

В.М. Мельник, к.т.н., доц.

В.В. Каракун, д.т.н., проф.

Національний технічний університет України «КПІ»

ПОХИБКИ ПОПЛАВКОВОГО ГІРОСКОПА ЗА СИНХРОННОЇ ХИТАВИЦІ ФЮЗЕЛЯЖУ РН

Аналізується друге наближення похибки поплавкового гіроскопа при сумісній дії проникаючого акустичного випромінювання рушійних установок РН та синхронній хитавиці фюзеляжу. Визначено ступінь впливу збурюючих чинників на похибку вимірювань.

Постановка проблеми. Старт ракет-носіїв (РН) мобільного базування здійснюється за умов, коли ревербераційні ефекти призводять до появи дифузних акустичних полів, які в сукупності з хитавицею корпусу ракети призводять до виникнення нелінійних коливань пілотажно-навігаційного обладнання. Напружений стан підвісу сприймається пристроями як входна величина, а за своєю суттю він є «хібним» сигналом.

Природа явища стає зрозумілою, коли окреслити ступінь впливу акустичної вібрації в умовах кутового руху літального апарату на виникнення збурюючих моментів сил інерції Коріоліса [1]. Причому для інерціальних пристрояв небезпечна не стільки акустична вібрація поверхні, скільки її одночасна дія з кінематичним збуренням. Побудовані відповідні розрахункові моделі дозволяють з'ясувати закономірності виникаючих коливань підвісу гіроскопа, а потім – здійснити якісний і кількісний аналіз похибок командно-вимірювального комплексу РН.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вивчення динамічних властивостей пілотажно-навігаційного обладнання як правило окреслюється аналізом вібростійкості апаратури та впливу кінематичних збурень основи на похибки вимірювань. Вивчення пружної взаємодії механічних систем пристрояв з проникаючим акустичним випромінюванням тільки набуває розвитку і теоретичного підґрунтя [2]. В цьому аспекті знайшли свій шлях розвитку розрахункові моделі «сухих» [3] та поліагрегатних підвісів [4] як систем з розподіленими, або дискретно розподіленими параметрами. На відміну від розрахункових схем у вигляді зосереджених мас, це дозволило більш глибше аналізувати динаміку бортової апаратури.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Обчислення похибок поплавкового гіроскопа при низькочастотній хитавиці дозволили у другому наближенні виділити їх у всьому наявному спектрі за синхронного руху відносно трьох осей. Розширяючи мету досліджень, а саме аналізуючи сумісну дію акустичних полів і кінематичних збурень, розрахункові моделі наближаються до існуючих у натурних умовах реалій, дозволяють на якісно новому рівні досягти бажаної мети.

Метою проведених досліджень є процедура аналітичного опису динамічного стану двостепеневого поплавкового гіроскопа за умов дифракції звукових хвиль на його пружному підвісі й хитавиці фюзеляжу РН, оцінка ступеня впливу параметрів зовнішніх чинників на похибку пристроя.

Основний матеріал дослідження. Рівняння другого наближення мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \ddot{\beta}_2 + (2h - 2h^a)\dot{\beta}_2 + n^2\beta_2 = r\omega_{2x} + S\lambda\omega_{2y} - (q + q' + q^a)\omega_{2z} + \\
 & + \beta_1(r\omega_{1x} + l\omega_{1y} - q'\omega_{1z}) + \dot{\beta}_1(u\omega_0\beta_1 + 2\mu'\omega_{1z}) - \frac{1}{2}\omega_0(q'' + q^a)\beta_1^2 + \\
 & + \frac{a}{2}[\omega_{1x}^2 - \omega_{1z}^2]\sin 2\beta_0 + 2\lambda^2\omega_{1y}^2 + 2\omega_{1x}\omega_{1z}\cos 2\beta_0 + \\
 & + 2\lambda\omega_{1x}\omega_{1y} - 2g 2\beta_0 \omega_{1y}\omega_{1z} \cdot \cos \beta_0] - \dot{\omega}_{2y} + \mu\dot{\omega}_{2z},
 \end{aligned} \tag{1}$$

де

$$\begin{aligned}
 (2R\omega_0 + H \cos \beta_0) &= S^a; \quad \frac{S^a}{B} = S; \quad \frac{q'_1}{B} = q'; \quad \frac{r'_1}{B} = r'; \\
 [R\omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0] Q_1 &= l^a; \quad \frac{l^a}{B} = l'; \\
 \frac{q''_1}{B} = q''; \quad \frac{(\mu^a)}{B} &= \mu'; \quad \frac{q''_1}{B} = q''; \quad \frac{R}{B} = a. \\
 r_1 &= R\omega_0 \cos 2\beta_0 - H \sin \beta_0; \quad q_1 = R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0; \\
 b^a &= \omega_0 Q \sin \beta_0; \quad r_1^a = i\omega_a Q \sin \beta_0; \quad q_1^a = i\omega_a Q \cos \beta_0. \\
 \omega_0 Q \sin \beta_0 &= b^a; \quad i\omega_a Q \sin \beta_0 = r_1^a; \quad i\omega_a Q \cos \beta_0 = q_1^a; \quad Q_1 \cos \beta_0 = \lambda; \\
 Q \cos \beta_0 &= \mu^a; \quad \frac{c}{B} = k^2; \quad \frac{r_1}{B} = r; \quad \frac{q_1}{B} = q; \quad \frac{q_1^a}{B} = q^a; \quad \frac{r_1^a}{B} = r^a; \\
 n^2 &= k^2 + \omega_0 (r - r^a); \quad \frac{\mu^a}{B} = \mu; \quad \frac{b}{B} = 2h; \quad \frac{b^a}{B} = 2h^a. \\
 Q_1 &= \frac{4\rho_r}{HR} I_n \dot{W}(t) = \frac{4P_0}{HR} i\omega_a I_n \rho_r; \quad Q = \frac{2P_0}{HR} i\omega_a [I_n (\rho_r + \rho_r \pi) + \rho_r m_r R_r L]. \\
 q'_1 &= 2R\omega_0 \cos 2\beta_0 - H \sin \beta_0; \quad q''_1 = -2R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0.
 \end{aligned}$$

Права частина рівняння (1) містить періодичні та сталу складові. Очевидно, що гармонічні доданки за асинхронної хитавиці фюзеляжа РН будуть мати частоти $\nu_{ij} = \pm\nu_i + \nu_j$ з різними комбінаціями знаків та індексів i та j . При цьому амплітуди коливань будуть вже становити другий порядок малості. Найбільший інтерес являється сталій доданок в правій частині рівняння (1), бо за усталеного руху йому відповідає деякий зсув вихідного сигналу $\beta_2^{(0)}$ приладу, який визначається як частковий розв'язок рівняння (1):

$$n^2 \beta_2^{(0)} = C; \quad \beta_2^{(0)} = \frac{C}{n^2}. \quad (2)$$

Таким чином, вихідний сигнал β містить:

$$\beta = \beta_0 + \beta_1^{(0)} + \beta_2^{(0)}$$

і замість виміваної швидкості ω_0 покаже:

$$\omega_0 + \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2,$$

де два останніх додатки відповідають «хибній» кутовій швидкості.

