

О.О. Ковалюк, аспір.

Вінницький національний технічний університет

**ВДОСКОНАЛЕНИЙ МЕТОД ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ  
У РОЗПОДІЛЕНІЙ ДИНАМІЧНІЙ СИСТЕМІ**

(Представлено д.т.н., проф. Дубовим В.М.)

Запропоновано вдосконалений метод прийняття рішень в розподіленій динамічній системі в умовах невизначеності, який враховує особливості системи та дозволяє використовувати дані різної природи.

**Вступ. Актуальність проблеми.** Проблема прийняття рішень в складних системах залишається актуальною в багатьох галузях вже протягом тривалого часу. У переважній більшості розподілених систем процес управління є досить складним, що обумовлено двома основними причинами: неузгодженістю локальних критеріїв управління та відсутністю повної інформації про параметри стану системи. Існуючі методи прийняття рішень зазвичай направлені на врахування однієї з цих причин.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Методи прийняття рішень в умовах невизначеності детально розглянуті в роботах [1–3]. Методам формалізації розподілених систем присвячені роботи [4–5]. У ряді випадків для прийняття рішень в складних системах використовується теорія ігор [6–7], проте її апарат призначений для врахування невизначеності лише стохастичного характеру.

**Основна частина.** Таким чином, постає завдання вдосконалення методу прийняття рішень у розподіленій динамічній системі, що функціонує в умовах невизначеності.

Для розв'язання задачі запропоновано метод, алгоритм якого наведений на рис. 1.

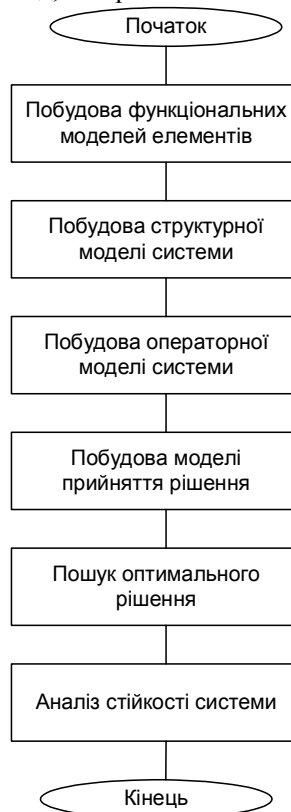


Рис. 1

Розглянемо кроки алгоритму.

Першим кроком алгоритму є *побудова функціональних моделей* елементів системи, які встановлюють зв'язок між вхідними і вихідними параметрами елемента. Функціональна модель описує процеси елемента без урахування управляючого впливу.

Наступний крок полягає у побудові *структурної моделі* системи. Розглянемо це питання детальніше. Для побудови структурної моделі використаємо представлення розподіленої системи у вигляді графа  $\Gamma(S, L)$ , де  $S$  – множина підсистем (вершин графа);  $L$  – множина зв'язків (ребер графа).

Для побудови формальної моделі елемента (підсистеми) розподіленої системи (рис. 2).

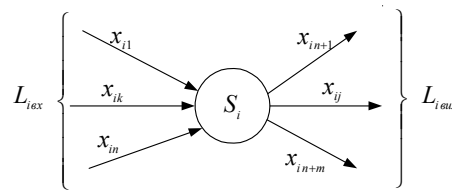


Рис. 2

Виконаємо декомпозицію елемента по виходах (рис. 3).

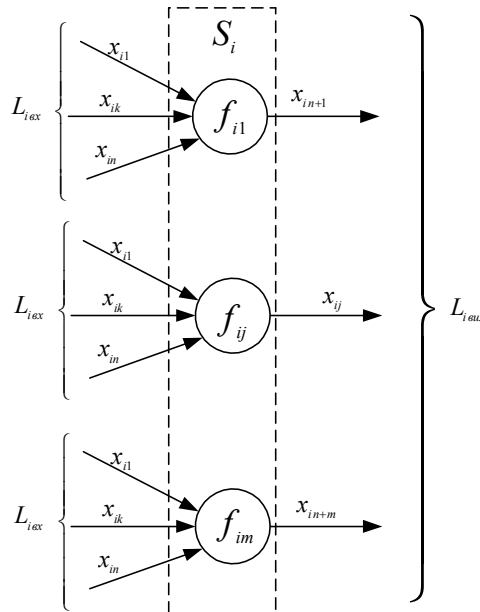


Рис. 3

Кожній підсистемі  $S_i$  відповідає функціональна модель у вигляді системи операторних рівнянь.

