ІНФОРМАТИКА, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

УДК 517.2

В.Л. Баранов, д.т.н., проф.
С.В. Водоп'ян, к.т.н.
Р.М. Костюченко, аспір.
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

МЕТОД СИСТЕМОАНАЛОГОВИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ РІВНЯНЬ В ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ

Запропоновано метод розв'язку рівнянь в частинних похідних, що ґрунтується на системоаналогових диференціальних перетвореннях. Наведені приклади застосування запропонованого методу.

Постановка проблеми. Математичні моделі у вигляді рівнянь в частинних похідних широко застосовуються для опису фізичних процесів у механічних, теплових і електричних системах. Чисельні методи розв'язку рівнянь в частинних похідних вимагають виконання великого об'єму обчислень на ЕОМ і забезпечення умов стійкості обчислень. Управління об'єктами з розподіленими параметрами пов'язано з моделюванням швидкоплинних фізичних процесів у реальному та прискореному часі для попередження небажаного розвитку фізичних процесів. Виконання обчислень в реальному та прискореному часі висуває вимоги для розробки методів розв'язування рівнянь в частинних похідних, реалізація яких не пов'язана з виконанням великого об'єму обчислень на ЕОМ. До класу таких методів відносяться аналітичні і чисельно-аналітичні методи, що ґрунтуються на інтегральних і диференціальних перетвореннях [1–8].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз останніх досліджень і публікацій показав, що існуючі методи розв'язку рівнянь в частинних похідних, які ґрунтуються на інтегральних і диференціальних перетвореннях, мають суттєві обмеження на клас задач, які можна розв'язати. Застосування різних методів інтегральних перетворень, як правило, обмежується лінійними рівняннями в частинних похідних. Багатомірні диференціальні перетворення, запропоновані в [6–8], мають обмеження на область їх застосування класом аналітичних функцій за усіма аргументами. Принципово багатомірні диференціальні перетворення допускають розширення області їх застосування на нелінійні задачі, що описуються аналітичними функціями багатьох змінних, але обчислювальна складність цього методу незначно зменшується в порівнянні з обчислювальною складністю чисельних методів. З метою зниження обчислювальної складності методу багатомірних диференціальних перетворень в [6–9] запропоновано комбінований метод, що ґрунтується на кінцево-різницевій апроксимації частинних похідних по просторових змінних і спільного застосування одномірних диференціальних перетворень за часовим аргументом. Недолік цього методу пов'язаний з втратою властивості точного відображення функції в область зображень, яку має метод багатомірних диференціальних перетворень.

Мета статті. Метою статті є розробка точного операційного методу розв'язку рівнянь в частинних похідних, основаного на системі одномірних диференціальних перетворень.

Розглянемо функцію багатьох змінних $u = u(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n)$ – неперервну разом із своїми частинними похідними по незалежних координатах $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n$ в області, що визначається обмеженнями:

$$0 \le x_1 \le H_{x_1},\ 0 \le x_2 \le H_{x_2},\ 0 \le x_3 \le H_{x_3}, \ldots,\ 0 \le x_n \le H_{x_n}, \tag{1}$$

де $H_{x_1}, H_{x_2}, H_{x_3}, \ldots, H_{x_n}$ – деякі додатні сталі.

Системоаналоговим диференціальним перетворенням функції $u(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n)$ назвемо систему одномірних диференціальних перетворень цієї функції по кожній незалежній змінній $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n$:

$$U(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n) = \frac{H_1^{k_1}}{k_1!}\left(\frac{\partial^{k_1} u(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n)}{\partial x_1^{k_1}}\right)_{x_1=0}; \tag{2}$$

$$u(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n) = \sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{k_1} U(x_1,\ k_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n); \tag{3}$$

$$U\left(x_1,\ k_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)=\frac{H_2^{k_2}}{k_2\,!}\left(\frac{\partial^{k_2}u(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\ )}{\partial x_2^{\ k_2}}\right)_{x_2=0}; \tag{4}$$

$$u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)=\sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_2}{H_2}\right)^{k_2}U\left(x_1,\ k_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right); \tag{5}$$

……………………………………,

$$U\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ k_n\right)=\frac{H_n^{k_n}}{k_n\,!}\left(\frac{\partial^{k_n}u(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n}{\partial x_n^{\ k_n}}\right)_{x_n=0}; \tag{6}$$

$$u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)=\sum_{k_n=0}^{\infty}\left(\frac{x_n}{H_n}\right)^{k_n}U\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ k_n\right), \tag{7}$$

де k_i – цілочисельні аргументи, що приймають значення $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Системоаналогові диференціальні перетворення (2)–(7) доцільніші багатомірних диференціальних перетворень [6–9], оскільки реалізація однієї пари прямих і обернених перетворень (2), (3); (4), (5); .., (6), (7) накладає умову аналітичності функцій $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ тільки по одній незалежній змінній $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n$.

