УДК 629.7.054

В.В. Карачун, д.т.н., проф.
В.М. Мельник, к.т.н., доц.
Національний технічний університет України «КПІ»

ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТНИХ ФУНКЦІЙ ОБОЛОНКОВИХ ФРАГМЕНТІВ ПІДВІСУ ГІРОСКОПА

Проводиться аналіз пружно-деформованого стану підвісу гіроскопа, поліагрегатного за складом. Обчислюються координатні функції оболонкової частини, наводиться вікове рівняння та визначається ступінь взаємного впливу координат тривимірної задачі. Окреслюються межі застосування аналітичного апарату для збурюючих чинників довільної структури.

Постановка проблеми. Побудова опорної системи координат під час старту ракет-носіїв, а також визначення орієнтирних напрямів, передбачених технічним завданням, постають однією з найважливіших завдань навігації. Тому аналіз природи виникаючих при старті РН похибок, постає напрочуд важливою складовою забезпечення виконання польотного завдання.

Збурюючі чинники, які мають місце на стартовій площадці, певним чином діють на механічні системи приладів і систем інерціальної навігації. Це – кінематичне збурення, силове, тепловий факел, проникне акустичне випромінювання тощо. Пружні нелінійні коливання підвісу носіїв кінетичного моменту – гіроскопів – у своїй сукупності можуть сприйматися приладом як вхідний сигнал, будучи насправді «хибним» сигналом. Звідси – похибки інерціальної апаратури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Збурений стан плоских та оболонкових фрагментів як правило здійснювався без врахування особливостей динаміки поверхні за наявності носія кінетичного моменту і породженням цієї особливості – просторовою стабілізацією [1, 2]. Перші дослідження в цьому напрямку висвітлені, наприклад у монографії [3] з'ясована природа гіроскопічних явищ за наявної хитавиці РН та пружних коливань підвісу.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Поплавковий підвіс гіроскопа має вигляд колового циліндра, що занурений у важку органічну рідину. Пружні переміщення його поверхні під дією проникного збурення довільної природи і просторової структури являють не тільки теоретичний інтерес, але і стануть у нагоді при обранні геометрії лінії меридіану при з'ясуванні ступеня впливу координатних функцій підвісу одна на одну, тобто вирішувати питання оптимізації підвісу в аспекті мінімуму похибок навігаційного обладнання.

Метою досліджень постає обчислення і оцінка пружно-деформованих властивостей приладів інерціальної навігації з поліагрегатним підвісом.

$$\begin{cases} a_{z1}^{(1)}\ddot{A}_1^{(1)} + a_{z2}^{(1)} A_1^{(1)} + a_{z3}^{(1)}B_1^{(1)} + a_{z4}^{(1)}C_1^{(1)} = Q_z^{(1)}(t); \\ a_{z1}^{(2)}\ddot{A}_1^{(2)} + a_{z2}^{(2)} A_1^{(2)} + a_{z3}^{(2)}B_1^{(2)} + a_{z4}^{(2)}C_1^{(2)} = Q_z^{(2)}(t); \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} b_{\varphi1}^{(1)}\ddot{B}_1^{(1)} + b_{\varphi2}^{(1)}B_1^{(1)} + b_{\varphi3}^{(1)}A_1^{(1)} + b_{\varphi4}^{(1)}C_1^{(1)} = Q_\varphi^{(1)}(t); \\ b_{\varphi1}^{(2)}\ddot{B}_1^{(2)} - b_{\varphi2}^{(2)}B_1^{(2)} + b_{\varphi3}^{(2)}A_1^{(2)} + b_{\varphi4}^{(2)}C_1^{(2)} = Q_\varphi^{(2)}(t); \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} c_{w1}^{(1)}\ddot{C}_1^{(1)} + c_{w2}^{(1)}C_1^{(1)} + c_{w3}^{(1)}B_1^{(1)} + c_{w4}^{(1)}A_1^{(1)} = Q_w^{(1)}(t); \\ c_{w1}^{(2)}\ddot{C}_1^{(2)} + c_{w2}^{(2)}C_1^{(2)} + c_{w3}^{(2)}B_1^{(2)} + c_{w4}^{(2)}A_1^{(2)} = Q_w^{(2)}(t); \end{cases} \tag{3}$$