$$\forall l_{ij} \in L_{i_{ou_x}} \rightarrow x_{ij} = f_{ij}(x_{ik} / l_{ik} \in L_{i_{ex}}), \tag{1}$$

де  $L_{i_{ex}}$  – підмножина ребер, які входять у вершину  $S_i$ ;  $L_{i_{ou_x}}$  – підмножина ребер, які виходять з вершини  $S_i$ .

Для отримання моделі розподіленої системи об'єднано моделі всіх підсистем. Для цього систему рівнянь (1) доповнено додатковими рівняннями, які визначають зв'язки між підсистемами у вигляді:

$$\forall i, j \rightarrow x_{ij} = x_{vk}, \tag{2}$$

де  $x_{ij}$  –  $j$ -й вихід  $i$ -ої підсистеми;  $x_{vk}$  –  $k$ -й вхід  $v$ -ої підсистеми.

Для лінійної розподіленої системи, в якій всі оператори  $f_{ij}$  у рівняннях (1) є лінійними:

$$\forall i, j \rightarrow x_{ij} = \sum_k a_{ij} x_{ik} + b_{ij},$$

або

$$x_{ij} - \sum_k a_{ij} x_{ik} = b_{ij}. \tag{3}$$

З використанням матричного подання модель (1) лінійної розподіленої системи матиме вигляд:

$$X \cdot A = B. \tag{4}$$

Матриці  $A$  і  $B$  є блочними:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Перетворимо рівняння (3) до вигляду:

$$\forall i, j \rightarrow x_{ij} - \sum_{\substack{k, \\ l_{ik} \in L_{iex}}} a_{ijk} x_{ik} + \sum_{\substack{k, \\ l_{ik} \notin L_{iex}}} 0 \cdot x_{ik} = b_{ij}. \quad (6)$$

Матриця  $A_1$  утворюється з коефіцієнтів лівої частини рівнянь (6) і матиме розмір  $[M, M]$ , де  $M$  – кількість ребер. Матриця  $B_1$  – матриця-стовпець, утворена з вільних членів (правої частини) рівнянь (3).

Для з'ясування змісту матриць  $A_2$  і  $B_2$  перетворимо рівняння (2) на вигляд:

$$\forall i, j \rightarrow 0 \cdot x_{i1} + 0 \cdot x_{i2} + \dots + 1 \cdot x_{ij} + \dots - 1 \cdot x_{jk} + \dots = 0. \quad (7)$$

Ліва частина рівняння (7) містить  $M$  доданків. У матричному поданні система рівнянь (7) матиме вигляд:

$$X \cdot A_2 = B_2, \quad (8)$$

де  $A_2$  – матриця розміром  $[M, M]$  з двома ненульовими елементами, один з яких відповідає пронумерованому кінцю ребра (входу відповідної підсистеми) і дорівнює 1, інший – пронумерованому початку того ж ребра (виходу іншої підсистеми);  $B_2$  – нульова матриця-стовпець розміром  $[M, 1]$ .

Таким чином, запропонована модель дозволяє описати як структуру системи, так і зв'язки між її елементами.

Наступним кроком алгоритму є *побудова операторної моделі* системи. Вигляд операторної моделі залежить від типу невизначеності даних. В умовах комбінованої нечіткої і стохастичної невизначеності пропонується використовувати операторну модель, побудовану на основі системи узагальнюючих функцій [8]. Дана система визначає способи представлення нечітких і стохастичних даних у вигляді узагальнюючих функцій та правила виконання операцій над ними.

