

І.В. Зімчук, к.т.н., доцент

І.О. Канкін, к.т.н., викладач

Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

СИНТЕЗ АЛГОРИТМІВ АДАПТИВНОГО ОЦІНЮВАННЯ СТАНУ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Викладено методику синтезу алгоритмів адаптивного оцінювання вектора стану динамічних об'єктів. Наводиться приклад з результатами цифрового моделювання.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Для розв'язування задачі оцінювання вектора стану динамічних об'єктів різних типів широкого розповсюдження набули дискретні алгоритми оптимальної лінійної фільтрації, що побудовані на застосуванні фільтра Калмана. Теорія таких фільтрів ґрунтується на наявності апріорної інформації про математичну модель руху об'єкта та статистичні характеристики вимірювальних шумів [7, 8]. Якщо така інформація відсутня, то алгоритми стають неоптимальними, а оцінки, що формуються ними, можуть стати розбіжними. Для запобігання цього при синтезі алгоритмів оцінювання стану динамічних об'єктів застосовують принцип адаптації [1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Один з підходів до синтезу алгоритмів адаптивного оцінювання полягає у тому, що параметри або структура фільтра примусово корегуються у разі виявлення будь-якої невідповідності математичної моделі фільтра тим умовам, для яких він проектувався [2, 6, 8, 11]. Процедура виявлення здійснюється за допомогою вирішальних правил, що реалізуються у вигляді окремого алгоритму. Однак, в алгоритмах фільтрації, що синтезовані за таким принципом, в моменти зміни параметрів та структури виникають перехідні процеси, які погіршують якість фільтрації. Крім того, при збільшенні розмірності фільтра підвищуються обчислювальні витрати та складність алгоритмів [2, 11].

Другий підхід ґрунтується на самонавчанні системи, яке зводиться до визначення оцінок параметрів фільтра з подальшою підстановкою їх замість невідомих реальних значень [1, 8, 10, 11]. Порівняно з попереднім, такий підхід дозволяє зберегти незмінною структуру фільтра та виключити вказані недоліки. Незважаючи на це, ряд алгоритмів фільтрації, що спроектовані за таким принципом, для успішної роботи передбачають стаціонарність апріорно невідомих параметрів [1, 6, 8, 9] та визначеного об'єму апріорної і апостеріорної інформації [5, 8, 9], хоча на практиці можуть виникати ситуації, коли будь-яка інформація відсутня, що не гарантує збіжності алгоритму. В межах даного підходу вільною від вказаних зауважень є методика синтезу алгоритмів адаптивного оцінювання, що викладена у роботі [3]. Однак такий підхід запропоновано лише для одновимірних алгоритмів, що не дозволяє отримати оцінку повного вектора стану об'єкта. У зв'язку з цим, метою даної роботи є розробка методики синтезу багатовимірних алгоритмів адаптивного оцінювання стану динамічних об'єктів.

Постановка задачі. Задача синтезу алгоритмів адаптивного оцінювання розглядається для випадку, коли стан об'єкта та процес спостереження описуються рівняннями

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \hat{\mathbf{O}}(1) \bar{\mathbf{x}}_{n-1} + \gamma \hat{\mathbf{A}}(1) \bar{\omega}_{n-1}, \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{g}}_n = \mathbf{C} \bar{\mathbf{x}}_n + \bar{\mathbf{f}}_n, \quad (2)$$

де $\bar{\mathbf{x}}_n = [\mathbf{x} \ \mathbf{y} \ \mathbf{z}]^T$ – вектор стану, що отриманий в момент часу $t_n = nT$;

$\hat{\mathbf{O}}(1)$, \mathbf{C} – матриці переходу та спостереження такого виду

$$\hat{\mathbf{O}}(1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$\bar{\omega}_n$ – 6-ти вимірний вектор збурення (випадкова корисна зміна вектора стану);

T – час дискретизації;

$\mathbf{B}(1)$ – перехідна матриця збурення розмірності 6×6 ;

γ – випадкове число, яке може приймати значення 0 або 1 при відсутності та наявності $\bar{\omega}_n$;

$\bar{\mathbf{f}}_n$ – некорельований тривимірний вектор помилок (шумів) вимірювань, який являє собою послідовність виду білого шуму з такими статистичними характеристиками

$$M[\bar{\mathbf{f}}_n] = 0, M[\bar{\mathbf{f}}_n \bar{\mathbf{f}}_i^0] = \mathbf{R}_n \delta_{ni}, M[\bar{\mathbf{x}}_n \bar{\mathbf{f}}_n^0] = 0, M[\bar{\omega}_n \bar{\mathbf{f}}_i^0] = 0, \quad (3)$$

δ_{ni} – символ Кронеккера;

M – оператор статистичного усереднення.