Основний матеріал досліджень. Диференціальні рівняння поплавкового підвісу гіроскопа з довільною геометрією лінії меридіана можна записати у вигляді [4]:

Щоб одержати рівняння частот для цих трьох пар диференціальних рівнянь (1), (2) і (3), формально приймемо рівними нулю їхні праві частини:

$$\begin{aligned} &Q_z^{(1)}(t) = 0\,;\; Q_\varphi^{(1)}(t) = 0\,;\;\; Q_w^{(1)}(t) = 0\,; \\ &Q_z^{(2)}(t) = 0\,;\; Q_\varphi^{(2)}(t) = 0\,;\;\; Q_w^{(2)}(t) = 0\,. \end{aligned} \tag{4}$$

Потім використаємо апроксимації:

$$\begin{cases} A_1^{(1)}(t) = a_1^{(1)}e^{i\omega t}\;;\; B_1^{(1)}(t) = b_1^{(1)}e^{i\omega t}\;;\; C_1^{(1)}(t) = c_1^{(1)}e^{i\omega t} \\ A_1^{(2)}(t) = a_1^{(2)}e^{i\omega t}\;;\; B_1^{(2)}(t) = b_1^{(2)}e^{i\omega t}\;;\; C_1^{(2)}(t) = c_1^{(2)}e^{i\omega t} \end{cases}, \tag{5}$$

де $a_1^{(1)}$, $b_1^{(1)}$, $c_1^{(1)}$, $a_1^{(2)}$, $b_1^{(2)}$, $c_1^{(2)}$ – довільні сталі. Одержуємо:

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(1)} - \omega^2 a_{z1}^{(1)}\right) a_1^{(1)} + a_{z3}^{(1)}\, b_1^{(1)} + a_{z4}^{(1)} c_1^{(1)} = 0 \\ \left(a_{z2}^{(2)} - \omega^2 a_{z1}^{(2)}\right) a_1^{(2)} + a_{z3}^{(2)}\, b_1^{(2)} + a_{z4}^{(2)} c_1^{(2)} = 0 \\ \left(-b_{\varphi 2}^{(1)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)}\right) b_1^{(1)} + b_{\varphi 3}^{(1)}\, a_1^{(1)} + b_{\varphi 4}^{(1)} c_1^{(1)} = 0 \\ \left(b_{\varphi 2}^{(2)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(2)}\right) b_1^{(2)} + b_{\varphi 3}^{(2)}\, a_1^{(2)} + b_{\varphi 4}^{(2)} c_1^{(2)} = 0 \\ \left(c_{w2}^{(1)} - \omega^2 c_{w1}^{(1)}\right) c_1^{(1)} + c_{w3}^{(1)}\, b_1^{(1)} + c_{w4}^{(1)} a_1^{(1)} = 0 \\ \left(c_{w2}^{(2)} - \omega^2 c_{w1}^{(2)}\right) c_1^{(2)} + c_{w3}^{(2)}\, b_1^{(2)} + c_{w4}^{(2)} a_1^{(2)} = 0 \end{cases}. \tag{6}$$

Система рівнянь (6) розпадається на дві незалежних:

