

ПРИЛАДИ. РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 531.383

О.М. Безвесільна, д.т.н., проф.

Національний технічний університет України "КПІ"

ВИСТАВКА ВИМІРЮВАЛЬНИХ ОСЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ

Ефективність функціонування інерціальних систем навігації (ІСН) в умовах основи, що рухається відносно Землі, багато в чому визначається точністю виставки вимірювальних осей акселерометрів інерціальної системи. Робота присвячена підвищенню точності виставки вимірювальних осей акселерометрів ІСН. Виявлено основні помилки виставки акселерометра, обумовлені параметрами самого акселерометра; одержано рівняння руху акселерометрів; викладено метод визначення впливу параметрів руху основи на точність виставки акселерометрів; викладено суть методу компенсації помилок виставки акселерометрів, викликаних рухом об'єкта; визначено вплив горизонтальних складових питомої сили на точність виставки; викладено основні засоби компенсації помилок виставки, викликаних рухом об'єкта.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими і практичними задачами. Ефективність функціонування інерціальних систем навігації (ІСН) в умовах основи, що рухається відносно Землі, багато в чому визначається точністю виставки вимірювальних осей акселерометрів інерціальної системи.

Разом з тим, слід відзначити, що в основному виконується тільки попередня наземна виставка осей акселерометрів. В процесі роботи на рухомій основі в акселерометрів мають місце відхилення виставки вимірювальних осей, що призводить до небажаних похибок ІСН рухомих об'єктів (літаків, ракет, надводних і підводних кораблів).

Тому **актуальною** є проблема розробки нового методу підвищення точності виставки вимірювальних осей акселерометрів ІСН на рухомій основі.

Аналіз досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми і на які спирається автор. У відомій літературі [1–3] описані методи попередньої наземної виставки акселерометрів ІСН. Але немає відомостей щодо розробки методу підвищення точності виставки вимірювальних осей акселерометрів ІСН в процесі переміщення на рухомій основі.

Метою даної роботи є підвищення точності виставки вимірювальних осей акселерометрів ІСН.

Задачі, що розв'язуються в даній роботі:

1. Виявити основні помилки виставки акселерометра, обумовлені параметрами самого акселерометра.
2. Викласти суть одного з відомих методів виставки – методу виставки вертикалі.
3. Одержати повні рівняння руху акселерометрів.
4. Викласти метод визначення впливу параметрів руху основи на точність виставки акселерометрів.
5. Викласти суть методу компенсації помилок виставки акселерометрів, викликаних рухом об'єкта.
6. Визначити вплив горизонтальних складових питомої сили на точність виставки.
7. Викласти основні засоби компенсації помилок виставки, викликаних рухом об'єкта.

1. Прийняті визначення і позначення

Розглянемо лінійний акселерометр, наведений на рис. 1 [1].

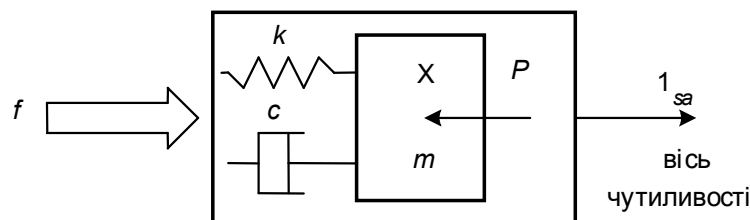


Рис. 1

Точка X збігається з центром ваги чуттєвої маси m . Точка P фіксована на корпусі приладу. Чуттєва маса акселерометра має тільки один ступінь свободи. 1_{sa} – одиничний вектор, що визначає вісь чутливості акселерометра. Вихідний сигнал акселерометра x_i пропорційний переміщенню чуттєвої маси щодо корпусу приладу в напрямках, обумовлених вектором 1_{sa} .

Введемо такі позначення:

m – величина чуттєвої маси;

k – коефіцієнт жорсткості пружини;
 c – коефіцієнт демпфування;
 f – негравітаційна (контактна) питома сила, що діє на прилад (сила на одиницю маси, необхідна для утримання чуттєвої маси у стані рівноваги);
 p – оператор диференціювання.

