

УДК 004.9:517.978.2

Р.В. Грищук, к.т.н., Ph.D.,
Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова
Національного авіаційного університету

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ІГРОВА РОЗГАЛУЖЕНА СПЕКТРАЛЬНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ НАПАДУ НА ІНФОРМАЦІЮ

У статті розроблено диференціально-ігрову розгалужену спектральну модель процесу нападу на інформацію. Базисом розробленої моделі є диференціально-ігрова формалізація задачі її р-перетворення. Запропонована модель дозволяє отримати аналітичний вираз, що відображає динаміку поведінки стану технічного об'єкта при нападі на інформацію. На основі розробленої моделі сформульовано практичні рекомендації, спрямовані на захист інформації.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями. В сучасних умовах стрімкої інформатизації суспільства особливої актуальності набуває проблема захисту інформації в інформаційно-комунікаційних системах. Дана проблема не може бути вирішена однозначно [1–4], але предметну область даної проблеми, що характеризується високим ступенем невизначеності, можна звужити. Одним з можливих шляхів досягнення цієї мети є розробка математичних моделей процесів нападу та захисту інформації, адекватних реальним умовам протікання інформаційних конфліктів.

Моделювання у загальному розумінні [5] і моделювання процесів нападу на інформацію у конкретному випадку є одним із ефективних методів дослідження поведінки технічних об'єктів (ТО) при реалізації антагоністичних прагнень суб'єктів інформаційного конфлікту – методів несанкціонованого доступу (НСД) та методів захисту інформації (МЗІ).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз літератури [1–4, 6–14] показав, що розробці моделей процесу нападу на інформацію приділяється значна увага, як з боку вітчизняних, так і закордонних вчених. Але більшість відомих на сьогоднішній день моделей носять абстрактний характер. Їм характерні такі основні недоліки: у моделях [6–10] не враховується динамічний характер протікання інформаційних конфліктів; моделі [11–13] розглядаються з точки зору оптимального адаптивного управління захистом інформації; модель [14] неформалізована, якісна.

Метою статті є розробка математичної моделі процесу нападу на інформацію і на її основі – розробка практичних рекомендацій, спрямованих на захист інформації.

Викладення основного матеріалу. Нехай ТО, у контурі управління якого циркулює інформація, що являє інтерес, під дією потоків захисних дій λ_i , $i = 1, 2$ і (або) інформаційних атак μ_j , $j = 1, 2$ змінює свій стан (переходить із одного стану у інший), протягом деякого часу t . Час t дорівнює тривалості інтервалу здійснення інформаційних атак T (спроб НСД) на ТО, тобто

$$t \in [0, T]. \quad (1)$$

На ресурси захисних дій λ_i та інформаційних атак μ_j накладаються обмеження вигляду:

$$0 < \lambda_i \leq \lambda_{i \max} \quad (2)$$

і

$$0 < \mu_j \leq \mu_{j \max}, \quad (3)$$

де відповідно $\lambda_{i \max}$ – максимальні інтенсивності потоків захисних дій; $\mu_{j \max}$ – максимальні інтенсивності потоків інформаційних атак.

У моменти часу t ТО перебуває в одному із станів $P(t)_{НСД}$, $P(t)_{НСД}^{МЗІ}$, $P(t)_{МЗІ}^{НСД}$ або $P(t)_{МЗІ}$, де $P(t)_{НСД}$ – ймовірність перебування ТО під впливом методів НСД, $P(t)_{НСД}^{МЗІ}$ – ймовірність перебування ТО під впливом методів НСД при дії МЗІ, $P(t)_{МЗІ}^{НСД}$ – ймовірність перебування ТО під впливом МЗІ при дії методів НСД, $P(t)_{МЗІ}$ – ймовірність перебування ТО під впливом МЗІ. Для відповідних ймовірностей правдиві такі початкові умови:

$$P(t=0)_{НСД} = 1, \quad P(t=0)_{НСД}^{МЗІ} = P(t=0)_{МЗІ}^{НСД} = P(t=0)_{МЗІ} = 0, \quad (4)$$

де $P(t=0)_{НСД} + P(t=0)_{НСД}^{МЗІ} + P(t=0)_{МЗІ}^{НСД} + P(t=0)_{МЗІ} = 1$.

Процес нападу на інформацію носить випадковий характер і протікає в умовах невизначеності, тому його можна подати розгалуженою графовою моделлю (рис. 1).