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(1)} - \omega^2 a_{z1}^{(1)}\right) a_1^{(1)} + a_{z3}^{(1)}\, b_1^{(1)} + a_{z4}^{(1)} c_1^{(1)} = 0 \\ b_{\varphi 3}^{(1)} \cdot a_1^{(1)} + \left(-b_{\varphi 2}^{(1)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)}\right) b_1^{(1)} + b_{\varphi 4}^{(1)} c_1^{(1)} = 0, \\ c_{w4}^{(1)} a_1^{(1)} + c_{w3}^{(1)}\, b_1^{(1)} + \left(c_{w2}^{(1)} - \omega^2 c_{w1}^{(1)}\right) c_1^{(1)} = 0 \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(2)} - \omega^2 a_{z1}^{(2)}\right) a_1^{(2)} + a_{z3}^{(2)}\, b_1^{(2)} + a_{z4}^{(2)} c_1^{(2)} = 0 \\ b_{\varphi 3}^{(2)} \cdot a_1^{(2)} + \left(b_{\varphi 2}^{(2)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(2)}\right) b_1^{(2)} + b_{\varphi 4}^{(2)} c_1^{(2)} = 0, \\ c_{w4}^{(2)} a_1^{(2)} + c_{w3}^{(2)}\, b_1^{(2)} + \left(c_{w2}^{(2)} - \omega^2 c_{w1}^{(2)}\right) c_1^{(2)} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

або в такій формі:

$$\begin{vmatrix} \dfrac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} - \omega^2 & \dfrac{a_{z3}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} & \dfrac{a_{z4}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \\ \dfrac{b_{\varphi_3}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} & -\dfrac{b_{\varphi_2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} - \omega^2 & \dfrac{b_{\varphi_4}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \\ \dfrac{c_{w4}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} & \dfrac{c_{w3}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} & \dfrac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0, \tag{9}$$

$$\begin{vmatrix} \dfrac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} - \omega^2 & \dfrac{a_{z3}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} & \dfrac{a_{z4}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \\ \dfrac{b_{\varphi_3}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} & \dfrac{b_{\varphi_2}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} - \omega^2 & \dfrac{b_{\varphi_4}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \\ \dfrac{c_{w4}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} & \dfrac{c_{w3}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} & \dfrac{c_{w2}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0. \tag{10}$$

Співвідношення (9), (10) дають можливість визначити частоти ω. З виразу (9) знаходимо:

$$\lambda^3 + E_1^{(1)} \lambda^2 + E_2^{(1)} \lambda + E_3^{(1)} = 0, \tag{11}$$

де $\lambda = \omega^2$;

$$E_1^{(1)} = \frac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} + \frac{b_{\varphi 2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} + \frac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}};$$

$$E_2^{(1)} = -\frac{b_{\varphi 2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \left(\frac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} + \frac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} \right) - \frac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} + \frac{b_{\varphi 4}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w3}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} + \frac{a_{z3}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 3}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} + \frac{a_{z4}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w4}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}};$$

$$E_3^{(1)} = \frac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} - \frac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 4}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w3}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} + \frac{a_{z3}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 4}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w4}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} - \frac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} \cdot \frac{a_{z3}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 3}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} + \frac{a_{z4}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 3}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w3}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}} - \frac{a_{z4}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \cdot \frac{b_{\varphi 2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \cdot \frac{c_{w4}^{(1)}}{c_{w1}^{(1)}}.$$

Аналогічно з (10) складаємо друге рівняння частот:

$$\lambda^3 + E_1^{(2)} \lambda^2 + E_2^{(2)} \lambda + E_3^{(2)} = 0, \tag{12}$$

де $\lambda = \omega^2$;

$$E_1^{(2)} = \frac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} - \frac{b_{\varphi 2}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} + \frac{c_{w2}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}};$$

$$E_2^{(2)} = \frac{b_{\varphi 2}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \left(\frac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} + \frac{c_{w2}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} \right) - \frac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w2}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} + \frac{b_{\varphi 4}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w3}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} + \frac{a_{z3}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 3}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} + \frac{a_{z4}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w4}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}};$$

$$E_3^{(2)} = -\frac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 2}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w2}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} - \frac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 4}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w3}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} + \frac{a_{z3}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 4}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w4}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} - \frac{a_{z3}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 3}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w2}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} + \frac{a_{z4}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 3}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w3}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}} + \frac{a_{z4}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \cdot \frac{b_{\varphi 2}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \cdot \frac{c_{w4}^{(2)}}{c_{w1}^{(2)}}.$$