Запишемо рівняння руху чуттєвої маси:

$$\left(p^2 + \frac{c}{m}p + \frac{k}{m}\right)x_i = -f \cdot 1_{sa}.$$

У сталому стані при постійній величині $f \cdot 1_{sa}$

$$x_i = \frac{m}{k}(-f \cdot 1_{sa}) + x_i(0),$$

де $x_i(0)$ відповідає нульовій оцінці на шкалі приладу.

Вибір $x_i(0) = 0$ як номінального значення дозволяє характеризувати будь-яку помилку положення нуля приладу безпосередньо величиною x .

Якщо коефіцієнт жорсткості пружини випадково зміниться на величину Δk , а маса m відома точно, то

$$x_i = -\frac{m}{k} \left(1 - \frac{\Delta k}{k}\right) (-f \cdot 1_{sa}) + x_i(0).$$

Пронормуємо вираз сталого відхилення приладу, привівши коефіцієнт передачі до одиниці:

$$x_i^* = \frac{k}{m} x_i = -\left(1 - \frac{\Delta k}{k}\right) f \cdot 1_{sa} + \frac{k}{m} x_i(0)$$

або

$$x_i^* = -a_1 f \cdot 1_{sa} + a_0,$$

де $a_0 = \frac{k}{m} x_i(0)$ – зсув нуля; $a_1 = 1 - \frac{\Delta k}{k}$ – коефіцієнт передачі; $\Delta a_1 = -\frac{\Delta k}{k}$ – помилка в коефіцієнті передачі.

При автоматичному узгодженні осі чутливості приладу з напрямком вектора f , що виконується по неузгодженості $x_i^* - |f|$, похибки a_0 і Δa_1 приводять до появи залишкового кута між вектором f і вектором 1_{sa} .

Проблема, пов'язана з помилками положення осі чутливості приладу, викликана тільки тим, що акселерометр є "закритим" приладом. Це призводить до необхідності передавати напрямком 1_{sa} на зовнішню поверхню корпусу приладу, відмічаючи це, наприклад, за допомогою риски. Якщо риска не паралельна вектору 1_{sa} , то помилка положення осі чутливості буде чисельно дорівнювати куту між ними.

Якщо похибки оператора перетворення відсутні, то за допомогою автоматичної системи акселерометр може бути встановлений у таке положення, при якому вектор 1_{sa} точно збігається з вектором f . При цьому напрямком вектора вказується спостерігачу за допомогою риски з деякою помилкою.

Помилка кутового положення осі чутливості α_{sa} – кут між вектором 1_{sa} і напрямком риски.

Помилка виміру напрямку, пов'язана з похибками оператора перетворення α , вимірюється між векторами f і 1_{sa} .

Загальна помилка визначення напрямку α – кут між вектором f і рискою. Ці помилки наведені на рис. 2 [1].

Для виставки приладу щодо вектора необхідно знати як характеристики приладу за виміром величини, що діє по його осі чутливості, так і напрямком цієї осі.

Для повного калібрування приладу необхідно знати напрямком і модуль вектора, що використовується при калібруванні.

Ця протилежність дозволяє вважати, що задача виставки є оберненою стосовно задачі калібрування.

Для визначення параметрів a_0 і a_1 необхідно орієнтувати вектор 1_{sa} так, щоб він спочатку збігався за напрямком з вектором g , а потім був би йому протилежним. У кожному з цих положень знімаються показання приладу $(x_i^*)_1$ і $(x_i^*)_2$.

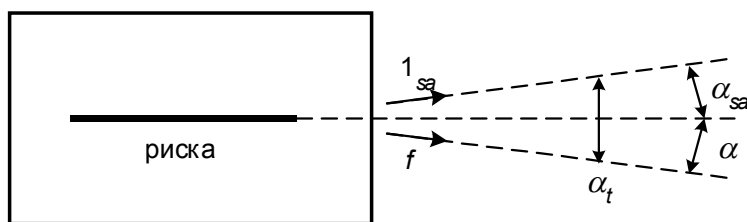


Рис. 2

Оскільки прилад вимірює проекцію вектора g на напрямок 1_{sa} , що дорівнює добутку g на косинус кута між цими векторами, то помилка в цьому куті в межах до одного мілірадіана дозволяє знати цю проекцію з відносною помилкою, що не перевищує величини $5 \cdot 10^{-7}$.