Перейдемо до обчислення сталої C . За синхронної хитавиці фюзеляжу, осереднені у часі величини рівняння (1) дають:

$$\begin{aligned}
 \langle \omega_{2x} \rangle &= -\langle \omega_z \psi \rangle = -\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \omega_z \psi dt = -\nu \rho_\psi \rho_\psi \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T \sin(\nu t + \delta_\psi) \times \right. \\
 &\quad \times \cos(\nu t + \delta_\psi) dt \left. \right) = -\frac{1}{2} \nu \rho_\psi \rho_\psi \sin(\delta_\psi - \delta_\psi); \\
 \langle \omega_{2z} \rangle &= \left\langle \frac{\omega_0}{2} (\theta^2 + \psi^2) - \psi \theta \right\rangle = \frac{\omega_0}{2} \langle \theta^2 + \psi^2 \rangle - \langle \psi \theta \rangle = \\
 &= \frac{1}{2} \omega_0 \left\langle [\rho_\theta^2 \sin^2(\nu t + \delta_\theta) + \rho_\psi^2 \sin^2(\nu t + \delta_\psi)] \right\rangle - \nu \rho_\theta \rho_\psi \left\langle [\cos(\nu t + \delta_\psi) \sin(\nu t + \delta_\theta)] \right\rangle = \\
 &= \frac{1}{4} \omega_0 (\rho_\theta^2 + \rho_\psi^2) - \frac{1}{2} \nu \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\psi); \\
 \langle \omega_{2y} \rangle &= \langle \omega_{1x} \theta \rangle = \left\langle \nu \rho_\psi \cos(\nu t + \delta_\psi) \rho_\theta \sin(\nu t + \delta_\theta) \right\rangle = \frac{1}{2} \nu \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\psi); \\
 \langle \beta_1 \omega_{1x} \rangle &= \langle \beta_1 \dot{\theta} \rangle - \omega_0 \langle \beta_1 \psi \rangle =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left[(n^2 - v^2)^2 + 4(h - h^a)^2 v^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \left\{ \left[(r - \omega_0) v^2 \rho_\theta^2 \cos \varepsilon - (\omega_0 r - v^2) v \rho_\theta \rho_\psi \times \right. \right. \\
&\quad \times \sin(\delta_\psi - \delta_\theta - \varepsilon) - q v^2 \rho_\theta \rho_\varphi \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta - \varepsilon) \left. \right] - \frac{1}{2} [(r - \omega_0) v \rho_\theta \rho_\psi \times \\
&\quad \times \sin(\delta_\psi - \delta_\theta + \varepsilon) - (\omega_0 r - v^2) \rho_\psi^2 \cos \varepsilon - q v \rho_\psi \rho_\varphi \sin(\delta_\psi - \delta_\varphi + \varepsilon)] \left. \right\}; \\
\langle \beta_1 \omega_{1z} \rangle &= \frac{1}{2} [(r - \omega_0) v^2 \rho_\theta \rho_\varphi \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta + \varepsilon) - (\omega_0 r - v^2) v \rho_\varphi \rho_\psi \sin(\delta_\varphi - \delta_\psi - \varepsilon) - \\
&\quad - q v^2 \rho_\theta^2 \cos \varepsilon] [(n^2 - v^2)^2 + 4(h - h^a)^2 v^2]^{-\frac{1}{2}}; \\
\langle \beta_1 I' \omega_{1y} \rangle &: \\
I' &= \frac{l^a}{B} = \frac{R \omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0 \times 4 P_0 i \omega_a I_H \rho_r \cos(\omega_a t + \delta_w)}{HBR}; \\
I' \omega_{1y} &= \frac{R \omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0}{HBR} 2 P_0 i \omega_a I_H \rho_r \times \\
&\quad \times \left\{ v \rho_\psi \sin[(\omega_a - v)t + \delta_w - \delta_\psi] + v \rho_\varphi \sin[(\omega_a + v)t + \delta_w + \delta_\varphi] - \right. \\
&\quad \left. - \omega_0 \rho_\theta \sin[(\omega_a - v)t + \delta_w - \delta_\theta] + \omega_0 \rho_\theta \sin[(\omega_a + v)t + \delta_w + \delta_\theta] \right\}; \\
\langle \beta_1 I' \omega_{1y} \rangle &= \\
&= \left[(n^2 - v^2)^2 + 4(h - h^a)^2 v^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \frac{R \omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0}{HBR} \times \\
&\quad \times 2 P_0 i \omega_a I_H \rho_r \left\{ \left\{ - \frac{P_0 \omega^2 \cos \beta_0}{2 HBR} v \rho_\psi I_H \rho_r \sin(\delta_w - \delta_\psi - \delta_\varphi + \delta_\varphi + \varepsilon) + \right. \right. \\
&\quad + v \rho_\psi I_H \rho_r \sin(\delta_w - \delta_\psi - \delta_w + \delta_\varphi + \varepsilon) + v \rho_\varphi m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_w - \delta_\varphi - \delta_{w_r} + \delta_\varphi + \varepsilon) \\
&\quad - \omega_0 \rho_\theta I_H \rho_r \sin(\delta_w - \delta_\theta - \delta_\varphi + \delta_\varphi + \varepsilon) - \omega_0 \rho_\theta \pi I_H \rho_r \sin(\delta_w - \delta_\theta - \delta_w + \delta_\varphi + \varepsilon) - \\
&\quad - \omega_0 \rho_\theta m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_w - \delta_\theta - \delta_{w_r} + \delta_\varphi + \varepsilon) + \\
&\quad + v \rho_\psi I_H \rho_r \sin(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_\varphi - \delta_\varphi + \varepsilon) + v \rho_\varphi \pi I_H \rho_r \sin(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_w - \delta_\varphi + \varepsilon) + \\
&\quad + v \rho_\varphi m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_{w_r} - \delta_\varphi + \varepsilon) + \\
&\quad + \omega_0 \rho_\theta I_H \rho_r \sin(\delta_w + \delta_\theta - \delta_\varphi - \delta_\varphi + \varepsilon) + \omega_0 \rho_\theta \pi I_H \rho_r \sin(\delta_w + \delta_\theta - \delta_w - \delta_\varphi + \varepsilon) + \\
&\quad + \omega_0 \rho_\theta m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_w + \delta_\theta - \delta_{w_r} - \delta_\varphi + \varepsilon) \left. \right\} + \\
&+ \frac{P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_H (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \times \\
&\quad \times \left\{ v^2 \rho_r^2 \sin(\delta_w - \delta_\psi - \delta_w + \delta_\varphi + \varepsilon) + v \rho_\psi \omega_0 \rho_r \rho_\theta \cos(\delta_w - \delta_\psi - \delta_w + \delta_\theta + \varepsilon) - \right. \\
&\quad - \omega_0 \rho_\theta v \rho_r \rho_\psi \sin(\delta_w - \delta_\theta - \delta_w + \delta_\varphi + \varepsilon) - \omega_0^2 \rho_r^2 \rho_\theta \cos(\delta_w - \delta_\theta + \delta_w + \delta_\theta + \varepsilon) + \\
&\quad + v^2 \rho_r^2 \rho_\theta \sin(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_w - \delta_\varphi + \varepsilon) + v \rho_\psi \omega_0 \rho_r \rho_\theta \cos(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_w - \delta_\theta + \varepsilon) + \\
&\quad \left. + \omega_0 \rho_\theta v \rho_r \rho_\psi \sin(\delta_w + \delta_\theta - \delta_w - \delta_\varphi + \varepsilon) + \omega_0^2 \rho_r^2 \rho_\theta \cos(\delta_w + \delta_\theta - \delta_w - \delta_\theta + \varepsilon) \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{2HBR} v^2 \rho_\varphi \left\{ \nu \rho_\psi I_{II} \rho_r \cos(\delta_w - \delta_\varphi - \delta_v + \delta_\varphi + \varepsilon) + \nu \rho_\varphi m_T R_T L \rho_T \times \right. \\