Перейдемо від канонічної форми запису рівнянь (11) і (12) до виду, зручного при визначенні коренів кубічного рівняння. Маємо відповідно:

$$y_1^3 + 3p_1 y_1 + 2q_1 = 0\,, \tag{13}$$

де

$$y_1 = \lambda_1 + \frac{1}{3}E_1^{(1)}\,;\; 2q_1 = \frac{2E_1^{(1)3}}{27} - \frac{E_1^{(1)}E_2^{(1)}}{3} + E_3^{(1)}\,;$$

$$3p_1 = \frac{3E_2^{(1)} - E_1^{(1)2}}{3} = E_2^{(1)} - \frac{E_1^{(1)2}}{3}\,.$$

$$y_2^3 + 3p_2 y_2 + 2q_2 = 0\,, \tag{14}$$

де

$$y_2 = \lambda_2 + \frac{E_1^{(2)}}{3}\;;\; 2q_2 = \frac{2E_1^{(2)3}}{27} - \frac{E_1^{(2)}E_2^{(2)}}{3} + E_3^{(2)}\,;$$

$$3p_2 = \frac{3E_2^{(2)} - E_1^{(2)2}}{3} = E_2^{(2)} - \frac{E_1^{(1)2}}{3}\,.$$

В обох рівняннях дискримінант $D_i = \left(q_i^2 + p_i^3\right) > 0$, що дозволяє зробити висновок про наявність одного додатного кореня як в (13), так і в (14). Два інших корені – комплексні.

Тоді, застосувавши формулу Кардана для рівнянь (13) і (14), знаходимо розв'язок у вигляді:

$$y_1 = U_1 + V_1\,;\; y_2 = U_2 + V_2\,, \tag{15}$$

де

$$U_1 = \left\{-q_i + \left[q_i^2 + p_i^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} = \left[-q_i + D_i^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}};$$

$$V_1 = \left\{-q_i - \left[q_i^2 + p_i^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} = \left[-q_i - D_i^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}. \tag{16}$$

Для з'ясування координатних функцій оболонки можна скористатися формулами Крамера та знайти величини $a_1^{(1)}$, $a_1^{(2)}$, $b_1^{(1)}$, $b_1^{(2)}$, $c_1^{(1)}$, $c_1^{(2)}$. З цією метою системи рівнянь (7) і (8) запишемо в загальному виді:

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(1)} - \omega^2 a_{z1}^{(1)}\right)a_1^{(1)} + a_{z3}^{(1)}\,b_1^{(1)} + a_{z4}^{(1)}c_1^{(1)} = Q_z^{(1)}(t) \\ b_{\varphi 3}^{(1)} \cdot a_1^{(1)} + \left(-b_{\varphi 2}^{(1)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)}\right)b_1^{(1)} + b_{\varphi 4}^{(1)}c_1^{(1)} = Q_\varphi^{(1)}(t), \\ c_{w4}^{(1)}a_1^{(1)} + c_{w3}^{(1)}\,b_1^{(1)} + \left(c_{w2}^{(1)} - \omega^2 c_{w1}^{(1)}\right)c_1^{(1)} = Q_w^{(1)}(t) \end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(2)} - \omega^2 a_{z1}^{(2)}\right)a_1^{(2)} + a_{z3}^{(2)}\,b_1^{(2)} + a_{z4}^{(2)}c_1^{(2)} = Q_z^{(2)}(t) \\ b_{\varphi 3}^{(2)} \cdot a_1^{(2)} + \left(b_{\varphi 2}^{(2)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(2)}\right)b_1^{(2)} + b_{\varphi 4}^{(2)}c_1^{(2)} = Q_\varphi^{(2)}(t)\,. \\ c_{w4}^{(2)}a_1^{(2)} + c_{w3}^{(2)}\,b_1^{(2)} + \left(c_{w2}^{(2)} - \omega^2 c_{w1}^{(2)}\right)c_1^{(2)} = Q_w^{(2)}(t) \end{cases} \tag{18}$$