Значення a_0 і a_1 визначаються за формулами:

$$a_0 = \frac{(x_i^*)_1 + (x_i^*)_2}{2}, \quad a_1 = \frac{(x_i^*)_1 + (x_i^*)_2}{2|g|}.$$

Після визначення величини a_0 точний напрямок вектора 1_{sa} знаходиться шляхом повороту приладу в таке положення, при якому він перпендикулярний до вектора g (при цьому вихідний сигнал мінімальний).

Для помилки в сигналі x_i^* , що дорівнює $5 \cdot 10^{-7}|g|$ (1σ), a_0 має величину $3,5 \cdot 10^{-7}g$ (1σ) [1].

Це означає, що вектор 1_{sa} можна орієнтувати за нормаллю до вектора g з помилкою, що не перевищує $3,5 \cdot 10^{-4}$ мрад (менше ніж 0,1 кут. с) [1].

Помилка ортогоналізації 1 мрад відповідає відносній помилці знання модуля 0,001 [2]. Орієнтація вектора 1_{sa} за нормаллю до вектора g з такою точністю має сенс тільки в тому випадку, якщо напрямок самого вектора 1_{sa} (або положення площини, нормальної до цього вектора) відомо не менше точно.

2. Виставка вертикалі

В даний час як в області теорії, так і в області практичної реалізації найбільш повно вирішена задача визначення і виставки в системі одного з напрямків, що називається вертикаллю [1].

Значна частина того, що зроблено з розробки методики і технічних засобів виставки вертикалі на нерухомій основі, може бути застосована і для виставки вертикалі на рухомій основі.

Зазвичай як один з векторів, що вимірюються, приймають вектор, що збігається з вертикаллю.

Особливе значення при визначенні напрямку вертикалі на рухомій основі має розходження між уявною та дійсною вертикалями (рис. 3) [1].

Дійсна вертикаль збігається з напрямком вектора прискорення сили ваги g , а уявна вертикаль збігається з напрямком вектора повної питомої сили f .

Кут між уявною та дійсною вертикалями позначимо χ .

Гранична точність визначення напрямку вектора f за допомогою приладів характеризується кутом α . Цей кут визначається конкретними точнісними характеристиками приладів, що застосовуються для вимірів.

Малий кут χ між дійсною та уявною вертикалями визначається виразом:

$$\chi = \frac{|g \cdot f|}{|g| \cdot |f|},$$

де $|g \cdot f|$ – скалярний добуток; $|g| \cdot |f|$ – добуток довжин векторів \vec{g} і \vec{f} ; $\vec{g} = \{g_x, g_y, g_z\}$, $\vec{f} = \{f_x, f_y, f_z\}$ – проекції векторів \vec{g} і \vec{f} на осі x, y, z .

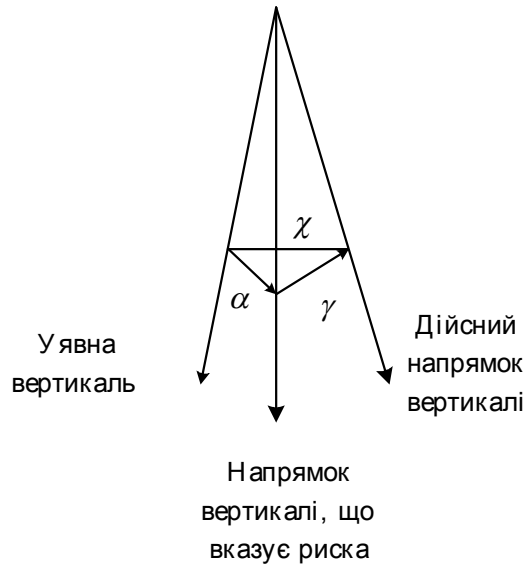


Рис. 3

Найбільший інтерес представляє випадок, коли $|f| \approx g$ і

$$\chi \approx \frac{f_z}{g}. \tag{2.1}$$

В [1] відзначається, що визначення напрямку вектора питомої сили за допомогою акселерометрів з одним ступенем свободи потребує використання двох або трьох таких приладів.

