

**В.М. Котенко, к.т.н., доц.
В.Д. Меленський, ст. викл.
Д.К. Шубін, курсант**

*Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова
Державного університету телекомунікацій*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАСТОСУВАННЯ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ ЗАСОБІВ БАГАТОПОЗИЦІЙНОЇ РАДІОПЕЛЕНГАТОРНОЇ МЕРЕЖІ КОРОТКОХВИЛЬОВОГО ДІАПАЗОНУ

Запропонована математична модель застосування градієнтних методів локальної оптимізації розміщення засобів багатопозиційної радіопеленгаторної мережі короткохвильового діапазону, для довільних районів (секторів) радіомоніторингу при використанні в якості цільової функції середньоквадратичної похибки визначення координат джерел радіовипромінювання.

***Ключові слова:** радіомоніторинг, радіопеленгаторна мережа, визначення координат, джерела радіовипромінювання, локальна оптимізація, глобальна оптимізація, цільова функція.*

Вступ. На сучасному етапі розвитку науки і техніки спостерігається зростання ролі систем радіомоніторингу (РМ) і добування інформації. Це викликано збільшенням кількості радіотехнічних телекомунікаційних систем і засобів різного призначення. Особливе місце серед систем радіомоніторингу і добування інформації займають багатопозиційні радіотехнічні системи (БРТС), які, незважаючи на значну вартість та складність, мають переваги в точності вимірювання параметрів, порівняно з однопозиційними. Серед різноманіття БРТС в системі РМ знайшли широке застосування багатопозиційні радіопеленгаторні мережі (БРПМ), що реалізують пеленгаційний метод вимірювання координат джерел радіовипромінювань (ДРВп). Одним з головних критеріїв оцінювання їх ефективності є точність визначення координат ДРВп, яка, в свою чергу, значною мірою залежить від розміщення засобів – складових БРПМ. Таким чином, існуючі вимоги по точності та відсутності розвиненого наукового апарату оптимізації розміщення засобів зумовлюють необхідність пошуку оптимізаційних процедур для розміщення елементів БРПМ та дослідження ефективності їх функціонування.

Огляд останніх досліджень та публікацій. Перспективним напрямком пошуку шляхів підвищення точності визначення координат ДРВп є застосування оптимізаційних процедур побудови БРПМ (конфігурації елементів), що не потребує великих ресурсних затрат і забезпечує підвищення ефективності їх роботи. На даний час вирішенню даного науково-практичного завдання присвячена значна кількість наукових робіт.

Так, у роботі [8] визначено, що недостатньо дослідженим залишається питання визначення топології стаціонарної системи радіомоніторингу в короткохвильовому (КХ) діапазоні, а відомий емпіричний висновок щодо побудови БРПМ зводиться до того, що оптимальним є еквідистантне розміщення елементів системи по колу, що обрамляє контрольований район. Радіус кола має забезпечувати приймання відбитих від іоносфери сигналів, розташованих у цьому районі ДРВп. Практичні розрахунки топології базуються на використанні ігрових методів і наближених моделей поширення радіохвиль в іоносфері.

У [7] отримано результати, які дозволяють реалізувати квазіоптимальний вибір параметрів структури БРТС за критерієм «ефективність–вартість», але розглянута методика не враховує особливостей застосування пеленгаційного методу визначення координат і реалізована на припущенні щодо можливого розміщення елементів БРТС біля вершин правильного багатокутника.

У [6] пропонується вирішення завдання оптимізації структури системи РМ шляхом вибору спочатку оптимальної кількості засобів радіоконтролю і в подальшому врахування їх просторового положення за критерієм «ефективність–вартість».

В [2] вирішене завдання розміщення засобів пеленгування БРПМ короткохвильового діапазону шляхом використання градієнтних методів оптимізації. Оптимізація розміщення засобів виходячи з аналізу роботи [2] не повністю враховує структуру БРПМ для довільної кількості пеленгаторів і реалізована відносно одного ДРВп.