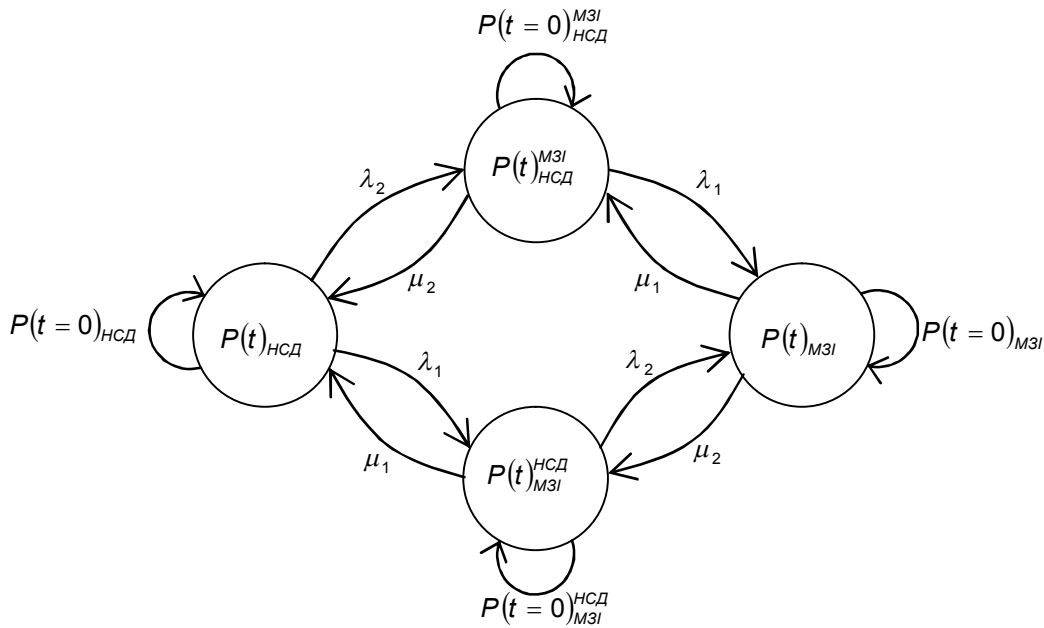


Рис. 1. Розгалужена графова модель процесу нападу на інформацію

На рис. 1 кружечками позначено можливі стани ТО, над стрілками проставлено відповідні інтенсивності потоків, які переводять об’єкт у даний стан.

Формалізуємо математичну модель процесу нападу на інформацію за графом (рис. 1) у вигляді системи диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена [15]:

$$\begin{cases} \frac{dP(t)_{НСД}}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)P(t)_{НСД} + \mu_1 P(t)_{НСД МЗІ} + \mu_2 P(t)_{НСД МЗІ} ; \\ \frac{dP(t)_{НСД МЗІ}}{dt} = -(\lambda_1 + \mu_2)P(t)_{НСД МЗІ} + \lambda_2 P(t)_{НСД} + \mu_1 P(t)_{МЗІ} ; \\ \frac{dP(t)_{МЗІ НСД}}{dt} = -(\lambda_2 + \mu_1)P(t)_{МЗІ НСД} + \lambda_1 P(t)_{НСД} + \mu_2 P(t)_{МЗІ} ; \\ \frac{dP(t)_{МЗІ}}{dt} = -(\mu_1 + \mu_2)P(t)_{МЗІ} + \lambda_1 P(t)_{НСД МЗІ} + \lambda_2 P(t)_{МЗІ НСД} . \end{cases} \quad (5)$$

Моделювання процесу нападу на інформацію $P(t)_{НСД}$ за системою (5) в аналітичному вигляді є складною математичною процедурою, яка потребує обробки великого обсягу інформації у реальному та прискореному часі.

Для моделювання процесу нападу на інформацію у реальному і прискореному часі без втрати точності вихідної моделі (5) застосуємо *p*-перетворення [16] (диференціально-тейлорівські перетворення, ДТ-перетворення), вперше запропоновані академіком НАН України Пуховим Г.Є. [17, 18].

Основна ідея *p*-перетворень полягає у скороченні обсягу обчислень чисельними методами, яка досягається за рахунок аналітичних можливостей операційного методу диференціальних перетворень. Переведення вихідної моделі (5) в область зображень точним операційним методом зберігає точність вихідної моделі і виключає часовий аргумент в області зображень [17]. У результаті моделювання процесу нападу на інформацію зводиться до виконання чотирьох арифметичних операцій в області зображень: додавання, віднімання, множення та ділення.