При використанні трьох акселерометрів немає необхідності виконувати спеціальну орієнтацію осей чутливості [1]. Для цього випадку

$$\overline{\alpha^2} = \frac{3}{2} \overline{\alpha_{sa}^2} + 2 \left(\frac{\sigma_{a_0}}{g} \right)^2 + \sigma_{\Delta a_1} \left(1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i \right), \tag{2.2}$$

де $\overline{\alpha^2}$ – середній квадрат загальної помилки виставки (визначення напрямку вектора або кута між вектором f і рисою); $\overline{\alpha_{sa}^2}$ – середній квадрат помилки кутового положення осі чутливості кожного приладу, що вимірюється в рад.²; σ_{a_0} – середньоквадратичне відхилення зсуву нуля акселерометра, виражене в одиницях g ; $\sigma_{\Delta a_1}$ – середньоквадратичне відхилення коефіцієнта передачі акселерометра від одиниці (безрозмірна величина, що іноді вимірюється одиницями g); ψ_i – кут між віссю кінцевого повороту і відповідною віссю координат, $i = 1, 2, 3$ (процес виставки можна уявити як визначення напрямку осі, поворот навколо якої залежної системи координат [1] на кінцевий кут призводить до узгодження залежної системи з базовою [1]).

Зауважимо, що точність знаходження вертикалі визначається, в основному, зсувом нульових сигналів акселерометрів.

Функція $1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i$ дорівнює нулю при збігу вектора f з віссю чутливості будь-якого з трьох приладів (при $\psi = 0 + 2\pi n$, де $n = 1, 2, 3$).

Функція $1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i$ приймає максимальне значення, що дорівнює одиниці, при $\psi = 90^\circ + 2\pi n$ $i = 1, 2, 3$.

Розглянемо приклад визначення точності виміру напрямку вектора g за допомогою трьох акселерометрів, що мають задані похибки. Виберемо акселерометр з такими характеристиками

$$\alpha_{sa} = 0,1 \text{ мрад}, \quad \sigma_{a_0} = 5 \cdot 10^{-5} g, \quad \sigma_{\Delta a_1} = 1 \cdot 10^{-4} g / g.$$

Знайдемо середньоквадратичні значення:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{\max} &= \sqrt{0,015 \cdot 10^{-6} + 0,005 \cdot 10^{-6} + 0,01 \cdot 10^{-6}} = \\ &= \sqrt{0,03 \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2} = 0,173 \text{ мрад}; \\ \bar{\alpha}_{\min} &= \sqrt{0,015 \cdot 10^{-6} + 0,005 \cdot 10^{-6}} = \sqrt{0,02 \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2} = 0,141 \text{ мрад}. \end{aligned}$$

З даного прикладу видно, що вони недопустимо великі.

3. Рівняння руху лінійних взаємо-ортогональних акселерометрів

Як відомо, абсолютне прискорення точки складається з переносного, відносного і кореолісова прискорень, кожне з яких є складною функцією кутових і лінійних координат об'єкта. При вирішенні задач виставки осей акселерометрів у визначене положення в різноманітних літературних джерелах розглядають тільки окремі з цих складових прискорень. Неврахування всіх складових прискорення призводить до похибок виставки.

Для виведення рівняння руху скористаємося такими правими системами координат, поданими на рис. 4: інерціальною системою координат "u", умовно нерухомою щодо зоряного простору з початком у центрі Землі – точці O (вісь Oz_u спрямована по малій осі земного еліпсоїда у бік північного полюса; осі Ox_u і Oy_u знаходяться в площині екватора; вісь Ox_u розташована вздовж лінії перетинання площини екватора з площиною гринвічського меридіана); опорною географічною системою координат "n" з початком в точці O' місця розташування системи акселерометрів (вісь O'x_n – по дотичній до меридіана місця на північ; O'y_n – по дотичній до паралелі на схід; O'z_n – по вертикалі місця); геоцентричною системою координат "c" з початком в точці O'' місця розташування системи акселерометрів (вісь O'x_c спрямована перпендикулярно до площини, утвореної осями O'y_c і O'z_c; вісь O'y_c – по дотичній до паралелі на схід; вісь O'z_c – по геоцентричній вертикалі).