Формулювання завдання дослідження. Враховуючи специфіку задач радіомоніторингу, виникає необхідність у вирішенні завдання оптимізації побудови просторової структури БРПМ (її конфігурації) за критерієм точності визначення координат ДРВп для довільних районів (секторів) РМ.

Вибір оптимального варіанта побудови БРПМ в цьому випадку може здійснюватися на основі аналізу області ідентичних варіантів, визначення компромісного варіанта з застосуванням необхідного критерію. Тоді завдання дискретної глобальної оптимізації структури БРПМ для забезпечення заданої точності місцевизначення ДРВП можна представити наступним чином.

Нехай D – множина допустимих варіантів побудови БРПМ з множини можливих, елементами якого є $U_{i \dots N} \in D$ точки з визначеними координатами, а саме варіанти побудови БРПМ. Варіанти U_i характеризуються набором U_{φ_i, λ_i} з координат засобів для i -го варіанта:

$$U_i = \{U_{\varphi_1, \lambda_1}, U_{\varphi_2, \lambda_2}, \dots, U_{\varphi_n, \lambda_n}\}, i = 1 \dots n, \quad (1)$$

де n – кількість елементів БРПМ.

Цільову функцію можна представити у вигляді:

$$F(\varphi_i; \lambda_i) = F(\sigma_r(\varphi_i; \lambda_i); R_m; \sigma_\beta), \quad (2)$$

де $\sigma_r(\varphi_i; \lambda_i)$ – середньоквадратична похибка місця; φ_i – географічна широта положення пеленгаторного посту; λ_i – географічна довгота положення пеленгаторного посту; R_m – сферична відстань від i -го пеленгаторного пункту до m -го ДРВП; σ_β – СКП пеленгування (в цілому однакова для всіх пеленгаторних пунктів).

Викладення основного матеріалу. Вибір методологічного підходу для виконання науково-технічного завдання. Значна кількість алгоритмів глобальної оптимізації заснована на комбінації локальних алгоритмів і випадковому виборі початкових точок, що забезпечує глобальність екстремуму.

Одним із основних методів випадкового пошуку глобального екстремуму багатовимірних функцій є мултистарт [1]. Для вирішення визначеного у роботі завдання його застосування полягає у випадковому чи детермінованому виборі з певною дискретністю із безлічі точок розміщення елементів БРПМ (U) деякої підмножини з N можливих точок. На кожній i -ій підмножині з випадкової початкової точки U_i робиться локальний спуск у найближчий мінімум U_i^* будь-яким локальним методом пошуку. За глобальний мінімум U_i^{**} приймається такий, для якого показник якості є мінімальним, тобто:

$$U_i^{**} = \operatorname{argmin}_{i=1, \dots, N} (U_i^*). \quad (3)$$

Очевидно, що при $N \rightarrow \infty$ ймовірність того, що U_N^* стане глобальним мінімумом, прямує до одиниці, тобто:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P(U_i^* = U_i^{**}) = 1. \quad (4)$$

При скінченному N ймовірність втрати глобального екстремуму, тобто $U_i^* \neq U_i^{**}$, не дорівнює нулю [1].

Для застосування методу мултистарту при глобальній оптимізації потрібно визначити метод знаходження локального мінімуму, який би міг бути використаний для оптимізації цільової функції (ЦФ).

Існує досить велика кількість методів локальної оптимізації відповідно нульового, першого, другого порядків, евристичні методи.

Завдання визначення кількості стартів також може бути оптимізаційним [1]. Виходячи із практики побудови БРПМ в умовах обмеженого часу, за визначеними завданнями, можна стверджувати, що результатом пошуку глобального екстремуму є не точка, а область, яка задовольняє вимогам до розміщення пеленгаторів на місцевості, а її розміри обумовлюють похибку, яка не перевищує задану. При такому підході кількість стартів буде обмежуватися кількістю часу затраченого на оптимізацію.

Використання методів нульового порядку не передбачає розрахунку похідної від ЦФ, однак не дозволяє визначити напрямки руху для оптимізації. Разом з цим, даним методом, хоча вони і більш прості в реалізації, необхідно значно більше ітерацій для наближення до екстремуму.