P-перетворення [16] – новий операційний метод, який, на відміну від відомих інтегральних перетворень Лапласа і Фур’є, побудований на переводі оригіналів у область зображень за допомогою операції диференціювання [17–19]. *P*-перетвореннями називаються функціональні перетворення виду [18]:

$$X(k) = \underline{x}(k) = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=0} \quad \underline{\quad} \quad x(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k X(k), \quad (6)$$

де $x(t)$ – оригінал, що являє собою безперервну, що диференціюється нескінченну кількість разів і обмежену разом із всіма своїми похідними, функцію дійсного аргументу t ; $X(k)$ і $\underline{x}(k)$ – рівноцінні позначення диференціального зображення оригіналу, що представляє дискретну (градчасту) функцію цілочисельного аргументу $k = 0, 1, 2, \dots$; H – масштабна стала, яка має розмірність аргументу t і часто обирається рівною відрізка $0 \leq t \leq H$, на якому розглядається функція $x(t)$; $\underline{\quad}$ – символ відповідності між оригіналом $x(t)$ і його диференціальним зображенням $X(k) = \underline{x}(k)$.

У перетвореннях (6) зліва від символу $\underline{\quad}$ стоїть пряме перетворення, що дозволяє за оригіналом $x(t)$ знайти зображення $X(k)$, а праворуч – зворотнє перетворення, що дозволяє за зображенням $X(k)$ отримати оригінал $x(t)$ у формі степеневого ряду, який є нічим іншим, як інакше записаним рядом Тейлора з центром у точці $t = 0$. Диференціальні зображення $X(k)$ називаються диференціальними T -спектрами, а значення T -функції $X(k)$ при конкретних значеннях аргументу k називаються дискретами.

Оберемо масштабну сталу H , що рівноє тривалості здійснення інформаційних атак T . Переведемо вихідну модель (5) методом p -перетворень виду (6) в область T -зображень. Тоді, скориставшись [17], отримаємо систему спектральних рівнянь:

$$\begin{cases} P(k+1)_{НСД} = \frac{T}{k+1} \left(-(\lambda_1 + \lambda_2)P(k)_{НСД} + \mu_1 P(k)_{МСЗ}^{НСД} + \mu_2 P(k)_{МСЗ}^{МСЗ} \right); \\ P(k+1)_{МСЗ}^{МСЗ} = \frac{T}{k+1} \left(-(\lambda_1 + \mu_2)P(k)_{МСЗ}^{МСЗ} + \lambda_2 P(k)_{НСД} + \mu_1 P(k)_{МСЗ} \right); \\ P(k+1)_{МСЗ}^{НСД} = \frac{T}{k+1} \left(-(\lambda_2 + \mu_1)P(k)_{МСЗ}^{НСД} + \lambda_1 P(k)_{НСД} + \mu_2 P(k)_{МСЗ} \right); \\ P(k+1)_{МСЗ} = \frac{T}{k+1} \left(-(\mu_1 + \mu_2)P(k)_{МСЗ} + \lambda_1 P(k)_{МСЗ}^{МСЗ} + \lambda_2 P(k)_{МСЗ}^{НСД} \right). \end{cases} \quad (7)$$

З урахуванням диференціально-ігрового базису задачі (7) [20, 21] суб'єкти інформаційного конфлікту називаються гравцями, правила поведінки гравців – стратегіями [22–24]. Стратегії гравців λ_i і μ_j вибираються в диференціально-ігрових задачах за умови оптимізації деякого критерію $I_{НСД}$, який називається платою [22]. Розв'язання диференціального рівняння $P(k+1)_{НСД}$ називається траєкторією гри (партії). Під ціною гри $I^*(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j^{ОПТ})_{НСД}$ розуміють деякий критерій оптимізації, який виражається через оптимальні стратегії $\lambda_i^{ОПТ}$ і $\mu_j^{ОПТ}$ розподілу наявних ресурсів гравців диференціальної гри [23, 24].

У сформульованій диференціальній грі визначенню підлягатимуть: траєкторія гри $P(k+1)_{НСД}$, яка є диференціально-ігровою розгалуженою спектральною моделлю процесу нападу на інформацію; ціна гри $-I^*(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j^{ОПТ})_{НСД}$; оптимальні стратегії – $\lambda_i^{ОПТ}$ і $\mu_j^{ОПТ}$.

Для відображення динаміки диференціальної гри в області оригіналів подамо плату $I_{НСД}$ в загальному вигляді інтегральною моделлю у формі функціонала виду:

$$I_{НСД} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t)_{НСД} dt, \quad (8)$$

де інтегрування проводиться вздовж траєкторії гри $P(t)_{НСД}$ від моменту її початку $t = 0$, до моменту закінчення $t = T$ (1).