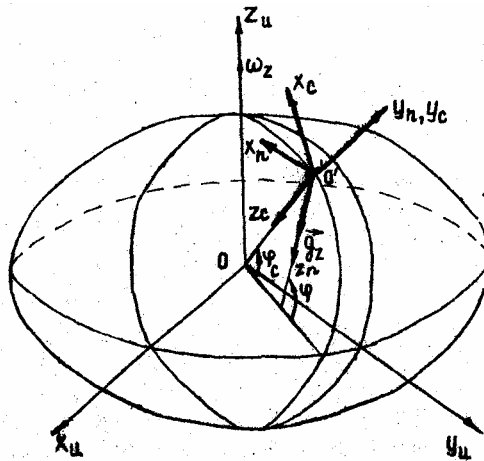


Рис. 4

Вважаємо, що три лінійні акселерометри встановлені на основі, що рухається щодо Землі, наприклад, на ІСН літального апарата (ЛА). Нехай один з трьох акселерометрів А₁ встановлений таким чином, що його вісь чутливості буде орієнтована вздовж вертикальної осі z. Другий акселерометр А₂ встановлений так, що його вісь чутливості орієнтована вздовж осі x, третій акселерометр А₃ встановлений так, що його вісь чутливості орієнтована вздовж осі y географічної системи координат.

Тоді при дії прискорення на систему акселерометрів на виході важливого з приладів буде сигнал, пропорційний питомій силі \vec{f} . Причому питома сила \vec{f} буде мірою різниці прискорення сили ваги \vec{G} і інерціального абсолютного прискорення \vec{r}_u^n , що діють на чутливу масу.

Вектор питомої сили в географічній системі координат може бути представлений матрицею:

$$\vec{f}^n = \begin{pmatrix} \vec{G}_x - (\vec{r}_{u_u}^n)_x \\ \vec{G}_y - (\vec{r}_{u_u}^n)_y \\ \vec{G}_z - (\vec{r}_{u_u}^n)_z \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

де $\vec{G}_{x,y,z}$ – проекції прискорення сили ваги на осі географічної системи координат; $(\vec{r}_{u_u}^n)_{x,y,z}$ – проекції інерціального абсолютного прискорення \vec{r}_u^n на осі географічної системи координат, верхній буквений

індекс вказує систему координат, щодо якої розглядаються складові вектори, нижній індекс показує, в якій системі координат береться похідна; \vec{r}_u – радіус-вектор, що визначає місце розташування системи акселерометрів.

Проекції радіуса-вектора, що визначає місце розташування рухливої системи в інерціальній системі координат, можуть бути записані в такому вигляді:

$$\vec{r}^u = \begin{pmatrix} r \cos \varphi_c \cos \lambda_u \\ r \cos \varphi_c \sin \lambda_u \\ r \sin \varphi_c \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

де λ_u – довгота в інерціальній системі координат; φ_c – широта в геоцентричній системі координат.

Продиференціюємо вираз (3.2) для \vec{r}^u двічі й одержимо вираз для $\vec{\ddot{r}}$ проєкцій абсолютного інерціального прискорення, виражених у інерціальній системі координат.

Використавши матрицю перетворення від інерціальної системи до геоцентричної

$$C_c^u = \begin{pmatrix} -\cos \lambda_u \sin \varphi_c & -\sin \lambda_u \sin \varphi_c & \cos \varphi_c \\ -\sin \lambda_u & \cos \lambda_u & 0 \\ -\cos \lambda_u \cos \varphi_c & -\sin \lambda_u \cos \varphi_c & -\sin \varphi_c \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

і матрицю перетворення від геоцентричної системи до географічної

$$C_n^c = \begin{pmatrix} \cos \chi & 0 & \sin \chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \chi & 0 & \cos \chi \end{pmatrix},$$

де χ – відхилення від вертикалі, з огляду на те, що $\chi = \varphi - \varphi_c$ (φ_c – географічна широта) і

$$r \lambda_u^2 \sin \varphi_c \cos \varphi_c \cos \chi + r \lambda_u^2 \cos^2 \varphi_c \sin \chi = r \lambda_u^2 \cos \varphi_c \sin \varphi,$$