Евристичні методи як основний недолік мають низьку ефективність, порівняно з точними алгоритмічними методами, тому їх застосування може бути доцільним для функцій, що виходять за межі застосування алгоритмічних методів [10].

Методи першого і другого порядків забезпечують знаходження екстремуму за меншу кількість ітерацій, ніж методи нульового порядку, однак вони потребують більшої кількості математичних обчислень. Це пов'язано із розрахунком похідної. Методи першого порядку, що також називаються градієнтними, є простішими в реалізації, забезпечують порівняно високу швидкість знаходження екстремуму [1, 10]. Їх сутність полягає в покроковому переміщенні в напрямку, оберненому до градієнта

функції в актуальній точці, на відстань пропорційну величині цього градієнта. Всі методи об'єднує необхідність розрахунку значення градієнта функції в початковій точці.

Для знаходження локальних екстремумів застосовується метод градієнтного спуску з дробленням кроку в зв'язку з простотою реалізації даного методу.

Як відомо, точність визначення координат ДРВП характеризується еліпсом помилок заданої вірогідності, або середньою квадратичною похибкою (СКП) місця [4]. Район, в межах якого місцеположення ДРВП визначається з допустимою точністю, називається зоною пеленгування [4]. Використання СКП місця як критерію оцінки в дослідженні є більш доцільним через простоту і наочність її використання, оскільки вона дозволяє проводити дослідження з одним числовим значенням похибки [9]. Для U_i варіанта розміщення елементів БРПМ, СКП місця визначається за виразом:

$$\sigma_r(U_i) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(\sigma_\beta R_i)^2}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\sin^2(\beta_i - \beta_j)}{(\sigma_\beta R_i)^2 (\sigma_\beta R_j)^2}}}, \quad (5)$$

де σ_β – СКП пеленгування (в цілому однакова для всіх пеленгаторів); R_i, R_j – сферична відстань між i, j пеленгатором та ДРВП; β_i, β_j – пеленги з пеленгаторів i та j на ДРВП,

Вираз (5) можна використовувати як ЦФ для дослідження варіанта розташування елементів БРПМ для умови мінімального значення СКП. Параметрами оптимізації ЦФ є географічні координати пеленгаторів, на які накладаються обмеження у вигляді меж району їх розміщення, який можна апроксимувати прямокутником, або іншою довільною фігурою. При проведенні розрахунків використовується сферична модель Землі для універсальності розрахунку точності визначення координат ДРВП на малих і великих відстанях [9].

Задача оптимізації розміщення пеленгаторів БРПМ багатокритеріальна і потребує врахування всіх факторів, а отже є векторною. Для спрощення розв'язання задачі необхідно звести її до однокритеріальної. Для цього використовується метод головного показника, що полягає в обранні одного найважливішого з критеріїв. Це перетворює задачу з векторної на скалярну. В даному випадку таким критерієм є значення СКП визначення координат ДРВП.

Оптимізаційна задача є статичною, адже в ЦФ не використовуються диференціали та інтеграли.

Враховуючи, що керовані змінні можуть приймати будь-які значення на всій області допустимих рішень, вона є задачею безперервної оптимізації.

Визначення положення пеленгаторів БРПМ для забезпечення максимальної точності є задачею безумовної оптимізації з багатьма параметрами, тому що функція СКП залежить від географічного положення пеленгаторів, кожен з яких має дві координати (широту і довготу), тобто функція має $N = n \times 2$ параметрів, де n – кількість пеленгаторів у БРПМ.

Для використання градієнтних методів у розв'язанні задачі необхідно розраховувати часткові похідні від ЦФ, а оскільки вона доволі складна, то значення похідних пропонується визначати численними методами. Для цього ЦФ представлено у вигляді інтерполяційного полінома Лагранжа [3]:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n \left(y_i \cdot \prod_{i=0, j \neq i}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} \right). \quad (6)$$

Як відомо, похідні від полінома Лагранжа з деякою похибкою відповідають значенням похідних інтерпольованої функції [3].