& \times \cos(\delta_w - \delta_\varphi - \delta_{w_r} + \delta_\varphi + \varepsilon) - \omega_0 \rho_\theta I_{II} \rho_r \cos(\delta_w - \delta_\theta - \delta_v + \delta_\varphi + \varepsilon) - \\
& - \omega_0 \rho_\theta m_T R_T L \rho_T \cos(\delta_w - \delta_\theta - \delta_{w_r} + \delta_\varphi + \varepsilon) + \nu \rho_\psi I_{II} \rho_r \cos(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_v - \\
& - \delta_\varphi + \varepsilon) + \nu \rho_\varphi m_T R_T L \rho_T \cos(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_{w_r} - \delta_\varphi + \varepsilon) + \omega_0 \rho_\theta I_{II} \rho_r \times \\
& \times \cos(\delta_w + \delta_\theta - \delta_v - \delta_\varphi + \varepsilon) + \omega_0 \rho_\theta m_T R_T L \rho_T \cos(\delta_w + \delta_\theta - \delta_{w_r} - \delta_\varphi + \varepsilon) \} \} = \\
& = \left[(n^2 - v^2)^2 + 4(h - h^a)^2 v^2 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \times \frac{R \omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0}{HBR} 2P_0 i \omega_a I_{II} \rho_r \times \\
& \times \left\{ \left\{ - \frac{P_0 \omega_0^2 \cos \beta_0}{2HBR} \nu \rho_\psi \left\{ 2\nu \rho_\psi I_{II} \rho_r \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \right. \right. \right. \\
& + 2\omega_0 \rho_\theta I_{II} \rho_r \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \cos(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) + 2\pi I_{II} \nu \rho_\psi \rho_r \sin \varepsilon \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \\
& + 2vm_T R_T L \rho_T \rho_\varphi \sin(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + 2\pi I_{II} \omega_0 \rho_\theta \rho_r \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \times \\
& \times \cos \varepsilon + 2\omega_0 \rho_\theta m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \cos(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \} + \\
& + \frac{P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_{II} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \times \\
& \times \left\{ 2\nu^2 \rho_r \rho_\varphi^2 \sin \varepsilon + 2\nu \omega_0 \rho_\theta \rho_\varphi \rho_r \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi + \varepsilon) + 2\nu \omega_0 \rho_\theta \rho_\varphi \rho_r \cos \frac{\pi}{4} \times \right. \\
& \times \sin \left(\frac{\pi}{4} - \delta_\varphi + \delta_\theta - \varepsilon \right) \} + \frac{P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{2HBR} v^2 \rho_\varphi \left\{ 2\nu \rho_\psi \rho_r I_{II} \cos(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \times \right. \\
& \times \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + 2\nu \rho_\varphi \rho_r m_T R_T L \cos(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + 2\omega_0 I_{II} \rho_\theta \rho_r \times \\
& \times \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) + 2\omega_0 m_T R_T L \rho_\theta \rho_r \sin(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \} \} = \\
& = \left[(n^2 - v^2)^2 + 4(h - h^a)^2 v^2 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \times \frac{R \omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0}{HBR} 2P_0 i \omega_a I_{II} \rho_r \times \\
& \times \left\{ \left\{ - \frac{P_0 \omega_0^2 \cos \beta_0}{HBR} \nu \rho_\psi \left\{ \nu I_{II} \rho_\psi \rho_r \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \right. \right. \right. \\
& + \omega_0 I_{II} \rho_\theta \rho_r \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi) + \pi \nu I_{II} \rho_\psi \rho_r \sin \varepsilon \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \\
& + \nu m_T R_T L \rho_T \rho_\varphi \sin(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \pi \omega_0 I_{II} \rho_\theta \rho_r \cos \varepsilon \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) + \\
& + \omega_0 m_T R_T L \rho_\theta \rho_r \cos(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \} + \\
& + \frac{2P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_{II} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \nu \rho_r \rho_\varphi [\nu \rho_\psi \sin \varepsilon + \omega_0 \rho_\theta \times \\
& \times \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi + \varepsilon) + \omega_0 \rho_\theta \sin(\frac{\pi}{4} - \delta_\varphi + \delta_\theta - \varepsilon) \cos \frac{\pi}{4}] + \\
& + \frac{P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{HBR} v^2 \rho_\varphi \left[\nu I_{II} \rho_\psi \rho_r \cos(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \nu \rho_\psi \rho_T m_T R_T L \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} + \varepsilon) \cos(\delta_\psi - \delta_\psi) + \omega_0 I_H \rho_o \rho_r \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} + \varepsilon) \times \\
& \times \sin(\delta_o - \delta_\psi) + \omega_0 m_T R_T L \rho_o \rho_T \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} + \varepsilon) \sin(\delta_o - \delta_\psi) \} \}; \\
\langle \dot{\beta}_1 \mu' \omega_{1z} \rangle & = \left[(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \times \left\{ \left\{ \frac{P_0 \omega_0^2 \cos \beta_0}{2HBR} \nu \rho_\psi \left\{ -2\omega_a (I_n^2 \rho_r^2 + \pi^2 I_H^2 \rho_r^2 + m_T^2 R_T^2 L^2) \sin \varepsilon + \right. \right. \right. \\
& + 2\omega_a \pi I_n^2 \rho_r \rho_r \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + 2\omega_a m_T R_T L \rho_T I_H \rho_r \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + \\
& + 2\omega_a m_T R_T L \rho_T \pi I_n \rho_r \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + \\
& + I_H \rho_r (\omega_a - \nu) (\pi I_n \rho_r + m_T R_T L \rho_T) \sin(\delta_{w_r} - \varepsilon) + \\
& + \pi I_n^2 \rho_r \rho_r (\omega_a + \nu) \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + I_H \rho_r m_T R_T L \rho_T (\omega_a + \nu) \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) \} - \\
& \left. \left. \left. - \frac{P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_H (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \right. \right. \right. \\
& \times \{ I_H \rho_r \rho_r \rho_\psi \nu (\omega_a - \nu) \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \delta_\psi + \delta_\psi - \varepsilon) - \\
& - I_H \rho_r \rho_r \rho_o \omega_0 (\omega_a - \nu) \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \delta_o + \delta_\psi - \varepsilon) + \\