На основі операторної моделі будується *модель прийняття рішень*, що пов'язує між собою множину управляючих рішень, вхідну інформацію та стан системи. Для моделі прийняття рішень задається критерій прийняття рішень, який полягає оптимізації певних характеристик системи. Для багатьох систем критерій полягає у мінімізації функції втрат, яка є оцінкою наслідків прийняття рішення. У випадку відсутності інформації про функцію втрат рішення приймається на основі корисностей альтернатив, отриманих за допомогою експертів [9].

Таким чином, для знаходження оптимального рішення необхідно оптимізувати критерій прийняття рішення за поточного стану системи. Оскільки у великих системах майже неможливо виміряти усі необхідні параметри, пропонується використовувати оцінки параметрів, що не підлягають вимірюванню.

Якщо зміна стану елемента системи описується марківським ланцюгом, то доцільно використати наступну модель прогнозування стану з урахуванням взаємодії елементів системи.

Нехай  $n$  – кількість елементів, що визначають загальний стан системи;  $m$  – максимальна кількість станів елементів в системі;  $p_{ij}$  імовірність переходу елемента із стану  $S_i$  в стан  $S_j$ . Під станом елемента  $S$  розуміється значення параметрів елементів системи. Тоді імовірність переходу елемента із одного стану в інший задається матрицею:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

В загальному вигляді імовірність переходу описується функцією:

$$p_{ij} = \psi(\tilde{P}^{(k)}, \tilde{P}^{(k-1)}, \dots, \tilde{P}^{(0)}, C, T), \quad (10)$$

де  $\tilde{P}^{(k)}$  – матриця ймовірностей станів елементів системи на  $k$ -му кроці розміром  $n \times m$ ;  $C$  – вагова матриця розміром  $n \times m + 1$ ;  $T$  – матриця затримок передавання впливів розміром  $n \times n$ .

Елемент  $\tilde{p}_{ij} \in \tilde{P}$  визначає ймовірність того, що  $i$ -й елемент знаходиться у  $j$ -му стані. Якщо максимальна кількість станів  $i$ -го елемента системи дорівнює  $m_i < m$ , то  $\tilde{p}_{ij} = 0, j \in [m_i, m]$ .

Елемент матриці  $c_{ij} \in C$  визначає вплив  $j$ -го стану  $i$ -го елемента на вектор перехідних ймовірностей елемента. Якщо  $\tilde{p}_{ij}$  не впливає на ймовірність переходу, то відповідний елемент  $c_{ij}$  дорівнює нулю.  $c_{0j}$  – імовірність переходу елемента з  $i$ -го в  $j$ -й стан без урахування впливу інших елементів. Оскільки вплив  $\tilde{p}_{ij}$  на стани інших елементів буде різним, матриця  $C$  задається для кожного

елемента системи.  $\nu$ -му елементу відповідає матриця  $C^{(\nu)}$ .

Елементи матриці  $\tau_{ij} \in T$  – цілі числа, які показують через скільки кроків стан  $i$ -го елемента впливатиме на стан  $j$ -го елемента.

Для неоднорідного марківського ланцюга імовірність переходу  $\nu$ -го елемента визначається формулою:

$$p_{ij}^{(k)} = c_{0j}^{(\nu)} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left( c_{ij}^{(\nu)} \cdot \tilde{p}_{ij}^{(\tau_{ij})} \right). \tag{11}$$

Таким чином, імовірність того, що  $\nu$ -й елемент системи після  $k$  кроків буде знаходитись в  $j$ -му стані, визначатиметься за формулою:

$$\tilde{p}_{vj}^{(k)} = \sum_j \left\{ \tilde{p}_{vj}^{(k-1)} \cdot \left[ c_{0j}^{(\nu)} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left( c_{ij}^{(\nu)} \cdot \tilde{p}_{ij}^{(\tau_{ij})} \right) \right] \right\}. \tag{12}$$

Рівняння аналогічні (12) можна записати для станів кожного елемента системи:

$$\begin{cases} \tilde{p}_{11}^{(k)} = \sum_j \tilde{p}_{j1}^{(k-1)} p_{j1}^k \\ \tilde{p}_{ij}^{(k)} = \sum_j \tilde{p}_{ij}^{(k-1)} p_{ji}^k \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{p}_{nm}^{(k)} = \sum_j \tilde{p}_{nm}^{(k-1)} p_{nj}^k \end{cases}. \tag{13}$$

Залежно від типу системи результатом процесу прийняття рішення буде рішення або послідовність рішень (багатокрокова стратегія). Правила побудови багатокрокової стратегії наведено в роботі [10].