Системоаналогові диференціальні перетворення (2)–(7) описують функцію багатьох змінних функцій $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ різними способами у вигляді функції одного цілочисельного аргументу $k_i,\ i=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n$ і функції $n-1$ неперервних змінних $x_1,\ldots,\ x_i,\ x_{i+1},\ \ldots,\ x_n$. Згідно з термінологією, прийнятою в [3], функції $U\left(x_1,\ldots,\ x_{i-1},\ k_i,\ x_{i+1},\ \ldots,\ x_n\right)$ називаються диференціальним спектром за цілочисельним аргументом k_i, а значення цієї функції при кожному фіксованому значенні $k_i=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$ називаються дискретами диференціального спектра.

Системоаналогові диференціальні перетворення (2), (7), побудовані за принципом системо-аналогового моделювання [9], згідно з яким опис складного фізичного процесу у вигляді функції багатьох змінних моделюється системою аналогів фізичного процесу. Кожен диференціальний спектр $U\left(x_1,\ldots,\ x_{i-1},\ k_i,\ x_{i+1},\ \ldots,\ x_n\right)$ є аналогом в області зображень фізичного процесу, що описується функцією $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$.

Наприклад, пряме диференціальне перетворення (2) дозволяє знайти аналог у вигляді диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right)$, за яким за допомогою обернених перетворень (3) відновлюється в області оригіналів функція $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$, що описує фізичний процес.

Одномірні диференціальні перетворення достатньо повно досліджені в [6–9]. Основні властивості одномірних диференціальних перетворень, встановлені в [6–9], справедливі і для системоаналогових диференціальних перетворень (2)–(7). Наведемо за приклад виконання основних математичних операцій в області зображень для диференціальних перетворень (2):

$$\begin{gathered}u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\pm v\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\pm V(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n),\end{gathered} \tag{8}$$

$$c\ u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\ \Leftrightarrow\ c\ U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right), \tag{9}$$

$$\begin{gathered}u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\cdot v\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\cdot V(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n),\end{gathered} \tag{10}$$

де $$\frac{\partial^m u(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)}{\partial x_1^m},\ D_1^m U(k_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n), \tag{11}$$

$$U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)\cdot V\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)=\sum_{l=0}^{l=k_1}U\left(l,\ x_2,\ \ldots,x_n\right)\cdot V\left(k_1-l,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right), \tag{12}$$

$$D_1^m U\left(k_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right)=\frac{(k_1+m)!}{k_1\,!H_1^m}=U\left(k_1+m,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right). \tag{13}$$

Вираз (8) показує, що операціям додавання і віднімання оригіналів відповідають ті ж операції додавання і віднімання диференціальних спектрів в області зображень.

Множенню на константу *c* функції декількох змінних $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ в області оригіналів відповідає множення диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ на ту ж константу в області зображень (9).

Операції множення двох функцій багатьох змінних в області оригіналів відповідає операція *p*-множення двох диференціальних спектрів в області зображень (10), яке виконується на основі сумування парних звичайних добутків дискрет дискет диференціальних спектрів за виразом (12).

Операція *m*-кратного диференціювання функції $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ по змінній x_1 позначена в області зображень символом $D_{x_1}^m$ (11). Операція $D_{x_1}^m$ згідно з виразом (13) виконується зсувом на *m* дискрет диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ і множенням дискрет зсунутого диференціального спектра на коефіцієнт $\dfrac{(k_1+m)!}{k_1!H_1^m}$.

Аналогічним чином виконуються математичні операції з диференціальними спектрами $U\left(x_1,\ k_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$, …, $U\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_{n-1},\ k_n\right)$.