& + I_H \rho_r \rho_r \rho_\psi \nu (\omega_a + \nu) \sin(\delta_{w_r} + \delta_\psi - \delta_{w_r} - \delta_\psi - \varepsilon) - \\
& - I_H \rho_r \rho_r \rho_\psi \omega_0 (\omega_a + \nu) \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} + \delta_o - \delta_\psi - \varepsilon) + \\
& + I_H \rho_r^2 \rho_\psi \nu (\omega_a - \nu) \sin(\delta_\psi - \delta_\psi - \varepsilon) - \pi I_H \rho_r^2 \rho_o \omega_0 (\omega_a - \nu) \cos(\delta_\psi - \delta_o - \varepsilon) + \\
& + \pi I_H \rho_r^2 \rho_\psi \nu (\omega_a + \nu) \sin(\delta_\psi - \delta_\psi - \varepsilon) - \pi I_H \rho_r^2 \rho_o \omega_0 (\omega_a + \nu) \cos(\delta_o - \delta_\psi - \varepsilon) + \\
& + m_T R_T L \rho_r \rho_r \rho_\psi \nu (\omega_a - \nu) \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \delta_\psi - \varepsilon) - \\
& - m_T R_T L \rho_r \rho_o \rho_T \omega_0 (\omega_a - \nu) \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \delta_o - \delta_\psi - \varepsilon) + \\
& + m_T R_T L \rho_r \rho_\psi \rho_T \nu (\omega_a + \nu) \sin(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} + \delta_\psi - \delta_\psi - \varepsilon) - \\
& - m_T R_T L \rho_r \rho_o \rho_T \omega_0 (\omega_a + \nu) \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} + \delta_o - \delta_\psi - \varepsilon) \} + \\
& + \frac{2P_0 i \omega_0^2 \cos \beta_0}{HBR} \nu^2 \rho_\psi \left\{ (I_n^2 \rho_r^2 + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_T^2) \cos \varepsilon + \pi I_H^2 \rho_r \rho_r \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + \right. \\
& + m_T R_T L I_H \rho_r \rho_T \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + m_T R_T L I_H \rho_r \rho_r \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) + \\
& \left. + \pi m_T R_T L I_H \rho_r \rho_T \cos(\delta_{w_r} - \delta_{w_r} - \varepsilon) \right\} \}; \\
\langle \dot{\beta}_1 \mu \omega_0 \beta_1 \rangle & = \omega_0 \langle \dot{\beta}_1 \beta_1 \mu \rangle = 0; \quad \left\langle \frac{1}{2} \omega_0 q^a \beta_1^2 \right\rangle = \frac{1}{2} \omega_0 \left\langle q^a \beta_1^2 \right\rangle = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q^a & = \frac{q_1^a}{B} = \frac{-2P_0 \omega_0^2 \cos \beta_0}{HBR} \left\{ I_H \left[\rho_r \cos(\omega_a t + \delta_{w_r}) + \rho_r \cos(\omega_a t + \delta_{w_r}) \right] + \right. \\
& + m_T R_T L \rho_T \cos(\omega_a t + \delta_{w_r}) \Big\}; \\
\frac{1}{2} \omega_0 \langle q'' \beta_1^2 \rangle; \quad q'' & = \frac{q_1''}{B} = \frac{(-2R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{B}; \\
\langle \beta_1^2 \rangle & = \langle [(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2] \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \{(r - \omega_0)^2 v^2 \rho_o^2 \cos^2(\nu t + \delta_o - \varepsilon) - (r\omega_0 - v^2)^2 \rho_\varphi^2 \sin^2(\nu t + \delta_\varphi - \varepsilon) - \\
& - q^2 v^2 \rho_\varphi^2 \cos^2(\nu t + \delta_\varphi - \varepsilon) - (r\omega_0 - v^2) v q \rho_\varphi \rho_o [\sin(\delta_\varphi - \delta_o) + \\
& + \cos(2\nu t + \delta_\varphi + \delta_o - 2\varepsilon)] - (r - \omega_0) (r\omega_0 - v^2) v \rho_o \rho_\varphi [\sin(\delta_\varphi - \delta_o) + \\
& + \cos(2\nu t + \delta_\varphi + \delta_o - 2\varepsilon)] - (r - \omega_0) v^2 q \rho_o \rho_\varphi [\cos(\delta_\varphi - \delta_o) + \\
& + \cos(2\nu t + \delta_o + \delta_\varphi - 2\varepsilon)] - \\
& - \frac{P_0 \omega_0^2 \cos \beta_0}{HBR} v \rho_\varphi \frac{2 P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_{II} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \rho_r \times \\
& \times \{I_{II} \rho_r [v \rho_\varphi \cos(\delta_V - \delta_\varphi - \delta_W + \delta_\varphi) - \omega_0 \rho_o \sin(\delta_W - \delta_o - \delta_V + \delta_\varphi)] + \\
& + v \rho_\varphi \cos(\delta_V + \delta_\varphi - \delta_W - \delta_\varphi) + \omega_0 \rho_o \sin(\delta_W - \delta_o - \delta_V - \delta_\varphi)\} + \\
& + \pi I_{II} [v \rho_\varphi \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \omega_0 \rho_o \sin(\delta_\varphi - \delta_o)] + v \rho_\varphi \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \omega_0 \rho_o \times \\
& \times \sin(\delta_o - \delta_\varphi) + m_T R_T L \rho_T [v \rho_\varphi \cos(\delta_{W_r} - \delta_\varphi - \delta_W + \delta_\varphi) + \omega_0 \rho_o \sin(\delta_W - \delta_o - \\
& - \delta_{W_r} + \delta_\varphi) + v \rho_\varphi \cos(\delta_{W_r} + \delta_\varphi - \delta_W - \delta_\varphi) + \omega_0 \rho_o \sin(\delta_W + \delta_o - \delta_{W_r} - \delta_\varphi)]\} - \\
& - \frac{P_0 \omega_0^2 \cos \beta_0}{HBR} v \rho_\varphi \frac{P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{HBR} v^2 \rho_\varphi \times \\
& \times \{I_{II} \rho_r \rho_T m_T R_T L \sin(\delta_{W_r} - \delta_V) + \pi I_{II} \rho_r [I_{II} \rho_r \sin(\delta_V - \delta_W) + \\
& + m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_{W_r} - \delta_W)] + m_T R_T L \rho_T I_{II} \rho_r \sin(\delta_V - \delta_{W_r}) + \\
& + I_{II} \rho_r \rho_T m_T R_T L \sin(\delta_{W_r} - \delta_V) + m_T R_T L \rho_T I_{II} \rho_r \sin(\delta_V - \delta_{W_r}) + \\
& + \pi I_{II} \rho_r [I_{II} \rho_r \sin(\delta_V - \delta_W) + m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_{W_r} - \delta_W)]\} + \\
& + \frac{P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_{II} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \frac{P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{HBR} v^2 \rho_\varphi \rho_r \times \\
& \times \{v \rho_\varphi I_{II} \rho_r [\sin(\delta_V - \delta_\varphi - \delta_W + \delta_\varphi) + \sin(\delta_V + \delta_\varphi - \delta_W - \delta_\varphi)] + \\
& + \omega_0 \rho_o I_{II} \rho_r [\cos(\delta_W - \delta_o - \delta_V + \delta_\varphi) + \cos(\delta_W + \delta_o - \delta_V - \delta_\varphi)] + \\
& + m_T R_T L \rho_T v \rho_\varphi [\sin(\delta_{W_r} - \delta_\varphi - \delta_W + \delta_\varphi) + \sin(\delta_{W_r} + \delta_\varphi - \delta_W - \delta_\varphi)] + \\
& + m_T R_T L \rho_T \omega_0 \rho_o [\cos(\delta_W - \delta_o - \delta_{W_r} + \delta_\varphi) + \cos(\delta_W + \delta_o - \delta_{W_r} - \delta_\varphi)] + \\
& + \frac{P_0^2 \omega_0^4 \cos^2 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} v^2 \rho_\varphi^2 \times \\
& \times \left\{ \left\{ I_{II}^2 \rho_r^2 \left[\cos^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] + \cos^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \right] + \right. \right. \\