Характеристичний визначник $D^{(1)}$ системи (17) представлений виразом (11):

$$D^{(1)} = \omega^6 + E_1^{(1)}\omega^4 + E_2^{(1)}\omega^2 + E_3^{(1)}, \tag{19}$$

а визначник $D^{(2)}$ системи рівнянь (18) має вигляд (12):

$$D^{(2)} = \omega^6 + E_1^{(2)}\omega^4 + E_2^{(2)}\omega^2 + E_3^{(2)}. \tag{19, a}$$

Тоді з (17) можна обчислити шукані невідомі:

$$a_1^{(1)} = \frac{D_a^{(1)}}{D^{(1)}}\,;\; b_1^{(1)} = \frac{D_b^{(1)}}{D^{(1)}}\,;\; c_1^{(1)} = \frac{D_c^{(1)}}{D^{(1)}}\,, \tag{20}$$

де

$$D_a^{(1)} = \begin{vmatrix} Q_z^{(1)} & a_{z3}^{(1)} & a_{z4}^{(1)} \\ Q_\varphi^{(1)} & \left(-b_{\varphi_2}^{(1)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)}\right) & b_{\varphi 4}^{(1)} \\ Q_w^{(1)} & c_{w_3}^{(1)} & \left(c_{w2}^{(1)} - \omega^2 c_{w1}^{(1)}\right) \end{vmatrix}; \tag{21}$$

$$D_b^{(1)} = \begin{vmatrix} a_{z2}^{(1)} - \omega^2 a_{z1}^{(1)} & Q_z^{(1)} & a_{z4}^{(1)} \\ b_{\varphi 3}^{(1)} & Q_\varphi^{(1)} & b_{\varphi 4}^{(1)} \\ c_{w4}^{(1)} & Q_w^{(1)} & \left(c_{w2}^{(1)} - \omega^2 c_{w1}^{(1)}\right) \end{vmatrix}; \tag{22}$$

$$D_c^{(1)} = \begin{vmatrix} a_{z2}^{(1)} - \omega^2 a_{z1}^{(1)} & a_{z3}^{(1)} & Q_z^{(1)} \\ b_{\varphi 3}^{(1)} & (-b_{\varphi 2}^{(1)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)}) & Q_\varphi^{(1)} \\ c_{w4}^{(1)} & c_{w3}^{(1)} & Q_w^{(1)} \end{vmatrix}. \tag{23}$$

Аналогічно з (18):

$$a_1^{(2)} = \frac{D_a^{(2)}}{D^{(2)}}; \; b_1^{(2)} = \frac{D_b^{(2)}}{D^{(2)}}; \; c_1^{(2)} = \frac{D_c^{(2)}}{D^{(2)}}, \tag{24}$$

де

$$D_a^{(2)} = \begin{vmatrix} Q_z^{(2)} & a_{z3}^{(2)} & a_{z4}^{(2)} \\ Q_\varphi^{(2)} & b_{\varphi_2}^{(2)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(2)} & b_{\varphi 4}^{(2)} \\ Q_w^{(2)} & c_{w_3}^{(2)} & c_{w2}^{(2)} - \omega^2 c_{w1}^{(2)} \end{vmatrix}; \tag{25}$$

$$D_b^{(2)} = \begin{vmatrix} a_{z2}^{(2)} - \omega^2 a_{z1}^{(2)} & Q_z^{(2)} & a_{z4}^{(2)} \\ b_{\varphi 3}^{(2)} & Q_\varphi^{(2)} & b_{\varphi 4}^{(2)} \\ c_{w4}^{(2)} & Q_w^{(2)} & c_{w2}^{(2)} - \omega^2 c_{w1}^{(2)} \end{vmatrix}; \tag{26}$$

$$D_c^{(2)} = \begin{vmatrix} a_{z2}^{(2)} - \omega^2 a_{z1}^{(2)} & a_{z3}^{(2)} & Q_z^{(2)} \\ b_{\varphi 3}^{(2)} & b_{\varphi 2}^{(2)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(2)} & Q_\varphi^{(2)} \\ c_{w4}^{(2)} & c_{w3}^{(2)} & Q_w^{(2)} \end{vmatrix}. \tag{27}$$