Застосуємо системоаналогові диференціальні перетворення (1)–(7) у випадку розв’язку задачі Коші для диференціального рівняння в частинних похідних з *n* незалежними змінними:

$$f\left(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ u,\ \frac{\partial u}{\partial x_1},\ \frac{\partial u}{\partial x_n},\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}\ldots,\ \frac{\partial^m u}{\partial x_n^m}\right). \tag{14}$$

Обмежимось розглядом рівнянь в частинних похідних (14) рівняннями, які дозволяють розв’язувати їх в явному вигляді відносно однієї старшої похідної від невідомої функції. До таких класів рівнянь в частинних похідних відносяться, наприклад, лінійні та квазілінійні рівняння. Покладемо, що рівняння допускає запис у вигляді:

$$\frac{\partial^m u}{\partial x_1^m}=\varphi\left(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ u,\ \frac{\partial u}{\partial x_1},\ \ldots,\ \frac{\partial u}{\partial x_n},\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}\ldots,\ \frac{\partial^m u}{\partial x_n^m}\right). \tag{15}$$

Переведемо рівняння (15) в область зображень по змінній x_i, використовуючи правило відповідності (8)–(13) виконання математичних операцій в області оригіналів операціям між диференціальними спектрами в області зображень. В результаті в області зображень отримаємо вираз рекурентного типу:

$$\begin{gathered}U\left(k_1+m,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right)=\frac{k_1!H_1^m}{(k_1+m)!}\Phi\Bigg[k_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ U\left(k_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right),\\ \frac{k_1+1}{H_1}U\left(k_1+1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right),\ \ldots,\ \frac{\partial U(k_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)}{\partial x_n},\\ \frac{(k_1+1)(k_2+1)}{H_1^2}\ U\left(k_1+2,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\right),\ \frac{\partial^m U(k_1,\ x_2,\ ...,\ x_n)}{\partial x_n^m}\Bigg],\end{gathered} \tag{16}$$

де *Φ* – зображення функції φ (15).

Для задачі Коші характерно, що початкові умови або граничні умови типу Коші визначають згідно з виразом (2) початкові дискрети диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$. Інші дискрети диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ визначаються за рекурентним виразом (16), послідовно присвоюючи цілочисельному аргументу значення $k_i = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Диференціальний спектр для $k_i = 0, 1, 2, 3, \ldots$ є розв’язком задачі Коші рівняння в частинних похідних (15) в області зображень (2).

Шукана невідома функція $u\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ визначається за диференціальним спектром $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right)$ на основі обернених перетворень (3).

Таким чином метод розв’язку задачі Коші для рівняння в частинних похідних зводиться до виконання трьох основних етапів:

1. Переведення рівняння в частинних похідних (15) прямими диференціальними перетвореннями в рекурентний вираз (16);
2. Обчислення диференціального спектра на основі початкових (граничних) умов типу Коші і рекурентного виразу (16);
3. Відновлення шуканого розв’язку в області оригіналів на основі обернених диференціальних перетворень (3).

Застосування запропонованого методу покажемо на прикладах.

Приклад 1. Розв’яжемо рівняння в частинних похідних:

$$-\frac{\partial^2 u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_3^2}=x_1x_2x_3\,, \tag{17}$$

при умовах Коші

$$u\left(x_1, x_2, x_3\right)\Big|_{x_1=0}=0\,,\qquad \frac{\partial u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_1}\Big|_{x_1=0}=x_2x_3\,. \tag{18}$$

Задачу Коші (17), (18) розв’яжемо одномірними диференціальними перетвореннями (2), (3). Рівняння (17) і умови (18) представимо у вигляді

$$\frac{\partial^2 u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_1^2}=\frac{\partial^2 u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_3^2}-x_1x_2x_3\,, \tag{19}$$

$$u\left(0,\ x_2,\ x_3\right)=0\qquad \frac{\partial u(0,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_1}=x_2x_3\,. \tag{20}$$

Рівняння (19) переведемо в область зображень за виразами (8)–(13), а умови (20) – за виразом (2).