В умовах антагонізму, коли інтереси гравців є протилежними, перший гравець намагається мінімізувати свої втрати при максимізації втрат другого гравця. Тоді з метою пошуку оптимальної стратегії поведінки гравців у безкоаліційних диференціальних іграх доцільно обирати принцип мінімаксу [22–25].

Згідно з даним принципом першим гравцем формується стратегія λ_i , що мінімізує плату $I_{НСД}$ при умові максимізації плати другим гравцем:

$$I^*(\lambda_i, \mu_j)_{НСД} = \min_{\lambda_i \in E_\lambda} \max_{\mu_j \in E_\mu} I_{НСД}, \quad (9)$$

де E_λ , E_μ – замкнені обмежені у евклідових просторах R_λ і R_μ множини, що визначають можливі стратегії гравців, а другим – стратегія μ_j , що максимізує плату $I_{НСД}$ за умови мінімізації плати першим гравцем:

$$I^*(\lambda_i, \mu_j)_{НСД} = \max_{\mu_j \in E_\mu} \min_{\lambda_i \in E_\lambda} I_{НСД} . \quad (10)$$

При виконанні співвідношення

$$I^*(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j^{ОПТ})_{НСД} = \min_{\lambda_i \in E_\lambda} \max_{\mu_j \in E_\mu} I_{НСД} = \max_{\mu_j \in E_\mu} \min_{\lambda_i \in E_\lambda} I_{НСД} \quad (11)$$

існує сідлова точка гри [26]. Основною властивістю сідлової точки гри є твердження про те, що будь-яке відхилення від оптимальної стратегії першим гравцем призводить до втрат у платі при умові вибору оптимальної стратегії другим гравцем [22], тобто

$$I^*(\lambda_i, \mu_j^{ОПТ})_{НСД} \geq \min_{\lambda_i \in E_\lambda} I(\lambda_i, \mu_j^{ОПТ})_{НСД} , \quad (12)$$

$$I^*(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j)_{НСД} \leq \max_{\mu_j \in E_\mu} I(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j)_{НСД} . \quad (13)$$

Урахування інтегральної плати (8) дозволяє подати ціну гри (11) виразом вигляду:

$$I^*(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j^{ОПТ})_{НСД} = \min_{\lambda_i \in E_\lambda} \max_{\mu_j \in E_\mu} \left(\frac{1}{T} \int_0^T P(t)_{НСД} dt \right) . \quad (14)$$

З урахуванням (6) ціна гри $I^*(\lambda_i^{ОПТ}, \mu_j^{ОПТ})_{НСД}$ (14) визначатиметься через дискрети диференціального спектра $P(k+1)_{НСД}$ [17].

$$I^*_{НСД} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{P(k)_{НСД}}{k+1} . \quad (15)$$

В умовах антагонізму можна припустити, що ТО підпадає під максимальні ресурси гравців $\lambda_{j \max}$ та $\mu_{j \max}$.

Знайдемо дискрети відповідних диференціальних спектрів за спектральною p -моделлю (7), присвоюючи послідовно цілочисельні значення аргументу $k = 0, 1, 2$.

Нульові дискрети згідно [17] визначаються через початкові умови (4):

$$P(0)_{НСД} = 1 , \quad (16)$$

$$P(0)_{НСД}^{МЗІ} = 0 , \quad (17)$$

$$P(0)_{МЗІ}^{НСД} = 0 , \quad (18)$$

$$P(0)_{МЗІ} = 0 . \quad (19)$$

Решта дискрет для спектральної моделі $P(k+1)_{НСД}$ матимуть вигляд:

$$P(1)_{НСД} = -(\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max}) T , \quad (20)$$

$$P(2)_{НСД} = \frac{1}{2} ((\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max})^2 T + \mu_{1\max} P(1)_{НСД}^{НСД} + \mu_{2\max} P(1)_{НСД}^{МЗІ}) T , \quad (21)$$

$$P(3)_{НСД} = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} (\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max}) ((\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max})^2 T + \mu_{1\max} P(1)_{НСД}^{НСД} + \mu_{2\max} P(1)_{НСД}^{МЗІ}) T + \mu_{1\max} P(2)_{НСД}^{НСД} + \mu_{2\max} P(2)_{НСД}^{МЗІ} \right) T . \quad (22)$$