Обчислимо часткові визначники:

$$\begin{aligned} D_a^{(1)} = {} & Q_z^{(1)}[\omega^4 b_{\varphi 1}^{(1)} c_{w4}^{(1)} + \omega^2 \left(\frac{b_{\varphi 2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} - \frac{c_{w2}^{(1)}}{c_{w4}^{(1)}} \right) b_{\varphi 1}^{(1)} c_{w4}^{(1)} - b_{\varphi 2}^{(1)} c_{w2}^{(1)} - b_{\varphi 4}^{(1)} c_{w3}^{(1)}] + \\ & + Q_\varphi^{(1)}[\omega^2 a_{z3}^{(1)} c_{w1}^{(1)} - a_{z3}^{(1)} c_{w2}^{(1)} + a_{z4}^{(1)} c_{w3}^{(1)}] + Q_w^{(1)}[\omega^2 a_{z4}^{(1)} b_{\varphi 1}^{(1)} + a_{z4}^{(1)} b_{\varphi 2}^{(1)} + a_{z3}^{(1)} b_{\varphi 4}^{(1)}]; \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} D_b^{(1)} = {} & Q_z^{(1)}\left[\omega^2 b_{\varphi 3}^{(1)} c_{w1}^{(1)} + b_{\varphi 4}^{(1)} c_{w4}^{(1)} - b_{\varphi 3}^{(1)} c_{w2}^{(1)}\right] + Q_\varphi^{(1)}\left[\omega^4 a_{z1}^{(1)} c_{w1}^{(1)} - \omega^2 \left(a_{z2}^{(1)} c_{w1}^{(1)} + a_{z1}^{(1)} c_{w2}^{(1)}\right) + \right. \\ & \left. + a_{z2}^{(1)} c_{w2}^{(1)} - a_{z4}^{(1)} c_{w4}^{(1)} \right. + Q_w^{(1)}\left[\omega^2 a_{z1}^{(1)} b_{\varphi 4}^{(1)} + a_{z4}^{(1)} b_{\varphi 3}^{(1)} - a_{z2}^{(1)} b_{\varphi 4}^{(1)}\right]; \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} D_c^{(1)} = {} & Q_z^{(1)}\left[\omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)} c_{w4}^{(1)} + b_{\varphi 2}^{(1)} c_{w4}^{(1)} + b_{\varphi 3}^{(1)} c_{w3}^{(1)}\right] + Q_\varphi^{(1)}\left[\omega^2 a_{z1}^{(1)} c_{w3}^{(1)} + a_{z3}^{(1)} c_{w4}^{(1)} - a_{z2}^{(1)} c_{w3}^{(1)}\right] + \\ & + Q_w^{(1)}\left[\omega^4 a_{z1}^{(1)} b_{\varphi 1}^{(1)} + \omega^2 \left(a_{z1}^{(1)} b_{\varphi 2}^{(1)} - a_{z2}^{(1)} b_{\varphi 1}^{(1)}\right) - a_{z3}^{(1)} b_{\varphi 3}^{(1)} - a_{z2}^{(1)} b_{\varphi 2}^{(1)}\right]; \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} D_a^{(2)} = {} & Q_z^{(2)}[\omega^4 \cdot b_{\varphi 1}^{(2)} c_{w1}^{(2)} - \omega^2 \left(b_{\varphi 2}^{(2)} c_{w1}^{(2)} + b_{\varphi 1}^{(2)} c_{w2}^{(2)}\right) + \\ & + b_{\varphi 2}^{(2)} c_{w2}^{(2)} - b_{\varphi 4}^{(2)} c_{w3}^{(2)}] + Q_\varphi^{(2)}[\omega^2 a_{z3}^{(2)} c_{w1}^{(2)} - a_{z3}^{(2)} c_{w2}^{(2)} + a_{z4}^{(2)} c_{w3}^{(2)}] + Q_w^{(2)}\left[\omega^2 a_{z4}^{(2)} b_{\varphi 1}^{(2)} - a_{z4}^{(2)} b_{\varphi 2}^{(2)} + a_{z3}^{(2)} b_{\varphi 4}^{(2)}\right]; \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} D_b^{(2)} = {} & Q_z^{(2)}\left[\omega^2 