В результаті отримали рекурентний вираз для визначення диференціального спектра $U\left(k_1, x_2, x_3\right)$:

$$U\left(k_1+2,\ x_2,\ x_3\right)=\frac{H_1^2}{(k_1+1)(k_2+2)}\left[\frac{\partial^2 U(k_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 U(k_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_3^2}-\right.$$
$$\left.-H_1,\ x_2,\ x_3\cdot ъ(k_1-1)\right], \tag{21}$$

$$U\left(0,\ x_2,\ x_3\right)=0\,,\qquad U\left(1,\ x_2,\ x_3\right)=H_1x_2x_3\cdot,\qquad ъ\left(k_1-1\right)=\begin{cases}1, & k_1=1,\\ 0, & k_1\neq 1.\end{cases}$$

Послідовно надаючи цілочисельному аргументу значення k_1 = 0, 1, 2, 3, за рекурентним виразом (21) визначаємо диференціальний спектр $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3\right)$ у вигляді:

$$\begin{aligned}&U\left(0,\ x_2,\ x_3\right)=0;\\ &U\left(1,\ x_2,\ x_3\right)=H_1,\ x_2,\ x_3\cdot;\\ &U\left(2,\ x_2,\ x_3\right)=0;\\ &U\left(3,\ x_2,\ x_3\right)=-\frac{H_1^3}{6}x_2x_3;\\ &U\left(k_1\geq 4,\ x_2,\ x_3\right)=0.\end{aligned} \tag{22}$$

Оберненими перетвореннями (3) за диференціальним спектром (22) знаходимо точний розв’язок задачі Коші (17), (18) у вигляді:

$$u\left(x_1,\ x_2,\ x_3\right)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{k_1}U\left(k_1,\ x_2,\ x_3\right)=x_1x_2x_3-\frac{1}{6}x_1^3x_2x_3\,.$$

Запропонованим методом можна розв’язувати і крайові задачі, якщо серед граничних умов є початкові або граничні умови типу Коші. У цьому випадку розв’язується задача Коші за тією незалежною змінною, за якою задані умови Коші, а потім отриманий розв’язок перевіряється на виконання інших граничних умов. Розглянемо реалізацію такого методу на прикладі.

Приклад 2. Нехтуючи реакцією навколишнього середовища, дослідимо поперечні коливання прямокутної мембрани $0\leq x\leq s$, $0\leq y\leq p$ з жорстко закріпленим краєм, якщо початкове відхилення мембрани дорівнює $\sin\frac{\pi}{s}x\,\sin\frac{\pi}{p}y$, а початкова швидкість дорівнює нулю.

Ця задача зводиться до розв’язку рівняння в частинних похідних:

$$\frac{\partial^2 u(t,\ x,\ y)}{\partial t^2}=a^2\left[\frac{\partial^2 u(t,\ x,\ y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(t,\ x,\ y)}{\partial y^2}\right], \tag{23}$$

з граничними умовами

$$u(t,\ 0,\ y)=u(t,\ s,\ y)=u(t,\ x,\ 0)=u(t,\ x,\ p)=0\,, \tag{24}$$

і початковими умовами

$$u(0,\ x,\ y) = \ \sin\frac{\pi}{s}x\,\sin\frac{\pi}{p}y,\quad \frac{\partial u(0,\ x,\ y)}{\partial t} = 0. \qquad (25)$$

Введемо позначення $x_1 = t,\ x_2 = x,\ x_3 = y$ і розв'яжемо задачу Коші для рівняння (23) з умовами (25). В області зображень по змінній $x_1 = t$ рівняння (23) і умови (25), з врахуванням введених позначень, набудуть вигляду рекурентного виразу:

$$U\left(k_1+2,\ x_2,\ x_3\right) = \frac{a^2 H_1^2}{(k_1+1)(k_2+2)}\left[\frac{\partial^2 U(k_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U(k_1,\ x_2,\ x_3)}{\partial x_3^2}\right], \qquad (26)$$

$$U\left(0,\ x_2\ ,\ x_3\right) = \sin\frac{\pi}{s}x_2\sin\frac{\pi}{p}x_3,\qquad U\left(1,\ x_2,\ x_3\right) = 0.$$

Послідовно надаючи цілочисельному аргументу значення k_1 = 0, 1, 2, 3, …, знаходимо розв'язок задачі Коші у вигляді диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3\right)$:

$$\begin{aligned}
&U\left(0,\ x_2\ ,\ x_3\right) = \sin\frac{\pi}{s}x_2\sin\frac{\pi}{p}x_3;\\
&U\left(1,\ x_2\ , x_3\right) = 0;\\
&U\left(2,\ x_2,\ x_3\right) = \frac{a^2\pi^2 H_1^4}{2!}\left[\sqrt{\frac{1}{s^2}+\frac{1}{p^2}}\right]^2\sin\frac{\pi}{s}x\sin\frac{\pi}{p}y;\\
&U\left(3,\ x_2\ , x_3\right) = 0;\\
&U\left(4,\ x_2,\ x_3\right) = \frac{a^4\pi^4 H_1^4}{4!}\left[\sqrt{\frac{1}{s^2}+\frac{1}{p^2}}\right]^4\sin\frac{\pi}{s}x\sin\frac{\pi}{p}y;\\
&U\left(5,\ x_2\ , x_3\right) = 0.
\end{aligned} \qquad (27)$$