Для визначення другої $P(2)_{НСД}$ (21) та третьої $P(3)_{НСД}$ (22) дискрет потрібно знайти дискрети $P(1)_{НСД}^{НСД}$, $P(1)_{НСД}^{МЗІ}$, $P(2)_{НСД}^{НСД}$, $P(2)_{НСД}^{МЗІ}$ і для решти диференціальних спектрів моделі (7). Знайдемо ці дискрети:

$$P(1)_{НСД}^{МЗІ} = \lambda_{2\max} T , \quad (23)$$

$$P(2)_{НСД}^{МЗІ} = \frac{1}{2} (-(\lambda_{1\max} + \mu_{2\max}) \lambda_{2\max} T - (\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max}) \lambda_{2\max} T + \mu_{1\max} P(1)_{НСД}^{МЗІ}) T , \quad (24)$$

$$P(1)_{НСД}^{НСД} = \lambda_{1\max} T , \quad (25)$$

$$P(2)_{НСД}^{НСД} = \frac{1}{2} (-(\lambda_{2\max} + \mu_{1\max}) \lambda_{1\max} T - (\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max}) \lambda_{1\max} T + \mu_{2\max} P(1)_{НСД}^{НСД}) T . \quad (26)$$

Невідома дискрета $P(1)_{МЗІ}$, яка входить до складу $P(2)_{МЗІ}^{НСД}$, дорівнює:

$$P(1)_{МЗІ} = 0. \tag{27}$$

Урахування дискрет (23)–(27) дозволяє подати дискрети (21) і (22) кінцевими виразами вигляду:

$$P(2)_{НСД} = \frac{1}{2} \left((\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max})^2 + \lambda_{1\max} \mu_{1\max} + \lambda_{2\max} \mu_{2\max} \right) T^2, \tag{28}$$

$$P(3)_{НСД} = -\frac{1}{6} \left((\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max}) (\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max})^2 + \lambda_{1\max} \mu_{1\max} + \lambda_{2\max} \mu_{2\max} \right) + \lambda_{1\max} \mu_{1\max} (2\lambda_{2\max} + \lambda_{1\max} + \mu_{1\max}) + \lambda_{2\max} \mu_{2\max} (2\lambda_{1\max} + \lambda_{2\max} + \mu_{2\max}) T^3. \tag{29}$$

Ціна гри $I^*_{НСД}$ (15), з урахуванням дискрет (16), (20), (28) і (29) набуває виду функції чотирьох змінних $I^*(\lambda_{1\max}^{ОПТ}, \lambda_{2\max}^{ОПТ}, \mu_{1\max}^{ОПТ}, \mu_{2\max}^{ОПТ})_{НСД}$, тобто

$$I^*(\lambda_{1\max}^{ОПТ}, \lambda_{2\max}^{ОПТ}, \mu_{1\max}^{ОПТ}, \mu_{2\max}^{ОПТ})_{НСД} = 1 - \frac{1}{2} (\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ}) T + \frac{1}{6} \left((\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ})^2 + \lambda_{1\max}^{ОПТ} \mu_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ} \mu_{2\max}^{ОПТ} \right) T^2 - \frac{1}{24} \left((\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ}) (\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ})^2 + \lambda_{1\max}^{ОПТ} \mu_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ} \mu_{2\max}^{ОПТ} \right) + \lambda_{1\max}^{ОПТ} \mu_{1\max}^{ОПТ} (2\lambda_{2\max}^{ОПТ} + \lambda_{1\max}^{ОПТ} + \mu_{1\max}^{ОПТ}) + \lambda_{2\max}^{ОПТ} \mu_{2\max}^{ОПТ} (2\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ} + \mu_{2\max}^{ОПТ}) T^3. \tag{30}$$

Для знаходження ціни гри (30) потрібно визначити оптимальні стратегії $\lambda_{i\max}^{ОПТ}$ і $\mu_{j\max}^{ОПТ}$, які входять до її складу. З цією метою проведемо процедуру пошуку сідлової точки гри.

Необхідні умови існування сідлової точки гри мають вигляд системи кінцевих рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \lambda_{1\max}^{ОПТ}} \left(I^*(\lambda_{1\max}^{ОПТ}, \lambda_{2\max}^{ОПТ}, \mu_{1\max}^{ОПТ}, \mu_{2\max}^{ОПТ})_{НСД} \right) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_{2\max}^{ОПТ}} \left(I^*(\lambda_{1\max}^{ОПТ}, \lambda_{2\max}^{ОПТ}, \mu_{1\max}^{ОПТ}, \mu_{2\max}^{ОПТ})_{НСД} \right) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial \mu_{1\max}^{ОПТ}} \left(I^*(\lambda_{1\max}^{ОПТ}, \lambda_{2\max}^{ОПТ}, \mu_{1\max}^{ОПТ}, \mu_{2\max}^{ОПТ})_{НСД} \right) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial \mu_{2\max}^{ОПТ}} \left(I^*(\lambda_{1\max}^{ОПТ}, \lambda_{2\max}^{ОПТ}, \mu_{1\max}^{ОПТ}, \mu_{2\max}^{ОПТ})_{НСД} \right) = 0. \end{cases} \tag{31}$$