одержимо вираз (3.2) у формі:

$$\vec{\ddot{r}}_{uu}^n = \begin{pmatrix} (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \cos \chi + (r\dot{\varphi}_c^2 - \ddot{r}) \sin \chi + r\lambda_u^2 \cos \varphi_c \sin \varphi \\ -2r\dot{\varphi}_c \dot{\lambda}_u \sin \varphi_c + 2\dot{r}\dot{\lambda}_u \cos \varphi_c + r\ddot{\lambda}_u \cos \varphi_c \\ -(2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (r\dot{\varphi}_c^2 - \ddot{r}) \cos \chi + r\lambda_u^2 \cos \varphi_c \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Скориставшись виразами (3.1) і (3.2), прийнявши до уваги, що [4] $\dot{\lambda}_u = \omega_3 + \dot{\lambda}$, де λ – довгота місця; ω_3 – кутова швидкість обертання Землі в інерціальній системі координат, одержуємо результуючу матрицю \vec{f}^n у вигляді:

$$\vec{f}^n = \begin{pmatrix} \theta g - (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \cos \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \sin \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi \\ -g + 2r\dot{\varphi}_c \omega_3 \sin \varphi_c + 2r\dot{\varphi}_c \dot{\lambda} \sin \varphi_c - 2\dot{r}\omega_3 \cos \varphi_c - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \\ g + (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \cos \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi - r\dot{\lambda}^2 \cos \varphi_c \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

В (3.5) були враховані такі співвідношення для еліпсоїдальної моделі Землі:

$$\begin{aligned} G_x - r\omega_3^2 \cos \varphi_c \sin \varphi &\approx \theta g; \\ G_y &\approx -g; \\ G_z - r\omega_3^2 \cos \varphi_c \cos \varphi &\approx g, \end{aligned} \quad (3.6)$$

де θ – кут між нормаллями до еліпсоїда та геоїда в меридіональному перетині; \mathcal{G} – кут між нормаллями до еліпсоїда та геоїду в площині перетину, перпендикулярного площині меридіана.

Таким чином, нами отримані рівняння (3.5), що визначають складові питомої сили f_z, f_x, f_y , які визначаються акселерометрами A_1, A_2, A_3 відповідно.

Якщо вісь чутливості вертикального акселерометра A_1 виставлена точно в положення вертикалі (вісь z_n), то горизонтальні складові f_x, f_y матриці (3.5) питомої сили не будуть впливати на точність роботи.

Проте в реальних умовах практично завжди вісь чутливості вертикального акселерометра A_1 буде відхилятися від вертикалі. При цьому на неї будуть проектуватися горизонтальні складові f_x, f_y питомої сили ваги, що вимірюються акселерометрами A_2, A_3 .

У зв'язку з цим вертикальний акселерометр буде вимірювати сигнал f_z з деякою похибкою, викликаною горизонтальними складовими f_x, f_y . За показами вертикального акселерометра можна

судити про стан системи всіх акселерометрів (A_1, A_2, A_3). У зв'язку з цим важливо визначити, яку помилку буде мати система внаслідок дії горизонтальних складових f_x, f_y питомої сили f .

Визначимо вплив горизонтальних складових f_x, f_y питомої сили. Для цього скористаємося матрицею (3.5) і запишемо вираз для горизонтальних складових. Надалі будемо нехтувати членами другого порядку малості і членами, величина яких менше $1 \text{ мГл} = 10^{-6}g = 10^{-5} \text{ м/с}^2$. Врахуємо, що відцентрові члени можуть бути виключені з розгляду в полярних районах. Здійснимо необхідні тригонометричні операції. Вважаємо кут χ настільки малим, що припустима заміна [2]:

$$\cos \chi \approx 1; \quad \sin \chi \approx \chi \approx e \sin 2\varphi, \quad (3.7)$$

де $e = \frac{a-b}{a}$ – стиск земного еліпсоїда; a і b – велика і мала напівосі еліпсоїда відповідно або екваторіальний і полярний радіуси еліпсоїда.