У математичній моделі використовується поліном Лагранжа ЦФ четвертого ступеня, похідна першого порядку для якого має вигляд:

$$L_4(x) = 3 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{y_0}{a_0} + \frac{y_1}{a_1} + \frac{y_2}{a_2} + \frac{y_3}{a_3} \right) - 2 \cdot x \cdot \left(\frac{y_0}{a_0} (c_1 + c_2 + c_3) + \frac{y_1}{a_1} (c_0 + c_2 + c_3) + \frac{y_2}{a_2} (c_0 + c_2 + c_3) + \frac{y_3}{a_3} (c_0 + c_1 + c_2) \right) + \left(\frac{y_0}{a_0} (c_2 \cdot c_3 + c_1 \cdot c_3 + c_1 \cdot c_2) + \frac{y_1}{a_1} (c_2 \cdot c_3 + c_0 \cdot c_3 + c_0 \cdot c_2) + \frac{y_3}{a_3} (c_1 \cdot c_2 + c_0 \cdot c_2 + c_0 \cdot c_1) \right) \quad (7)$$

де c_0, c_1, c_2, c_3 – значення параметра за яким виконується диференціювання; y_0, y_1, y_2, y_3 – значення функції визначення СКП визначення координат ДРВП в точках c_0, c_1, c_2, c_3 .

$$\begin{aligned} a_0 &= (c_0 - c_1) \cdot (c_0 - c_2) \cdot (c_0 - c_3), \\ a_1 &= (c_1 - c_0) \cdot (c_1 - c_2) \cdot (c_1 - c_3), \\ a_2 &= (c_2 - c_0) \cdot (c_2 - c_1) \cdot (c_2 - c_3), \\ a_3 &= (c_3 - c_0) \cdot (c_3 - c_1) \cdot (c_3 - c_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Отже математична модель оптимізації побудови БРПМ на основі ітераційної процедури градієнтного пошуку передбачає:

1. Вибір меж району, в якому пропонується розмістити елементи БРПМ.
2. Встановлення початкових умов для здійснення оптимізації, таких як інструментальна похибка пеленгування пеленгаторами, сектор пеленгування, за яким буде здійснюватись оптимізація.
3. Багаторазове виконання оптимізаційної процедури градієнтного пошуку із випадкового початкового положення пеленгаторів.
4. Накопичення можливих варіантів U_i розташування пеленгаторів БРПМ з координатами U_{φ_i, λ_i} відповідно до процедури локальної мінімізації ЦФ (СКП визначення координат ДРВП) для кожного варіанта.
5. Вибір варіанта побудови БРПМ на основі аналізу області ідентичних варіантів положення елементів БРПМ, що забезпечує найменшу СКП визначення координат ДРВП.

Для оцінки працездатності математичної моделі оптимізації побудови БРПМ було проведено її апробацію в програмному середовищі MathCad шляхом реалізації трьох стартів локальної оптимізаційної процедури в межах району обмеженого прямокутником, з вершинами: $\varphi_1 = 36^\circ, \lambda_1 = 50^\circ; \varphi_2 = 36^\circ, \lambda_2 = 46^\circ; \varphi_3 = 27^\circ, \lambda_3 = 50^\circ; \varphi_4 = 27^\circ, \lambda_4 = 46^\circ$, на сферичній моделі Землі, з початковим кроком переміщення 2° , та множителем кроку 0,9, початкові положення пеленгаторів обрані випадковим чином, сектор пеленгування $0-360^\circ$. Отримані результати розміщення елементів БРПМ (координати) для мультистарти з трьох стартів наведено в таблиці 1, а ілюстрація графічного зображення СКП визначення координат ДРВП на рисунках 1, 2, 3 відповідно для кожного старту (графік 1 описує залежність СКП визначення координат ДРВП від сектора пеленгування до оптимізації, а графік 2 – після).