Знаходження частинних похідних за кожним з рівнянь системи (31) зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) вигляду:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} T + \frac{1}{6} (2\lambda_{1\max}^{ОПТ} + 2\lambda_{2\max}^{ОПТ} + \mu_{1\max}^{ОПТ}) T^2 = 0; \\ -\frac{1}{2} T + \frac{1}{6} (2\lambda_{1\max}^{ОПТ} + 2\lambda_{2\max}^{ОПТ} + \mu_{2\max}^{ОПТ}) T^2 = 0; \\ \frac{1}{6} \lambda_{1\max}^{ОПТ} T^2 - \frac{1}{24} \left((\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ}) \lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{1\max}^{ОПТ} (2\lambda_{2\max}^{ОПТ} + \lambda_{1\max}^{ОПТ} + \mu_{1\max}^{ОПТ}) + \lambda_{1\max}^{ОПТ} \mu_{1\max}^{ОПТ} \right) T^3 = 0; \\ \frac{1}{6} \lambda_{2\max}^{ОПТ} T^2 - \frac{1}{24} \left((\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ}) \lambda_{2\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ} (2\lambda_{1\max}^{ОПТ} + \lambda_{2\max}^{ОПТ} + \mu_{2\max}^{ОПТ}) + \lambda_{2\max}^{ОПТ} \mu_{2\max}^{ОПТ} \right) T^3 = 0, \end{cases} \tag{32}$$

розв'язання якої відносно шуканої сідлової точки гри матиме вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}} = \frac{2}{3T}; \\ \lambda_{2\max}^{\text{ОПТ}} = \frac{2}{3T}; \\ \mu_{1\max}^{\text{ОПТ}} = \frac{1}{3T}; \\ \mu_{2\max}^{\text{ОПТ}} = \frac{1}{3T}. \end{array} \right. \quad (33)$$

Достатні умови існування сідлової точки гри визначаються як

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial \lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}^2}} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \lambda_{2\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{2\max}^{\text{ОПТ}} \right)_{\text{НСД}} \right) > 0; \\ \frac{\partial^2}{\partial \lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}^2}} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \lambda_{2\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{2\max}^{\text{ОПТ}} \right)_{\text{НСД}} \right) > 0; \\ \frac{\partial^2}{\partial \mu_{1\max}^{\text{ОПТ}^2}} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \lambda_{2\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{2\max}^{\text{ОПТ}} \right)_{\text{НСД}} \right) < 0; \\ \frac{\partial^2}{\partial \mu_{2\max}^{\text{ОПТ}^2}} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \lambda_{2\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{1\max}^{\text{ОПТ}}, \mu_{2\max}^{\text{ОПТ}} \right)_{\text{НСД}} \right) < 0. \end{array} \right. \quad (34)$$

Оскільки

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial \lambda_{1\max}^{\text{ПО}}^2} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ПО}}, \lambda_{2\max}^{\text{ПО}}, \mu_{1\max}^{\text{ПО}}, \mu_{2\max}^{\text{ПО}} \right)_{\text{НА}} \right) = \frac{1}{3} T^2; \\ \frac{\partial^2}{\partial \lambda_{2\max}^{\text{ПО}}^2} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ПО}}, \lambda_{2\max}^{\text{ПО}}, \mu_{1\max}^{\text{ПО}}, \mu_{2\max}^{\text{ПО}} \right)_{\text{НА}} \right) = \frac{1}{3} T^2; \\ \frac{\partial^2}{\partial \mu_{1\max}^{\text{ПО}}^2} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ПО}}, \lambda_{2\max}^{\text{ПО}}, \mu_{1\max}^{\text{ПО}}, \mu_{2\max}^{\text{ПО}} \right)_{\text{НА}} \right) = -\frac{1}{12} \lambda_{1\max}^{\text{ПО}} T^3; \\ \frac{\partial^2}{\partial \mu_{2\max}^{\text{ПО}}^2} \left(I^* \left(\lambda_{1\max}^{\text{ПО}}, \lambda_{2\max}^{\text{ПО}}, \mu_{1\max}^{\text{ПО}}, \mu_{2\max}^{\text{ПО}} \right)_{\text{НА}} \right) = -\frac{1}{12} \lambda_{2\max}^{\text{ПО}} T^3, \end{array} \right. \quad (35)$$

то достатня умова (34) існування сідлової точки (11) виконується.