& + 2 \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + \\
& + \pi^2 I_{II}^2 \rho_r^2 \left\{ \cos^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] + \cos^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \right\} + \\
& + 2 \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + \\
& + m_r^2 R_r^2 L^2 \rho_r^2 \left\{ \cos^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_r} - \delta_\varphi - \varepsilon] + \cos^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_r} + \delta_\varphi - \varepsilon] \right\} + \\
& + 2 \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_r} - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_r} + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + \\
& + 2 \pi I_{II}^2 \rho_r \rho_r \{\cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] + \\
& + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] + \\
& + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + \\
& + 2I_{II}\rho_r m_T R_T L \rho_T \left\{ \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_T} - \delta_\varphi - \varepsilon] + \right. \\
& + \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_T} + \delta_\varphi - \varepsilon] + \\
& + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_T} - \delta_\varphi - \varepsilon] + \\
& + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_T} + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + \\
& + 2\pi I_{II}\rho_r m_T R_T L \rho_T \left\{ \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_T} - \delta_\varphi - \varepsilon] + \right. \\
& + \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_T} + \delta_\varphi - \varepsilon] + \\
& + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_T} - \delta_\varphi - \varepsilon] + \\
& \left. + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_T} + \delta_\varphi - \varepsilon] \right\} \} - \\
& - \frac{4P_0^2 \omega_a^2 \cos^4 \beta_0 I_{II}^2 (R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)^2 \rho_r^2}{H^2 B^2 R^2} \times \\
& \times \left\{ \left\{ \nu^2 \rho_\psi^2 \left\{ \cos^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] + \cos^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] + \right. \right. \right. \\
& + 2 \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + \\
& + \omega_u^2 \rho_\theta^2 \left\{ \cos^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\theta - \varepsilon] + \cos^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\theta - \varepsilon] + \right. \\
& + 2 \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\theta - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\theta - \varepsilon] \} + \\
& + 2\nu\rho_\psi\omega_0\rho_\theta \left\{ \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\theta - \varepsilon] + \right. \\
& + \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\theta - \varepsilon] + \\
& + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a - \nu)t + \delta_W - \delta_\theta - \varepsilon] + \\
& \left. + \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\varphi - \varepsilon] \cos[(\omega_a + \nu)t + \delta_W + \delta_\theta - \varepsilon] \right\} \} - \\
& - \frac{P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} \nu^4 \rho_\varphi^2 \\
& \times \left\{ \left\{ I_{II}^2 \rho_r^2 \left\{ \sin^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] + \sin^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] + \right. \right. \right. \\
& \times 2 \sin[(\omega_a - \nu)t + \delta_V - \delta_\varphi - \varepsilon] \sin[(\omega_a + \nu)t + \delta_V + \delta_\varphi - \varepsilon] \} + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_T^2 \times \\
& \times \left[\sin^2[(\omega_a - \nu)t + \delta_{W_T} - \delta_\varphi - \varepsilon] + \sin^2[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_T} + \delta_\varphi - \varepsilon] + 2 \sin[(\omega_a - \nu)t + \right. \\
& \left. \left. \left. + \delta_{W_T} - \delta_\varphi - \varepsilon] \sin[(\omega_a + \nu)t + \delta_{W_T} + \delta_\varphi - \varepsilon] \right] \right\} \} = [(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2] \times \\
& \times \left\{ \left\{ \frac{1}{2}(r - \omega_0)^2 \nu^2 \rho_\theta^2 - \frac{1}{2}q^2 \nu^2 \rho_\varphi^2 - (r\omega_0 - \nu^2) \nu q \rho_\varphi \rho_\varphi \sin(\delta_\varphi - \delta_\psi) - \right. \right. \\
& - (r - \omega_0)(r\omega_0 - \nu^2) \nu \rho_\theta \rho_\varphi \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta) - (r - \omega_0) \nu^2 q \rho_\theta \rho_\varphi \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) - \\
& - \frac{4P_0^2 \omega_a^2 \cos^3 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} \nu \rho_\varphi \rho_r i \omega_a I_{II} (R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0) \times \\
& \times \left[I_{II} \rho_r [\nu \rho_\psi \cos(\delta_\varphi - \delta_W) \sin(\delta_\varphi - \delta_\psi) - \omega_0 \rho_\theta \cos(\delta_W - \delta_\varphi - \delta_\theta) \sin \delta_\varphi] + \right. \\
& + \pi I_{II} [\nu \rho_\psi \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi)] + m_T R_T L \rho_T \left[\nu \rho_\psi \cos(\delta_{W_T} - \delta_W) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \right. \\
& \left. \left. + \omega_0 \rho_\theta \sin(\delta_W - \delta_{W_T}) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) \right] \right\} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2 \frac{P_0^2 i \omega_a^3 \cos^2 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} v^3 \rho_\psi^2 \pi I_{II} \rho_r [\dot{I}_{II} \rho_r \sin(\delta_v - \delta_w) + m_T R_T L \rho_T \sin(\delta_{w_T} - \delta_w)] - \\
& - \frac{P_0^2 \omega_a^2 \cos^3 \beta_0 I_{II} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{H^2 B^2 R^2} v^2 \rho_\psi \rho_r \{2v I_{II} \rho_\psi \rho_r \sin(\delta_v - \delta_w) \times \\
& \times \cos(\delta_\psi - \delta_\theta) + 2\omega_0 I_{II} \rho_r \rho_T \cos(\delta_w - \delta_v) \cos(\delta_\psi - \delta_\theta) + 2m_T R_T L \rho_T v \rho_\psi \times \\
& \times \sin(\delta_{w_T} - \delta_w) \cos(\delta_\psi - \delta_\theta) + 2\omega_0 m_T R_T L \rho_T \rho_r \cos(\delta_w - \delta_{w_T}) \cos(\delta_\psi - \delta_\theta)\} + \\
& + \frac{P_0^2 \omega_a^4 \cos^2 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} v^2 \rho_\psi [I_{II}^2 \rho_r^2 + \pi^2 I_{II}^2 \rho_r^2 + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_r^2 + \pi I_{II}^2 \rho_r \rho_r \times \\