Необхідно отримати оцінку вектора стану (1) з урахуванням припущень (3) в умовах апіорної невизначеності параметрів $\bar{\omega}_n$, $\mathbf{B}(1)$ та \mathbf{R}_n . Критерій якості

$$\mathbf{P}_n = M[\bar{\varepsilon}_n \bar{\varepsilon}_n^0] \rightarrow \min, \quad (4)$$

де $\bar{\varepsilon}_n = \bar{\mathbf{x}}_n - \bar{\mathbf{x}}_n$ – вектор помилок оцінювання;

$\bar{\mathbf{x}}_n$ – оцінка вектора стану об'єкта.

Викладення основного матеріалу. Самонастроювальні алгоритми оцінювання будуються за принципом нарощування [8, 9], згідно якому до базового алгоритму фільтрації додається контур самоналагоджування. Базовий алгоритм фільтрації розраховує вектор оцінок стану $\bar{\mathbf{x}}_n$ і являє собою фільтр Калмана, який будується за ідентифікованою моделлю вектора стану. Вирази для розрахунку матриці коефіцієнтів підсилення \mathbf{K}_n та оцінки вектора стану $\bar{\mathbf{x}}_n$ відповідають відомим

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_{an} \mathbf{C}^0 [\mathbf{C} \mathbf{P}_{an} \mathbf{C}^0 + \mathbf{R}_n]^{-1}, \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \hat{\mathbf{O}}(1) \bar{\mathbf{x}}_{n-1} + \mathbf{K}_n [\bar{\mathbf{g}}_n - \mathbf{C} \hat{\mathbf{O}}(1) \bar{\mathbf{x}}_{n-1}], \quad (6)$$

тут \mathbf{P}_{an} – кореляційна матриця помилок екстраполяції (передбачування), яка визначається з виразу

$$\mathbf{P}_{an} = M[\bar{\varepsilon}_{an} \bar{\varepsilon}_{an}^0], \quad (7)$$

де

$$\bar{\varepsilon}_{an} = \bar{\mathbf{x}}_n - \bar{\mathbf{x}}_{an}, \quad (8)$$

– помилка екстраполяції;

$\bar{\mathbf{x}}_{an}$ – екстрапольоване значення вектора стану, яке розраховується таким чином

$$\bar{\mathbf{x}}_{an} = \hat{\mathbf{O}}(1) \bar{\mathbf{x}}_{n-1}. \quad (9)$$

Реалізувати адаптацію даного алгоритму можливо шляхом корекції матриці коефіцієнтів підсилення \mathbf{K}_n на кожному кроці надходження інформації за результатами ідентифікації матриць $\mathbf{P}_{an} \mathbf{C}^0$ та \mathbf{R}_n . Вказана процедура реалізується у блоці адаптації на підставі кореляційного зв'язку між вектором оновлення

$$\bar{\mathbf{v}}_n = \bar{\mathbf{g}}_n - \mathbf{C} \bar{\mathbf{x}}_{an},$$

та спеціальним чином сформованої послідовності випадкових помилок, яка формується на підставі рішення зворотних задач динаміки [4].

З рівняння (8) видно, що екстрапольоване значення вектора стану являє собою адитивну суміш векторів стану та помилок екстраполяції

$$\bar{\mathbf{x}}_{an} = \bar{\mathbf{x}}_n + (-\bar{\varepsilon}_{an}). \quad (10)$$

В [4] показано, що, використовуючи властивість симетрії, передбачається можливим компенсувати $\bar{\mathbf{x}}_n$ і таким чином утворити послідовність випадкових помилок екстраполяції. Якщо вектор стану формується за законом K -го порядку, то така процедура реалізується шляхом розрахунку лівої різниці $k + 1$ -го порядку від $\bar{\mathbf{x}}_{en}$:

$$\Delta^N \bar{\mathbf{x}}_{en} = -\Delta^N \bar{\varepsilon}_{en} = -\sum_{i=0}^N (-1)^i \mathbf{C}_N^i \bar{\varepsilon}_{en-i}, \quad (11)$$

де $N = k + 1$;

\tilde{N}_N^i – біноміальний коефіцієнт.