Останній крок алгоритму полягає у дослідженні стійкості системи для знайденого рішення.

Використовуючи дискретну модель динаміки об'єкта, керованого рішеннями, та метричний простір рішень, дослідимо стійкість системи керування в цілому. Узагальнена структурна схема системи керування за допомогою рішень зображена на рис. 4.

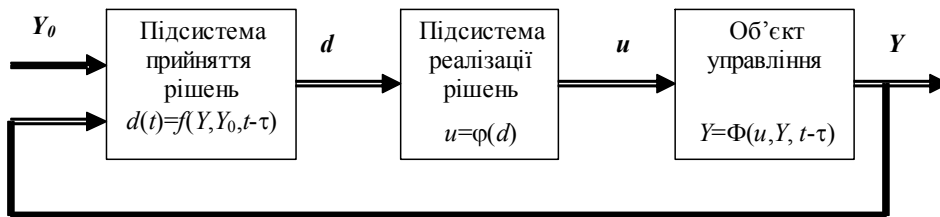


Рис. 4

Рішення  $d$  приймається на підставі вектора умов  $\vec{x} = \{Y, Y_0\}$  ( $Y$  – існуючий стан системи,  $Y_0$  – необхідний стан), які для розподіленої динамічної системи визначаються як у поточний момент  $t$ , так і у попередні моменти  $(t-\tau)$ , де  $\tau = \Delta t \cdot [1, \dots, \max(n, m)]$ . Модель системи рис. 4 складається з трьох рівнянь:

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases}. \tag{14}$$

Затримки при прийнятті й реалізації рішень призводять до перетворення системи у немінімальнофазову.

Для дослідження стійкості системи визначимо поняття “сусіднього рішення”. Сусідніми будемо називати рішення  $d_i$  і  $d_j$ , якщо перетин їх  $\varepsilon$ -околів є не пустою множиною.

Визначення сусідства двох околів може бути здійснене шляхом розв’язання рівняння:

$$F_i^{-1}(\vec{x}, \varepsilon) = F_j^{-1}(\vec{x}, \varepsilon), \tag{15}$$

де  $F_i^{-1}, F_j^{-1}$  – обернені з точністю до  $\varepsilon$  вирішальні функції для  $i$ -го і  $j$ -го рішень відповідно, відносно вектора умов прийняття рішень  $\vec{x}$ .

Множину розв’язків  $X_\varepsilon(d_i, d_j)$  рівняння (15) назвемо  $\varepsilon$ -межею рішень  $d_i$  і  $d_j$ .

Ґрунтуючись на відомих критеріях стійкості замкнених систем управління, можна сформулювати

критерій стійкості системи в умовах невизначеності, керованої рішеннями:

замкнена система, керована рішеннями, буде стійкою, якщо при  $Y(t - \Delta t) = Y_0(t - \Delta t)$  розв'язки систем

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad i \quad \begin{cases} d(t + \Delta t) = f(Y, Y_0, t + \Delta t - \tau) \\ u(t + \Delta t) = \phi(d) \\ Y(t + \Delta t) = \Phi(u, Y, t + \Delta t - \tau) \end{cases}$$

задовольняють умову  $|R[d(t)] - R[d(t + \Delta t)]| < \varepsilon$ ; (16)

замкнена система, керована рішеннями, буде нестійкою, якщо при  $Y(t - \Delta t) = Y_0(t - \Delta t)$  розв'язки систем