При виконанні необхідних (31) і достатніх (35) умов існування сідлової точки гри (11) стратегії (33) є оптимальними. Оптимальні стратегії (33) дають стійкий виграш, що дорівнює ціні гри $I_{\text{НСД}}^*$:

$$I_{\text{НСД}}^* = \frac{29}{54}. \quad (36)$$

Отримаємо траєкторії диференціальної гри у загальному вигляді $P(t)_{\text{НСД}}$ та при виборі гравцями оптимальних стратегій $P(t)_{\text{НСД}}^{\text{ОПТ}}$. Для цього застосуємо операцію зворотного перетворення (14) із області зображень у область оригіналів до дискрет (16), (20), (28), (29) розгалуженої спектральної моделі $P(k+1)_{\text{НСД}}$. У результаті отримаємо аналітичні вирази для розгалуженої моделі процесу нападу на інформацію в часовій області:

модель $P(t)_{\text{НСД}}$ загального вигляду:

$$\begin{aligned} P(t)_{\text{НСД}} = & 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) t + \frac{1}{2} \left((\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2 \right) t^2 - \\ & - \frac{1}{6} \left((\lambda_1 + \lambda_2) \left((\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2 \right) + \lambda_1 \mu_1 (2\lambda_2 + \lambda_1 + \mu_1) + \right. \\ & \left. + \lambda_2 \mu_2 (2\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) \right) t^3; \end{aligned} \quad (37)$$

модель $P(t)_{\text{НСД}}^{\text{ОПТ}}$, що відповідає вибору гравцями оптимальних стратегій (33):

$$P(t)_{НСД} = 1 - \frac{4}{3} \frac{t}{T} + \frac{10}{9} \left(\frac{t}{T}\right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{t}{T}\right)^3. \quad (38)$$

Висновки та перспективи подальших досліджень. В статті розв'язано дві актуальні наукові задачі – пряму і зворотну. Розв'язання прямої задачі, що полягала у розробці диференціально-ігрової розгалуженої спектральної моделі процесу нападу на інформацію $P(k+1)_{НСД}$, дозволило отримати аналітичні вирази, що виражають динаміку перебування технічного об'єкта під впливом методів несанкціонованого доступу в процесі нападу на інформацію. Практична цінність розробленої диференціально-ігрової розгалуженої спектральної моделі $P(k+1)_{НСД}$ полягає у можливості отримання аналітичних виразів (37) та (38), які можна досліджувати при різних наборах стратегій розподілу ресурсів гравців диференціальної гри під час інформаційного конфлікту. Розроблені на основі спектральної моделі $P(k+1)_{НСД}$ моделі (37) та (38) мають практичне застосування. Так, модель (37) може бути інтерпретована як кількісна оцінка рівня захищеності технічного об'єкта, а модель (38) при цьому може виступати гарантованим рівнем захищеності.

Зворотна задача, що розв'язана у статті, полягала у виборі оптимальних стратегій поведінки гравців (33). В умовах невизначеності поведінки гравців і при виборі ними отриманих оптимальних стратегій можна гарантувати гравцям виграш, не гірший, ніж ціна гри (36). Виходячи з отриманої ціни гри гравцями можуть обиратися й інші види стратегій.