Обмежимось знайденими в (27) дискетами диференціального спектра $U\left(k_1,\ x_2,\ x_3\right)$ і відновимо шуканий розв'язок на основі обернених перетворень (3):

$$u\left(x_1,\ x_2,\ x_3\right) = \sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{k_1} U\left(k_1,\ x_2,\ x_3\right) = \left[1 - \frac{x_1^2}{2!}\left(a\pi\sqrt{\frac{1}{s^2}+\frac{1}{p^2}}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{x_1^4}{4!}\left(a\pi\sqrt{\frac{1}{s^2}+\frac{1}{p^2}}\right)^4 - \ldots\right]\sin\frac{\pi}{s}x_2\sin\frac{\pi}{p}x_3 = \cos\frac{a\pi x_1}{sp}\sqrt{s^2+p^2}\ \sin\frac{\pi}{s}x_2\sin\frac{\pi}{p}x_3. \qquad (28)$$

Якщо повернутись до вихідних позначень, то вираз (28) набуде вигляду:

$$u(t,\ x,\ y) = \cos\frac{a\pi t}{sp}\sqrt{s^2+p^2}\ \ \sin\frac{\pi}{s}x\sin\frac{\pi}{p}y. \qquad (29)$$

Розв'язок (29) точно задовольняє рівняння (23), граничні і початкові умови (24), (25).

Запропонований спосіб розв'язку крайових задач не є універсальним і в загальному випадку для розв'язку крайових задач необхідно розробити спеціальні методи.

Висновки. Запропонований метод системоаналогових диференціальних перетворень є точним операційним методом розв'язку задачі Коші для рівнянь в частинних похідних .

На відміну від методу багатомірних диференціальних перетворень запропонований метод значно простіший, оскільки ґрунтується на одномірних диференціальних перетвореннях. На відміну від методів, що використовують кінцево-різницеві апроксимації частинних похідних, запропонований метод не має методичної похибки алгебраїзації рівняння в частинних похідних. Запропонований метод дозволяє розв'язувати задачу Коші в чисельно-аналітичному вигляді і за рахунок цього значно скоротити обчислювальну складність розв'язку рівнянь в частинних похідних в порівнянні з чисельними методами. Предметом подальших досліджень є розвиток методу системоаналогових диференціальних перетворень на розв'язок крайових задач.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Баранов В.Л., Баранов Г.Л.* Системоаналоговое и квазианалоговое моделирование // Электронное моделирование. – 1994. – № 4. – С. 9–16.
2. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: БИНОМ, 2003. – 632 с.
3. *Береговенко Г.Я., Пухов Г.Е., Саух С.Е.* Численные операторные методы решения дифференциальных уравнений и анализа динамических систем. – Киев: Наук. думка, 1993. – 262 с.
4. *Мэтьюз Д.Г., Финк К.Д.* Численные методы. Использование MATLAB. – М.: Вильямс, 2001. – 720 с.
5. *Поршнев С.В.* Вычислительная математика. – Санкт-Петербург: БХВ – Петербург, 2004. – 320 с.
6. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – Киев: Наук. думка, 1980. – 420 с.
7. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. – Киев: Наук. думка, 1986. – 158 с.
8. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные спектры и модели. – Киев: Наук. думка, 1990. – 184 с.
9. *Пухов Г.Е.* Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных Т-преобразований. – Киев: Наук. думка, 1988. – 216 с.

БАРАНОВ Володимир Леонідович – доктор технічних наук, професор Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– моделювання;
– оптимізація;
– диференціальні перетворення.

ВОДОП'ЯН Сергій Васильович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– алгоритми багатоканальних автоматичних систем управління та оцінювання;
– диференціальні перетворення.

КОСТЮЧЕНКО Руслана Михайлівна – викладач кафедри фундаментальних дисциплін Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– моделювання;
– диференціальні перетворення.

Подано 14.03.2006