b_{\varphi 3}^{(2)} c_{w1}^{(2)} + b_{\varphi 4}^{(2)} c_{w4}^{(2)} - b_{\varphi 3}^{(2)} c_{w2}^{(2)}\right] + Q_\varphi^{(2)}\left[\omega^4 a_{z1}^{(2)} c_{w1}^{(2)} - \omega^2 \left(a_{z2}^{(2)} c_{w1}^{(2)} + a_{z1}^{(2)} c_{w2}^{(2)}\right) + \right. \\ & \left. + a_{z2}^{(2)} c_{w2}^{(2)} - a_{z4}^{(2)} c_{w4}^{(2)} \right] + Q_w^{(2)}\left[\omega^2 a_{z1}^{(2)} b_{\varphi 4}^{(2)} - a_{z2}^{(2)} b_{\varphi 4}^{(2)} + a_{z4}^{(2)} b_{\varphi 3}^{(2)}\right]; \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned} D_c^{(2)} = {} & Q_z^{(2)}\left[\omega^2 b_{\varphi 1}^{(2)} c_{w4}^{(2)} + b_{\varphi 3}^{(2)} c_{w3}^{(2)} - b_{\varphi 2}^{(2)} c_{w4}^{(2)}\right] + Q_\varphi^{(2)}\left[\omega^2 a_{z1}^{(2)} c_{w3}^{(2)} - a_{z2}^{(2)} c_{w3}^{(2)} + a_{z3}^{(2)} c_{w4}^{(2)}\right] + \\ & + Q_w^{(2)}\left[\omega^4 a_{z1}^{(2)} b_{\varphi 1}^{(2)} - \omega^2 \left(a_{z1}^{(2)} b_{\varphi 2}^{(2)} + a_{z2}^{(2)} b_{\varphi 1}^{(2)}\right) + a_{z2}^{(2)} b_{\varphi 2}^{(2)} - a_{z3}^{(2)} b_{\varphi 3}^{(2)}\right]. \end{aligned} \tag{33}$$

Висновок. Таким чином, виконана вся підготовча робота для обчислення вібрації поверхні оболонки під дією зовнішніх збурень. Аналітичний опис здійснено у формі, яка дозволяє вивчати дію чинників будь-якої фізичної природи.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле: Пер. с англ. / Под ред. Э.И. Григомока. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
2. *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971. – 239 с.
3. Нелинейные колебания в полиагрегатном подвесе гироскопа: Монография / В.Н. Мельник, В.В. Карачун. – Киев: Корнейчук, 2008. – 104 с.

4. *Карачун В.В., Каюк Я.Ф., Мельник В.Н.* Трехмерная задача динамики подвеса поплавкового гироскопа // Пробл. прочности. – 2008. – № 3. – С. 53–69.

КАРАЧУН Володимир Володимирович – доктор технічних наук, академік аерокосмічної академії України, завідувач кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

– динаміка приладів і систем інерціальної навігації.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – кандидат технічних наук, Лауреат премії Національної академії наук України для молодих вчених, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури рухомих об’єктів.

Подано 03.11.2008

Карачун В.В., Мельник В.М. Обчислення координатних функцій оболонкових фрагментів підвісу гіроскопа