Таблиця 1

Мультистарт оптимізаційної процедури

Перший старт оптимізаційної процедури		Другий старт оптимізаційної процедури				Третій старт оптимізаційної процедури					
координати елементів БРПМ до оптимізації		координати елементів БРПМ після оптимізації		Координати елементів БРПМ до оптимізації		Координати елементів брпм після оптимізації		координати елементів БРПМ до оптимізації		координати елементів БРПМ після оптимізації	
Φ	λ	Φ	λ	Φ	λ	Φ	λ	Φ	λ	Φ	λ
50	28	50	27	47	29	46,3	27	48	35,54	50	36
49	31	47,05	27,03	49	30	50	27,01	48	32	46,07	36
47	32	46,5	36	50	35	49,75	36	48	31	46,57	28,21
50	32	50	36	48	33	47	35,5	49	31	50	28,58
СКП = 149,28 км		СКП = 69,02 км		СКП = 130,76 км		СКП = 71,13 км		СКП = 212,22 км		СКП = 72,96 км	

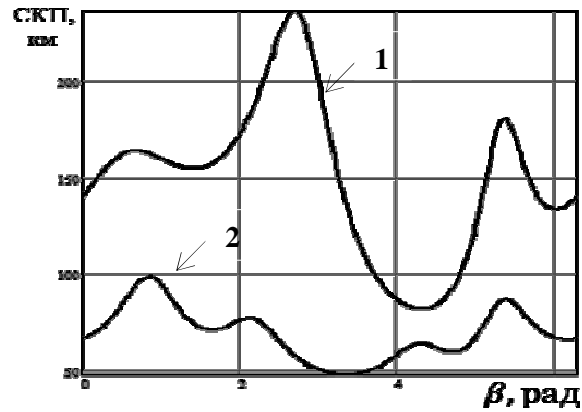


Рис. 1. СКП визначення координат ДРВп
(перший старт)

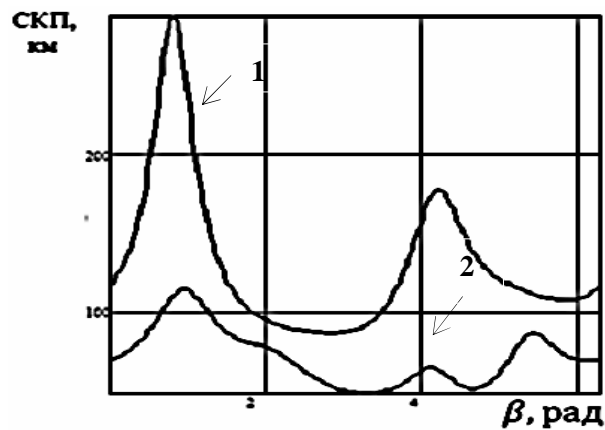


Рис. 2. СКП визначення координат ДРВп
(другий старт)

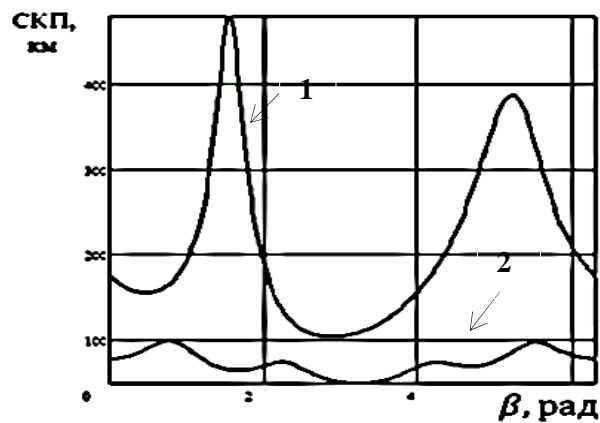


Рис. 3. СКП визначення координат ДРВп
(третій старт)

Отримані результати показали працездатність математичної моделі, які не суперечать фізичній сутності процесів і теоретичним розрахункам. Кожен старт процедури градієнтного пошуку забезпечує знаходження локального мінімуму цільової функції. Нарощування кількості стартів для методу мультистарта дозволить збільшити вірогідність знаходження глобального екстремуму.