& \times \cos(\delta_v - \delta_w) + I_{II} \rho_r \rho_T m_T R_T L \cos(\delta_v - \delta_{w_T}) + \pi I_{II} \rho_r \rho_T m_T R_T L \cos(\delta_w - \delta_{w_T})] - \\
& - \frac{4P_0^2 \omega_a^2 \cos^4 \beta_0 I_{II}^2 (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)^2}{H^2 B^2 R^2} \rho_r^2 [v^2 \rho_\psi^2 + \omega_0^2 \rho_\theta^2 + 2v \omega_0 \rho_\psi \rho_\theta \times \\
& \times \cos(\delta_\theta - \delta_\psi)] - \frac{P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{2H^2 B^2 R^2} v^4 \rho_\psi^2 [I_{II}^2 \rho_r^2 + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_r^2] \}; \\
& \frac{1}{2} \omega_0 \langle q'' \beta^2 \rangle = \frac{\omega_0 (-2R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{2B} \langle \beta^2 \rangle; \\
& \frac{1}{2} \omega_0 \langle q'' \beta^2 \rangle = 0; \quad q'' = \frac{q''_1}{B} = \frac{i \omega_a \sin \beta_0}{B} Q = \\
& = \frac{i \omega_a \sin \beta_0}{B} \cdot \frac{2P_0 i \omega_a}{HR} [I_{II} (\rho_r \cos(\omega_a t + \delta_v) + \pi \rho_r \cos(\omega_a t + \delta_w))] + \\
& + m_T R_T L \rho_T \cos(\omega_a t + \delta_{w_T})]; \\
& \langle \omega_{1x}^2 \rangle = \langle \dot{\theta}^2 \rangle + \omega_0^2 \langle \psi^2 \rangle - 2\omega_0 \langle \dot{\theta} \psi \rangle = \frac{1}{2} v^2 \rho_\theta^2 + \frac{1}{2} \omega_0^2 \rho_\psi^2 + \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi v \sin(\delta_\theta - \delta_\psi); \\
& \langle \omega_{1z}^2 \rangle = \frac{1}{2} v^2 \rho_\psi^2; \\
& \langle \lambda^2 \omega_{1y}^2 \rangle; \quad \lambda = Q \cos \beta_0 = \frac{4P_0 i \omega_a \cos \beta_0 I_{II} \rho_r}{HR} \cos(\omega_a t + \delta_w); \\
& \lambda^2 = \frac{-16P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{H^2 R^2} I_{II}^2 \rho_r^2 \cos^2(\omega_a t + \delta_w); \\
& \omega_{1y} = \psi + \omega_0 \theta = v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) + \omega_0 \rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta); \\
& \omega_{1z}^2 = v^2 \rho_\psi^2 \cos^2(vt + \delta_\psi) + \omega_0^2 \rho_\theta^2 \sin^2(vt + \delta_\theta) + v \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi [\sin(\delta_\theta - \delta_\psi) + \\
& \cos(2vt + \delta_\theta + \delta_\psi)]; \\
& \langle \lambda^2 \omega_{1y}^2 \rangle = \frac{-16P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{H^2 R^2} I_{II}^2 \rho_r^2 [v^2 \rho_\psi^2 \cos^2(\omega_a t + \delta_w) \cos^2(vt + \delta_\psi) + \\
& + \omega_0^2 \rho_\theta^2 \cos^2(\omega_a t + \delta_w) \sin^2(vt + \delta_\theta) + v \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\psi) \times \\
& \times \cos^2(\omega_a t + \delta_w) + v \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi \cos^2(\omega_a t + \delta_w) \cos(2vt + \delta_\theta + \delta_\psi)] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-4P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{H^2 R^2} I_n^2 \rho_r^2 \left[v^2 \rho_\psi^2 + \omega_a^2 \rho_\theta^2 + 2v\omega_0 \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\psi) \right]; \\
\langle S \lambda \omega_{2y} \rangle; \quad \lambda = Q_1 \cos \beta_0 &= \frac{4P_0 i \omega_a \cos \beta_0 I_n}{HR} \rho_r \cos(\omega_a t + \delta_w); \\
\omega_{2y} &= v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) \rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta); \\
S &= \frac{S^a}{B} = \frac{(2R\omega_0 + H \cos \beta_0)}{B}; \\
\langle S \lambda \omega_{2y} \rangle &= \frac{4P_0 i \omega_a \cos \beta_0 I_n \rho_r (2R\omega_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \langle v \rho_\theta \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) \sin(vt + \delta_\theta) \times \\
&\times \cos(\omega_a t + \delta_w) \rangle = 0; \\
\langle 2\omega_{1x} \omega_{1z} \cos 2\beta_0 \rangle &= 2 \cos 2\beta_0 \langle \omega_{1x} \omega_{1z} \rangle = 2 \cos 2\beta_0 \langle (\dot{\theta} - \omega_0 \psi) v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) \rangle = \\
&= 2 \cos 2\beta_0 \langle [v \rho_\theta \cos(vt + \delta_\theta) - \omega_0 \rho_\psi \sin(vt + \delta_\psi)] v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) \rangle = \\
&= 2v \rho_\psi \cos 2\beta_0 [v \rho_\theta \langle \cos(vt + \delta_\theta) \cos(vt + \delta_\psi) \rangle - \omega_0 \rho_\psi \langle \sin(vt + \delta_\psi) \cos(vt + \delta_\psi) \rangle] = \\
&= v \rho_\psi \cos 2\beta_0 [v \rho_\theta \cos(\delta_\theta - \delta_\psi) - \omega_0 \rho_\psi \sin(\delta_\psi - \delta_\theta)]; \\
\langle 2\lambda \omega_{1x} \omega_{1y} \rangle &= \\
&= \frac{8P_0 i \omega_a \cos \beta_0 I_n}{HR} \rho_r \langle \cos(\omega_a t + \delta_w) [v \rho_\theta \cos(vt + \delta_\theta) - \omega_0 \rho_\psi \sin(vt + \delta_\psi)] \times \\
&\times [v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) + \omega_0 \rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta)] \rangle = 0; \\
\langle -2tg 2\beta_0 \omega_{1z} \cos \beta_0 \omega_{1y} \rangle &= -2tg 2\beta_0 \cos \beta_0 \langle \omega_{1z} \omega_{1y} \rangle = \\
&= -2tg 2\beta_0 \cos \beta_0 \langle v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) [v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) + \omega_0 \rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta)] \rangle = \\
&= -tg 2\beta_0 \cos \beta_0 v \rho_\psi [v \rho_\psi \cos(\delta_\psi - \delta_\psi) + \omega_0 \rho_\theta \sin(\delta_\theta - \delta_\psi)] = \\
&= -v \rho_\psi \cos \beta_0 tg 2\beta_0 [v \rho_\psi \cos(\delta_\psi - \delta_\psi) - \omega_0 \rho_\theta \sin(\delta_\theta - \delta_\psi)]; \\
\langle \dot{\omega}_{2y} \rangle &= \langle \dot{\omega}_{1z} \theta + \omega_{1z} \dot{\theta} \rangle = \langle [-v^2 \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) \rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta) + v \rho_\psi \cos(vt + \delta_\psi) \times \\
&\times v \rho_\theta \cos(vt + \delta_\theta)] \rangle = \frac{1}{2} v^2 \rho_\theta \rho_\psi [\cos(\delta_\theta - \delta_\psi) - \sin(\delta_\theta - \delta_\psi)]; \\
\langle \mu \dot{\omega}_{2z} \rangle &= 0; \\
\mu &= \frac{\mu^a}{B} = \frac{Q \cos \beta_0}{B} = \frac{2P_0 i \omega_a}{HBR} \left\{ I_n [\rho_r \cos(\omega_a t + \delta_\nu) + \right. \\
&\left. + \pi \rho_r \cos(\omega_a t + \delta_w)] + m_T R_T L \rho_T \cos(\omega_a t + \delta_{w_T}) \right\}.
\end{aligned}$$