З отриманого рівняння маємо

$$\bar{\varepsilon}_{an} = -\Delta^N \bar{\mathbf{x}}_{an} - \sum_{i=1}^N (-1)^i \mathbf{C}_N^i \bar{\varepsilon}_{an-i}. \quad (12)$$

Через те, що

$$\bar{\mathbf{v}}_n = \mathbf{C} \bar{\varepsilon}_{an} + \bar{\mathbf{f}}_n, \quad (13)$$

причому $M[\bar{\varepsilon}_{an} \bar{\mathbf{f}}_n^\circ] = 0$ [7], то на підставі (7) розв'язок задачі розрахунку $\mathbf{P}_{an} \mathbf{C}^\circ$ може бути реалізований шляхом статистичного усереднення добутку вектора нев'язки (13) та правої частини співвідношення (12). Для реалізації цієї процедури необхідно визначити кореляційний зв'язок рознесених у часі помилок екстраполяції вектора стану та його похідних. Розуміння суті визначення даної залежності досягається шляхом розглядання скалярних змінних. Для скалярних величини співвідношення (10) може бути представлено у такому вигляді

$$x_a(n) = x(n) - \varepsilon_{ax}(n).$$

Аналогічно для першої похідної

$$\dot{x}_a(n) = \dot{x}(n) - \varepsilon_{ax}(n). \quad (14)$$

Розраховуючи ліву різницю першого порядку від $x(n)$ отримаємо

$$\Delta x_a(n) = \Delta x(n) - \Delta \varepsilon_{ax}(n). \quad (15)$$

Через те, що $\dot{x}_a(n) = \frac{\Delta x_a(n)}{T}$, а $\dot{x}(n) = \frac{\Delta x(n)}{T}$ то, після ділення рівняння (15) на T , отримаємо

$$\dot{x}_a(n) = \dot{x}(n) - \frac{1}{T}(\varepsilon_{ax}(n) - \varepsilon_{ax}(n-1)). \quad (16)$$

Прирівнюючи рівняння (14) і (16) будемо мати

$$\varepsilon_{ax}(n) = \frac{1}{T}(\varepsilon_{ax}(n) - \varepsilon_{ax}(n-1)).$$

Таким чином, кореляційна функція помилок екстраполяції вектора стану та його похідних визначатиметься наступним чином

$$M[\varepsilon_{ax}(n)\varepsilon_{ax}(n-i)] = \frac{1}{T}[M[\varepsilon_{ax}(n)\varepsilon_{ax}(n-i)] - M[\varepsilon_{ax}(n)\varepsilon_{ax}(n-i-1)]].$$

Враховуючи некорельованість помилок вимірювань отримане співвідношення набуває вигляду

$$M[\varepsilon_{ax}(n)\varepsilon_{ax}(n-i)] = \frac{1}{T}[M[v(n)v(n-i)] - M[v(n)v(n-i-1)]], \quad i > 0.$$

Вертаючись до багатовимірному випадку, враховуючи те, що $M[\bar{\varepsilon}_{an} \bar{\varepsilon}_{an-i}^\circ] = M[\bar{v}_n \bar{v}_{n-i}^\circ]$ [6, 7], алгоритм розрахунку матриці $\mathbf{P}_{an} \mathbf{C}^\circ$ набуває такого вигляду

$$\mathbf{P}_{an} \mathbf{C}^\circ = -M[\Delta^N \bar{\mathbf{x}}_{an} \bar{\mathbf{v}}_n^\circ] - \mathbf{C}^\circ \sum_{i=1}^N (-1)^i \mathbf{C}_N^i \mathbf{H}_i - \frac{1}{T} \mathbf{F}^\circ \sum_{i=1}^N (-1)^i \mathbf{C}_N^i (\mathbf{H}_i - \mathbf{H}_{i+1}), \quad (17)$$

де $\mathbf{H}_i = M[\bar{v}_n \bar{v}_{n-i}^\circ]$, $i > 0$;

\mathbf{F} – матриця, яка отримується перестановкою останнього стовпчика матриці $\tilde{\mathbf{N}}$ вперед.

Складові при матрицях $\tilde{\mathbf{N}}^T$ та \mathbf{F}^T компенсують у першому доданку рівняння (17) кореляційні функції помилок екстраполяції вектора стану та помилок екстраполяції вектора стану та його похідної.

