук

В работе исследовано влияние ошибок гиогравиметра на точность и быстродействие двухколечного динамически настраиваемого гравиметра, что позволяет при их учёте повысить точность измерения на 10...30 мГл.

УДК 621.317

Estimation of a condition girogravimeter measuring gravimetric system with digital processing the information / I.V. Korobiychuk

In work influence of mistakes girogravimeter on accuracy and speed doubling dynamically adjusted gravimeter is investigated, that allows to raise(increase) at their account accuracy of measurement on 10...30 mGl.