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad i \quad \begin{cases} d(t + \Delta t) = f(Y, Y_0, t + \Delta t - \tau) \\ u(t + \Delta t) = \phi(d) \\ Y(t + \Delta t) = \Phi(u, Y, t + \Delta t - \tau) \end{cases}$$

задовольняють умову  $|R[d(t)] - R[d(t + \Delta t)]| > \varepsilon$ ; (17)

замкнена система, керована рішеннями, буде на межі стійкості, якщо при  $Y(t - \Delta t) = Y_0(t - \Delta t)$  розв'язки систем

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad i \quad \begin{cases} d(t + \Delta t) = f(Y, Y_0, t + \Delta t - \tau) \\ u(t + \Delta t) = \phi(d) \\ Y(t + \Delta t) = \Phi(u, Y, t + \Delta t - \tau) \end{cases}$$

задовольняє умову  $Y(t + \Delta t) \subset X_\varepsilon$ . (18)

З формул (16)–(18) випливає, що стійкість системи залежить від часу прийняття рішень  $\Delta t$ , критерію  $R$ , вирішальної функції  $F$ , величини  $\varepsilon$ -околу і параметрів об'єкта керування.

Таким чином, множину рішень утворюють лише ті рішення, які задовольняють умови (16) і (18).

**Висновки.** Удосконалено метод прийняття рішень в розподіленій динамічній системі, що функціонує в умовах невизначеності. Запропонований метод дозволяє підвищити якість рішень за рахунок використання вхідних даних, що містять невизначеність різного роду. Використання методу підвищує ефективність процесу прийняття рішень для значної кількості складних систем, особливо при використанні моделі врахування взаємодії елементів та багатокрокової стратегії.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. – Липецк: ЛЭГИ, 2001. – 138 с.
2. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. – Киев: наук. дум., 1990.
3. Жуковский В.И., Молоствов В.С. Многокритериальное принятие решений в условиях неопределенности. – М.: Изд-во МНИИПУ, 1988.
4. Стефанюк В.Л. Локальная организация интеллектуальных систем. – М.: Физматиздат, 2004. – 328 с.
5. Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. – М.: ИПУ РАН (научное издание), 2003. – 102 с.
6. Данилов В.И. Лекции по теории игр. – М.: Российская экономическая школа, 2002. – 140 с.
7. R.V. Myerson Game Theory: Analysis of Conflict. Harvard University Press, Cambridge, England, 1991.
8. Глонец О.В., Дубовой В.М. Моделирование систем управления в условиях неопределенности. – Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2004. – 170 с.
9. Дубовой В.М., Ковалюк О.О. Аксиоматична основа прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – Вінниця, 2006. – № 1(11). – С. 70–75.
10. Дубовой В.М., Ковалюк О.О. Багатокрокові стратегії прийняття рішень у динамічних системах // Вісник національного університету "Львівська політехніка. Автоматика, вимірювання та керування". – Львів, 2007. – № 574. – С. 64–68.

КОВАЛЮК Олег Олександрович – аспірант кафедри комп'ютерних систем управління  
Вінницького національного технічного університету.

Наукові інтереси:

– прийняття рішень в умовах невизначеності.

E-mail: [Oleh.Kovalyuk@mail.ru](mailto:Oleh.Kovalyuk@mail.ru)

Подано 25.01.2008

**Kovalyuk O.O.** Improved decision making method in distributed dynamic system

**Ковалюк А.А.** Усовершенствованный метод принятия решений в распределенной динамической системе

**Ковалюк О.А.** Вдосконалений метод прийняття рішень у розподіленій динамічній системі

УДК 519.816

**Усовершенствованный метод принятия решений в распределенной динамической системе / О.А. Ковалюк**

Предложен усовершенствованный метод принятия решений в распределенной динамической системе в условиях неопределенности, который учитывает особенности системы и позволяет использовать данные различной природы.

УДК 519.816

**Improved decision making method in distributed dynamic system / O. Kovalyuk**

Improved decision making method in distributed dynamic system has been proposed. The method enables to consider systems features and to use different environment data.