Для розрахунку кореляційної матриці помилок вимірювань також використовується підхід, що ґрунтується на формуванні послідовності помилок вимірювань, які містяться у векторах $\bar{\mathbf{g}}_n$ та $\bar{\mathbf{v}}_n$. Відповідно до рівняння (2) маємо

$$\Delta^N \bar{\mathbf{g}}_n = \mathbf{C} \Delta^N \bar{\mathbf{x}}_n + \Delta^N \bar{\mathbf{f}}_n.$$

При виконанні умови $N = k + 1$ маємо $\mathbf{C} \Delta^N \bar{\mathbf{x}}_n = 0$ і тоді $\Delta^N \bar{\mathbf{g}}_n = \Delta^N \bar{\mathbf{f}}_n$. З урахуванням умов (3) алгоритм ідентифікації кореляційної матриці помилок вимірювань набуває вигляду

$$\mathbf{R}_n = M[\bar{v}_n \Delta^N \bar{\mathbf{g}}_n]. \quad (18)$$

Якщо процес $\bar{\mathbf{g}}_n$ недоступний вимірюванню, то пропонується наступний підхід. З виразів (10) та (13) маємо

$$\begin{aligned} \mathbf{C} \Delta^N \bar{\mathbf{x}}_{an} &= -\mathbf{C} \Delta^N \bar{\varepsilon}_{an}, \\ \Delta^N \bar{v}_n &= \mathbf{C} \Delta^N \bar{\varepsilon}_{an} + \Delta^N \bar{\mathbf{f}}_n, \end{aligned}$$

тоді

$$\Delta^N \bar{\mathbf{f}}_n = \Delta^N \bar{v}_n + \mathbf{C} \Delta^N \bar{\mathbf{x}}_{an}.$$

З урахуванням умов (3) кореляційна матриця вимірювальних шумів визначатиметься за виразом

$$\mathbf{R}_n = M[\bar{v}_n (\Delta^N \bar{\mathbf{f}}_n)^\circ] = M[\bar{v}_n (\Delta^N \bar{v}_n)^\circ] + \mathbf{C} \mathbf{M}[\bar{v}_n (\Delta^N \bar{\mathbf{x}}_{an})^\circ]. \quad (19)$$

Висновки. Таким чином, викладена методика синтезу алгоритмів оцінювання вектора стану динамічних об'єктів в умовах апріорної невизначеності описується рівняннями (17), (18), (19). Відмінними рисами викладеного підходу є: формування коваріаційної функції послідовності випадкових помилок, яка пов'язує параметри фільтра з невідомими статистичними характеристиками, здійснюється з використанням концепцій зворотних задач динаміки; можливість синтезу інваріантних, відносно вхідних дій, алгоритмів адаптації з урахуванням різної степені апріорної невизначеності; налагоджування параметрів основного алгоритму фільтрації здійснюється в темпі надходження вимірів шляхом статистичного усереднення відповідних змінних, що дозволяє виключити необхідність застосування числових методів та розрахунків початкових умов. Недоліком викладеної методики є те, що оцінити якість та працездатність синтезованих алгоритмів можна лише шляхом цифрового моделювання.

Приклад. Розглядається задача фільтрації параметрів траєкторій літального об'єкта, який рухається зі сталою швидкістю та здатний маневрувати з постійним прискоренням в непередбачувані для спостерігача моменти часу. Інформація про стан об'єкта надходить через сталий інтервал часу T у вигляді вимірювань його координат при наявності некорельованого адитивного шуму (умови (3)). Передбачається, що інтенсивність маневру та статистичні характеристики шумів апріорно невизначені, а рівняння руху та вимірювань відповідають виразам (1) та (2).

Алгоритм адаптивного оцінювання реалізується на базі фільтра Калмана (рівняння (5) та (6)). Алгоритм адаптації синтезується з використанням викладеної методики. Для розрахунку матриць $P_{an} C^{\circ}$ та R_n використовуються рівняння (17) та (19). Через те, що $k=2$, отримуємо такі алгоритми:

$$P_{an} C^{\circ} = -M [\Delta^3 \bar{x}_{an} \bar{v}_n^{\circ}] + C^{\circ} [3H_1 - 3H_2 + H_3] + \frac{1}{T} F^T [3H_1 - 6H_2 + 4H_3 - H_4],$$

$$R_n = M [\bar{v}_n (\Delta^3 \bar{v}_n)^{\circ}] + CM [\bar{v}_n (\Delta^3 \bar{x}_{an})^{\circ}],$$