Підставляючи отримані співвідношення в праву частину рівняння (1), знайдемо величину зсуву вихідного сигналу приладу:

$$\begin{aligned}
& n^2 \beta_2^{(0)} = \\
& = -\frac{1}{2} r v \rho_\varphi \rho_\psi \sin(\delta_\psi - \delta_\varphi) - \frac{1}{4} [\omega_0 (\rho_\theta^2 + \rho_\varphi^2) - 2 \nu \rho_\theta \rho_\varphi \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi)] (q + q' + q'') + \\
& + r' [(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2]^{\frac{1}{2}} \{ v \rho_\theta [(r - \omega_0) v \rho_\theta \cos \varepsilon - (r \omega_0 - \nu^2) \rho_\varphi \times \\
& \times \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta - \varepsilon) - \\
& - \nu q \rho_\varphi \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi + \varepsilon)] - \frac{1}{2} \rho_\varphi [(r - \omega_0) v \rho_\theta \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta + \varepsilon) - (r \omega_0 - \nu^2) \rho_\varphi \cos \varepsilon - \\
& - q \rho_\varphi \rho_\psi \sin(\delta_\varphi - \delta_\varphi + \varepsilon)] \} - \frac{1}{2} v q' \rho_\varphi [(r - \omega_0) v \rho_\theta \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta + \varepsilon) - (r \omega_0 - \nu^2) \rho_\varphi \times \\
& \times \sin(\delta_\varphi - \delta_\varphi - \varepsilon) - q v \rho_\varphi \cos \varepsilon] [(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2]^{\frac{1}{2}} + \\
& + [(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2]^{\frac{1}{2}} \frac{R \omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 [2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0] - H \sin \beta_0}{HBR} \times \\
& \times 2 P_0 i \omega_a I_n \rho_r \left\{ -\frac{P_0 \omega^2 \cos \beta_0}{HBR} v \rho_\varphi [v I_n \rho_\varphi \rho_\tau \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\psi) + \right. \\
& + \omega_0 I_n \rho_\theta \rho_\tau \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) + \pi v I_n \rho_r \rho_\varphi \sin \varepsilon \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \\
& + \nu m_T R_T L \rho_T \rho_\psi \sin(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \pi \omega_0 I_n \rho_\theta \rho_r \cos \varepsilon \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) + \\
& + \omega_0 m_T R_T L \rho_\theta \rho_T \cos(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \} + \\
& + \frac{2 P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_n (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} v \rho_r \rho_\varphi [v \rho_\varphi \sin \varepsilon + \\
& + \omega_0 \rho_\theta \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi + \varepsilon) + \omega_0 \rho_\theta \sin\left(\frac{\pi}{4} - \delta_\varphi + \delta_\theta - \varepsilon\right) \cos\frac{\pi}{4}] + \\
& + \frac{P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{HBR} \nu^2 \rho_\varphi [v I_n \rho_\tau \rho_\varphi \cos(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \\
& + v \rho_\varphi \rho_T m_T R_T L \cos(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \cos(\delta_\varphi - \delta_\varphi) + \omega_0 I_n \rho_\theta \rho_\tau \sin(\delta_w - \delta_v + \varepsilon) \times \\
& \times \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) + \omega_0 m_T R_T L \rho_T \rho_\theta \sin(\delta_w - \delta_{w_r} + \varepsilon) \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \} + \\
& + [(n^2 - \nu^2)^2 + 4(h - h^a)^2 \nu^2]^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{R \omega_a^2 \cos \beta_0}{HBR} v \rho_\varphi [-2 \omega_a (I_n^2 \rho_r^2 + \pi^2 I_n^2 \rho_r^2 + \right. \\
& + m^2 R^2 L^2) \sin \varepsilon + 2 \omega_a \pi I_n^2 \rho_r \rho_\tau \sin(\delta_w - \delta_v - \varepsilon) + \\
& + 2 \omega_a m_T R_T L I_n \rho_T \rho_\tau \sin(\delta_{w_r} - \delta_v - \varepsilon) + \\
& + 2 \omega_a m_T R_T L \rho_T \pi I_n \rho_r \sin(\delta_w - \delta_{w_r} - \varepsilon) + (\omega_a - \nu) I_n \rho_\tau (\pi I_n \rho_r + m_T R_T L \rho_T) \times \\
& \times \sin(\delta_\varphi - \varepsilon) + \pi I_n^2 \rho_r \rho_\tau (\omega_a + \nu) \sin(\delta_\varphi - \delta_w - \varepsilon) + I_n \rho_\tau m_T R_T L \rho_T (\omega_a + \nu) \times \\
& \times \sin(\delta_\varphi - \delta_{w_r} - \varepsilon) \} - \frac{2 P_0 i \omega_a \cos^2 \beta_0 I_n (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \times \\
& \times [I_n \rho_r \rho_\varphi \rho_\tau v (\omega_a - \nu) \sin(\delta_w - \delta_v - \delta_\varphi + \delta_\varphi - \varepsilon) - I_n \rho_r \rho_\tau \rho_\theta \omega_0 (\omega_a - \nu) \times \\
& \times \cos(\delta_w - \delta_v - \delta_\theta + \delta_\varphi - \varepsilon) + I_n \rho_r \rho_\tau \rho_\varphi v (\omega_a + \nu) \sin(\delta_w + \delta_\varphi - \delta_v - \delta_\varphi - \varepsilon) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - I_{_H} \rho_r \rho_\tau \rho_\psi \omega_0 (\omega_a + v) \cos(\delta_{W_r} - \delta_V + \delta_\theta - \delta_\varphi - \varepsilon) + I_{_H} \rho^2 \rho_\psi v (\omega_a - v) \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta - \varepsilon) - \\
& - \pi I_{_H} \rho^2 \rho_\theta \omega_0 (\omega_a - v) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta - \varepsilon) + \pi I_{_H} \rho^2 \rho_\psi v (\omega_a + v) \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta - \varepsilon) - \\
& - \pi I_{_H} \rho^2 \rho_\theta \omega_0 (\omega_a + v) \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi - \varepsilon) + m_T R_T L \rho_r \rho_\theta \rho_\psi v \sin(\omega_a - v) \times \\
& \times \sin(\delta_W - \delta_{W_r} - \delta_\varphi - \varepsilon) - m_T R_T L \rho_r \rho_\theta \rho_\tau \omega_0 (\omega_a - v) \cos(\delta_W - \delta_{W_r} - \delta_\theta - \delta_\varphi - \varepsilon) + \\
& + m_T R_T L \rho_r \rho_\psi \rho_\tau v (\omega_a + v) \sin(\delta_W - \delta_{W_r} + \delta_\theta - \delta_\varphi - \varepsilon) - m_T R_T L \rho_r \rho_\theta \rho_\tau \omega_0 (\omega_a + v) \times \\
& \times \cos(\delta_W - \delta_{W_r} + \delta_\theta - \delta_\varphi - \varepsilon) \Big] + \frac{4P_0 \omega_a^2 \cos \beta_0}{HBR} v^2 \rho_\varphi \left[(I_{_H}^2 \rho_r^2 + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_\tau^2) \cos \varepsilon + \right. \\
& \left. + \pi I_{_H}^2 \rho_r \rho_\tau \cos(\delta_V - \delta_W - \varepsilon) + \right. \\
& \left. + m_T R_T L I_{_H} \rho_r \rho_\tau \cos(\delta_V - \delta_{W_r} - \varepsilon) + m_T R_T L I_{_H} \rho_r \rho_\tau \cos(\delta_{W_r} - \delta_V - \varepsilon) + \right. \\
& \left. + \pi m_T R_T L I_{_H} \rho_r \rho_\tau \cos(\delta_{W_r} - \delta_W - \varepsilon) \right] \Big] - \frac{\omega_0 (-2R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{2B} \times \\
& \times \left[(n^2 - v^2)^2 + 4(h - h^a)^2 v^2 \right] \left\{ \left\{ \frac{1}{2} (r - \omega_0)^2 v^2 \rho_\theta^2 - \frac{1}{2} q^2 v^2 \rho_\varphi^2 - (r\omega_0 - v^2) v q \rho_\varphi \rho_\psi \times \right. \right. \\
& \times \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta) - (r - \omega_0) (\omega_0 r - v^2) v \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta) - (r - \omega_0) v^2 q \rho_\theta \rho_\psi \times \\
& \times \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) - \frac{4P_0 \omega_a^2 \cos^3 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} v \rho_\varphi \rho_r i \omega_a I_{_H} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0) \times \\
& \times \left. \left. \left\{ I_{_H} \rho_\tau [v \rho_\varphi \cos(\delta_V - \delta_W) \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta) - \omega_0 \rho_\theta \cos(\delta_W - \delta_V - \delta_\theta) \sin \delta_\varphi] + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \pi I_{_H} v \rho_\varphi \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) + m_T R_T L \rho_\tau [v \rho_\varphi \cos(\delta_{W_r} - \delta_W) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \omega_0 \rho_\theta \sin(\delta_W - \delta_{W_r}) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta)] \right\} - \frac{2P_0^2 i \omega^3 \cos^2 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} v^3 \rho_\varphi^2 \pi I_{_H} \rho_r [I_{_H} \rho_\tau \sin(\delta_V - \delta_W) + \right. \right. \\
& \left. \left. + m_T R_T L \rho_\tau \sin(\delta_{W_r} - \delta_W)] - \frac{P_0^2 \omega_a^2 \cos^3 \beta_0 I_{_H} (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{H^2 B^2 R^2} v^2 \rho_r \rho_\varphi \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times [2v I_{_H} \rho_\varphi \rho_\tau \sin(\delta_V - \delta_W) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) + 2\omega_0 I_{_H} \rho_\theta \rho_\tau \cos(\delta_W - \delta_V) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2m_T R_T L \rho_\tau v \rho_\varphi \sin(\delta_{W_r} - \delta_W) \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta) + 2\omega_0 m_T R_T L \rho_\tau \rho_\theta \cos(\delta_W - \delta_{W_r}) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta)] + \frac{P_0^2 \omega_a^4 \cos^2 \beta_0}{H^2 B^2 R^2} v^2 \rho_\varphi \left[I_{_H}^2 \rho_\tau^2 + \pi^2 I_{_H}^2 \rho_r^2 + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_\tau^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + \pi I_{_H}^2 \rho_r \rho_\tau \cos(\delta_V - \delta_W) + I_{_H} \rho_\tau \rho_T m_T R_T L \cos(\delta_V - \delta_{W_r}) + \pi I_{_H} \rho_r \rho_\tau m_T R_T L \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \cos(\delta_W - \delta_{W_r}) \right] - \frac{4P_0^2 \omega_a^2 \cos^4 \beta_0 I_{_H}^2 (R \omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)^2}{H^2 B^2 R^2} \rho_r^2 \left[v^2 \rho_\varphi^2 + \omega_0^2 \rho_\theta^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2v \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi) \right] - \frac{P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{2H^2 B^2 R^2} v^4 \rho_\varphi^2 \left(I_{_H}^2 \rho_\tau^2 + m_T^2 R_T^2 L^2 \rho_\tau^2 \right) \right\} + \\
& + \frac{a}{4} \left[v^2 \rho_\theta^2 + \omega_0^2 \rho_\psi^2 + 2v \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) + v^2 \rho_\varphi^2 \right] \sin 2\beta_0 - a I_{_H}^2 \rho_r^2 \frac{2P_0^2 \omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{H^2 R^2} \\
& \times \left[v^2 \rho_\varphi^2 + \omega_0^2 \rho_\theta^2 + 2v \omega_0 \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\varphi) \right] + \frac{a}{2} v \rho_\varphi \cos 2\beta_0 [v \rho_\theta \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi) - \\
& - \omega_0 \rho_\varphi \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta)] +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{a}{2} v \rho_q \cos \beta_0 \operatorname{tg} 2\beta_0 [\nu \rho_\psi \cos(\delta_q - \delta_\theta) - \omega_0 \rho_\theta \sin(\delta_q - \delta_\theta)] - \frac{1}{2} \nu^2 \rho_\theta \rho_q \times \\ \times [\cos(\delta_\theta - \delta_q) - \sin(\delta_\theta - \delta_q)].$$