Висновки. Таким чином в даній статті запропонована математична модель вирішення завдання оптимізації побудови просторової структури БРПМ за критерієм точності визначення координат ДРВп.

Розроблена математична модель забезпечує розрахунок координат елементів БРПМ для довільних районів (секторів) радіомоніторингу при використанні за ЦФ СКП визначення координат ДРВп.

Математична модель ґрунтується на реалізації алгоритму глобальної оптимізації (мультистарту) і локальної оптимізації (градієнтного спуску).

Аналіз отриманих результатів моделювання дозволяє зробити висновки, що робота математичної моделі не суперечить фізичній сутності процесів. Обмеження кількості стартів при пошуку глобального екстремуму призводить до вірогіднісного знаходження оптимального варіанта розміщення елементів БРПМ. Реалізована процедура локальної оптимізації чутлива до початкового положення елементів БРПМ.

Список використаної літератури:

1. *Глебов И.* Методы оптимизации : учеб. пособие / *И.Глебов, Ю.А. Кочетов, А.В. Плясунов.* – Новосибирск : Новосибирский гос. ун-т, 2000.— 105 с.
2. *Добрынин И.С.* Оптимизация размещения средств радиоконтроля коротковолнового диапазона волн, использующих пеленгационный метод определения координат источников радиоизлучения / *И.С. Добрынин, А.Н. Бовкун, В.И. Писаревский* // Зб. наук. праць ХВУ. – Х. : ХВУ, 2003. – № 3 (46). – С. 67–69.
3. *Григорьева К.В.* Методы решения задачи минимизации квадратичной функции / *К.В. Григорьева.* – СПбГУ, 2007. – 16 с.
4. *Кондратьев В.С.* Многопозиционные радиотехнические системы / *В.С. Кондратьев, А.Ф. Котов, Л.Н. Марков.* – М. : Радио и связь, 1986. – 264 с.
5. Обучение : лекции по численным методам. Аппроксимация и интерполяция функций [Електронний ресурс]. – Режим доступа : <http://nickolay.info/study/methods/03.html> [електронний ресурс].
6. *Ковбасюк С.В.* Методика оптимізації структури системи радіомоніторингу короткохвильового діапазону хвиль / *С.В. Ковбасюк, О.І. Логінов, В.П. Любиченко* // Зб. наук. праць ЖВІРЕ. – Житомир : ЖВІРЕ, 2004.
7. *Ковбасюк С.В.* Методика оптимизации выбора параметров структуры многопозиционного радиолокационного комплекса / *С.В. Ковбасюк, А.А. Писарчук* // Пробл. упр. и информатики. – 2003. – № 6. – С. 120–128.
8. *Слободянюк П.В.* Радиомониторинг: вчера, сегодня, завтра (Теория и практика построения системы радиомониторинга) / *П.В. Слободянюк, В.Г. Благодарный* ; под общ. ред. *П.В. Слободянюка.* – Прилуки : ООО «Издательство «Аір-Поліграф», 2010. – 296 с.
9. *Смирнов Ю.А.* Радиотехническая разведка / *Ю.А. Смирнов.* – М. : Воениздат, 2001. – 456 с.
10. *Чипига А.Ф.* Северо-Кавказский государственный технический университет Ставрополь, Россия Анализ методов случайного поиска глобальных экстремумов многомерных функций / *А.Ф. Чипига, Д.А. Колков* // Фундаментальные исследования. – 2006. – № 2. – С. 24–26.

КОТЕНКО Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, начальник кафедри БКС Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій.

Наукові інтереси:

- спеціальний радіомоніторинг;
- підвищення інформативності та завадозахищеності РТС за рахунок використання складних широкосмугових сигналів.

МЕЛЕНСЬКИЙ Володимир Дмитрович – старший викладач кафедри Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій.

Наукові інтереси:

– спеціальний радіомоніторинг.

ШУБІН Дмитро Костянтинівич – курсант Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій.

Наукові інтереси:

– спеціальний радіомоніторинг.

Стаття надійшла до редакції 27.05.2014