тут $\Delta^3 \bar{x}_{an} = \bar{x}_{an} - 3\bar{x}_{an-1} + 3\bar{x}_{an-2} - \bar{x}_{an-3}$;

$$\Delta^3 \bar{v}_n = \bar{v}_n - 3\bar{v}_{n-1} + 3\bar{v}_{n-2} - \bar{v}_{n-3};$$

$$H_1 = M [\bar{v}_n \bar{v}_{n-1}]; \quad H_2 = M [\bar{v}_n \bar{v}_{n-2}]; \quad H_3 = M [\bar{v}_n \bar{v}_{n-3}]; \quad H_4 = M [\bar{v}_n \bar{v}_{n-4}];$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Дослідження ефективності синтезованого алгоритму проводилось шляхом цифрового моделювання. Результати моделювання у вигляді значень середньоквадратичної помилки оцінювання координати об'єкта для синтезованого адаптивного алгоритму та фільтра Калмана приведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Алгоритм фільтрації	Середньоквадратичні помилки оцінювання координати, м			
	$t = 0-20$ с	$t = 20-30$ с	$t = 30-50$ с	$t = 50-70$ с
Синтезований адаптивний	3,95	7,60	4,12	8,56
Фільтр Калмана	3,94	18,39	3,64	23,24

Інтервали часу $t = 10 - 20$ с та $t = 30 - 50$ с відповідають зміні координати об'єкта за рівнянням першого порядку, а інтервали часу $t = 20 - 30$ с та $t = 50 - 70$ с – за рівняннями другого та третього порядків відповідно. При цьому значення прискорення та його похідної дорівнювали $a(nT) = -20 i / \text{м}^2$ та $\dot{a}(nT) = 2 i / \text{м}^3$. Помилки вимірювань моделювались з нульовим середнім та дисперсією $\sigma_f^2 = 25 i^2$. Дослідження проводились з темпом обробки інформації $T = 0,1$ с.

З отриманих результатів видно, що, порівняно з фільтром Калмана, на інтервалах зміни моделі вхідної дії у синтезованому алгоритмі помилка оцінювання в 2-3 рази менша. При лінійній вхідній дії точність фільтрації практично однакова. Таким чином, результати моделювання підтвердили працездатність та ефективність синтезованого алгоритму адаптивного оцінювання.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Гриценко Н.С., Гусаров А.И., Логинов В.П., Севастьянов К.К. Адаптивное оценивание. Часть 1 // Зарубежная радиоэлектроника. – 1983. – № 7. – С. 3–27.
2. Гриценко Н.С., Гусаров А.И., Логинов В.П., Севастьянов К.К. Адаптивное оценивание. Часть 2. // Зарубежная радиоэлектроника. – 1985. – № 3. – С. 3–26.

3. Ищенко В.И., Зимчук И.В. методика синтеза адаптивных алгоритмов оценивания. // Радиоэлектроника.– 2001.– № 4.– С. 43–50.
4. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели.– М.: Наука, 1988.–328 с.
5. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация.– М.: Машиностроение, 1982.– 216 с.
6. Леондес К.Т. Фильтрация и стохастическое управление в динамических ситемах: Пер. с англ.– М.: Мир, 1980. – 408 с.
7. Медич Дж. Статистически оптимальне оцнки и управление / Под ред. А.С.Шаталова.– М.: – Энергия, 1973.– 440 с.
8. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов.– М.: Энергоатомиздат, 1990. – 208 с.
9. Первачёв С.В., Перов А.И. Адаптивная фильтрация сообщений.– М.: Радио и связь, 1991.– 160с.
10. Сотсков Б.М., Щербаков В.Ю. Теория и техника калмановской фильтрации при наличии мешающих параметров. // Зарубежная радиоэлектроника. – 1985. – № 2.– С. 3–30.
11. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.

ЗИМЧУК Ігор Валерійович – кандидат технічних наук, доцент Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

– адаптивні алгоритми оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

КАНКІН Іван Олегович – кандидат технічних наук, викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

Зімчук І.В., Канкін І.О. Синтез алгоритмів адаптивного оцінювання стану динамічних об'єктів.

Зимчук И.В., Канкин И.О. Синтез алгоритмов адаптивного оценивания состояния динамических объектов.

Zimchook I.V., Kankin I.O. Synthesis of the algorithms of estimating the dynamic objects state

УДК 681.518

Синтез алгоритмів адаптивного оцінювання стану динамічних об'єктів / І.В. Зімчук, І.О. Канкін

Викладено методику синтезу алгоритмів адаптивного оцінювання вектора стану динамічних об'єктів. Наводиться приклад з результатами цифрового моделювання.

УДК 681.518

Синтез алгоритмов адаптивного оценивания состояния динамических объектов / И.В.Зимчук, И.О. Канкин

Изложено методику синтеза алгоритмов адаптивного оценивания вектора состояния динамических объектов. Приводится пример с результатами цифрового моделирования.

УДК 681.518

Synthesis of the algorithms of estimating the dynamic objects state / I.V.Zimchook, I.O.Kankin

Synthesis procedure of the adaptive algorithms of estimating the dynamic objects state is produced. Worked example and simulation results are presented.