Висновки. Таким чином, визначено осереднений у часі зсув вихідного сигналу приладу в функції параметрів кінематичного та акустичного збурень. Наведена аналітична природа явища дає змогу прискіпливо оцінити ступінь впливу кожного з чинників. Постає можливість розв'язання задач оптимізації.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Melnik V.N., Karachun V.V. Some Aspects of the gyroscopic stabilization in acoustic fields // Int. Appl. Mech. – 2002. – 38. № 1. – P. 74–80.
2. Дротяні елементи приладів в акустичному середовищі: монографія / В.В. Каракун, Н.А. Кубрак. – Київ: Корнійчук, 2001. – 160 с.
3. Каракун В.В. Водновис задачі поплавкового гіроскопа / В.В. Каракун, Я.Ф. Каюк, В.Н. Мельник. – Нац. тех. у-т України «КПІ», 2007. – 228 с. – С. 217–228.
4. Многомерные задачи нестационарной упругости подвеса поплавкового гирокопа. Нац. тех. у-т України «КПІ» / В.В. Каракун, В.Г. Лозовик, Е.Р. Потапова и др. – К: Корнійчук. – 128 с.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – кандидат технічних наук, Лауреат премії Національної академії наук України для молодих вчених, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету Україна «КПІ».

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури рухомих об'єктів.

КАРАЧУН Володимир Володимирович – доктор технічних наук, завідувач кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

– динаміка приладів і систем інерціальної навігації.

Подано 21.01.2008