У подальшому планується досліджувати поведінку розроблених моделей при різних наборах вхідних даних.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Хорошко В.О.* Информационная безопасность Украины. Основные проблемы и перспективы // Захист інформації. – К.: ДУІКТ, 2008. – № 40 (спеціальний випуск). – С. 6–9.
2. *Хорошко В.А., Чекатов А.А.* Методы и средства защиты информации. – К.: Юниор, 2003. – 478 с.
3. Стратегія управління інформаційною безпекою / В.І. Андреев, В.Д. Козюра, Л.М. Скачек, В.О. Хорошко. – К.: ДУІКТ, 2007. – 272 с.
4. *Поповский В.В.* Защита информации в телекоммуникационных системах: Учебник. – Т. 1 / Поповский В.В., Персиков А.В. – Харьков: ООО "Компания СМИТ", 2006. – 238 с.
5. *Томашевський В.М.* Моделирование систем / За ред. академ. НАН України М.З. Згуровського – К.: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.
6. *Мельников В.В.* Безопасность информации в автоматизированных системах. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 368 с.
7. *Брайловський М.М.* Кількісно-якісна оцінка рівня інформаційної безпеки / М.М. Браїловський, А.Г. Габович, А.Ю. Горобець та ін. // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – 2006. – № 9 (103). – Ч. 1. – С. 14–17.
8. *Андреев В.И.* Количественная оценка защищённости технических объектов с учётом их функционирования / В.И. Андреев, В.С. Козлов, В.А. Хорошко // Захист інформації. – К.: НАУ, 2004. – № 2. – С. 47–50.
9. *Козлов В.С.* Количественная оценка защищённости информации / В.С. Козлов, В.А. Хорошко // Захист інформації. – К.: НАУ, 2003. – № 4. – С. 67–73.
10. *Козлова К.В.* Кількісна оцінка захисту радіоелектронних об'єктів (РЕО) / К.В. Козлова, В.О. Хорошко // Захист інформації. – К.: ДІТС, 2007. – № 1. – С. 30–32.
11. *Игнатов В.О.* Динаміка інформаційних конфліктів в інтелектуальних системах / В.О. Игнатов, М.М. Гузий // Проблеми інформатизації та управління. – Вип. 15. – К.: НАУ, 2005. – С. 88–92.
12. *Игнатов В.А.* Оптимальное управление скаляризацией векторных критериев в конфликтующих системах / В.А. Игнатов, М.М. Гузий // Проблеми інформатизації та управління. – К.: НАУ, 2004. – Вип. 11. – С. 118–126.
13. *Игнатов В.А.* Оптимальное управление информационной безопасностью / В.А. Игнатов, М.М. Гузий // Проблеми інформатизації та управління. – К.: НАУ, 2004. – Вип. 14. – С. 71–74.
14. ISO 15408. The Common Criteria for Information Technology Security Evaluation.
15. *Гнеденко Б.В.* Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
16. *Р-моделирование* складних динамічних систем / Г.Л. Баранов, М.М. Браїловський, А.А. Засядько та ін. / За ред. проф. Г.Л. Баранова та проф. В.О. Хорошко. – К.: ДУІКТ, 2008 – 132 с.
17. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные спектры и их модели. – К.: Наук. думка, 1990. – 184 с.

18. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – К.: Наук. думка, 1984. – 420 с.
19. Диференціальні перетворення для комп'ютерного моделювання керуючих систем: Навч. посібн. для студ. вищ. навч. закл. / О.І. Стасюк, В.Л. Баранов, Г.Л. Баранов, О.Г. Фролова. – К.: КУЕТТ, 2005. – 135 с.
20. Исследование операций: Пер с англ. В 2-х томах. – Т. 1 / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – М.: Мир, 1981. – 712 с.
21. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 208 с.
22. Вайсборд Э.М. Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения / Э.М. Вайсборд, В.И. Жуковский. – М.: Советское радио, 1980. – 304 с.
23. Васильев В.В. Моделирование задач оптимизации и дифференциальных игр / В.В. Васильев, В.Л. Баранов. – К.: Наукова думка, 1989. – 286 с.
24. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами. – М.: Наука, 1976.
25. Згуровський М.З. Основи системного аналізу / М.З. Згуровський, Н.Д. Панкратова. – К.: Видавнична група ВНУ, 2007. – 544 с.
26. Теорія графів у задачах розподілу ресурсів: Підруч. для студ. техн. спец. вищ. навч. закл. – Кн. 2. – Диференціально-ігровий підхід до моделювання систем / С.В. Лістровий, М.І. Луханін, О.П. Мартинова, Р.В. Семчук. – Харків: ПП "Нове слово", 2007. – 144 с.

ГРИЦУК Руслан Валентинович – кандидат технічних наук, Ph.D, науковий співробітник наукового центру Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– моделювання процесів нападу та захисту інформації.

Подано 16.01.2009

Гришук Р.В. Диференціально-ігрова розгалужена спектральна модель процесу нападу на інформацію
Гришук Р.В. Дифференциально-игровая ветвящаяся спектральная модель процесса нападения на информацию
Gryschuk R.V. Branched Spectral Differential-Gaming Model Of Information Attacking Process

УДК 004.9:517.978.2

Дифференциально-игровая ветвящаяся спектральная модель процесса нападения на информацию / Р.В. Гришук

В статье разработано дифференциально-игровую ветвящуюся спектральную модель процесса нападения на информацию. Базисом предложенной модели являются дифференциально-игровая формализация задачи и p -преобразования. Предложенная модель позволяет получить в аналитическом виде выражение, которое описывает динамику поведения состояния технического объекта при нападении на информацию.

УДК 004.9:517.978.2

Branched Spectral Differential-Gaming Model Of Information Attacking Process. / R.V. Gryschuk

In article the branched spectral differential-gaming model of information attacking process is developed. The base for suggested model is differential-gaming formalisation of a task and p -transformations. The suggested model enables to obtain a statement in analytic mode, that describes behaviour dynamic of technical object state while information attacking.