Використовуємо ряд відомих співвідношень [2, 3]:

$$\begin{aligned} V_{xn} &= V \cos k = r\dot{\varphi}_c \cos \chi; \\ V_{yn} &= V \sin k = r\dot{\lambda} \cos \varphi_c; \\ \left| \vec{r} \right| &= r \approx r_0 + h, \end{aligned} \quad (3.8)$$

де V – горизонтальна складова шляхової швидкості ЛА; V_{xn}, V_{yn} – північна і східна складова шляхової швидкості ЛА; k – курс ЛА; r_0 – місцевий геоцентричний радіус еліпсоїда; h – висота ЛА над еліпсоїдом.

Тоді помилка системи акселерометрів Δ_r , що викликана впливом горизонтальних складових питомої сили, буде дорівнювати:

$$\Delta_r = \left[(\vec{f} \cdot \mathbf{1}_{xn})^2 + (\vec{f} \cdot \mathbf{1}_{yn})^2 \right]^{0,5} \cdot \chi = 2\omega_3 V \chi \sin \varphi.$$

Визначимо Δ_r для таких значень параметрів:

$$\omega_3 \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}, \quad \varphi \approx 90^\circ, \quad V \approx 78 \text{ м/с}, \quad \chi \approx 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

В цьому випадку помилка системи акселерометрів (помилка у вихідному сигналі акселерометра A_1 , що викликана проекціями f_x, f_y), внаслідок впливу горизонтальних складової питомої сили, буде менше одного мілігалла ($\Delta_r \approx 0,3 \text{ мГл} = 0,3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$). Вважаючи, що помилка у вихідному сигналі вертикального акселерометра A_1 повинна складати не більше $1 \text{ мГл} = 10^{-5} \text{ м/с}^2$, впливом горизонтальних складових f_x, f_y , що вимірюються акселерометрами A_2 і A_3 , будемо нехтувати, якщо відхилення осі чутливості вертикального акселерометра A_1 від вертикалі порядку 1 кутової хвилини і менше. Оскільки звичайно відхилення осі чутливості не більше 5 кутових секунд, то надалі вплив f_x, f_y враховувати не будемо.

Запишемо вираз третього рядка матриці (3.5) для вертикальної складової питомої сили, що вимірюється акселерометром A_1 , з урахуванням третього рівняння системи (3.6).

Візьмемо до уваги таку залежність зміни гравітаційного прискорення від висоти h об'єкта над довідковим еліпсоїдом [3]

$$G_z \approx \gamma_0 \left(1 + \frac{h}{r} \right). \quad (3.9)$$

Розкладемо вираз (3.7) у степеневий ряд для випадку $h \ll r$:

$$G_z \approx \gamma_0 - \frac{2\gamma_0 h}{r}. \quad (3.10)$$

Врахуємо також співвідношення

$$\gamma_0 \approx g + (r_0+h)\omega_3^2 \cos \varphi_c \cos \varphi, \quad (3.11)$$

де g – приведенне до поверхні довідкового еліпсоїда значення прискорення сили ваги, що вимірюється. Оскільки вісь чутливості акселерометра A_1 виставлена по нормалі до довідкового еліпсоїда (по осі z географічної системи координат), то можна вважати

$$g \approx g_z. \quad (3.12)$$

Підставивши рівняння (3.12) у (3.10) і (3.9), а потім (3.8) у вираз f_z для матриці (3.5), записаний з урахуванням третього рівняння системи (3.6), отримаємо:

$$\begin{aligned} f_z &= g_z + (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \cos \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi - \\ &- h\omega_3^2 \cos \varphi_c \cos \varphi - r\dot{\lambda}^2 \cos \varphi_c \cos \varphi - 2\frac{h}{r}\gamma_0. \end{aligned} \quad (3.13)$$

З огляду на співвідношення (3.7) і (3.8), здійснюючи необхідні тригонометричні перетворення, скориставшись виразом для місцевого геоцентричного радіуса еліпсоїда r_0 [3] –

$$r_0 \approx a(1 - e \sin^2 \varphi), \quad (3.14)$$

а також з огляду на те, що $r \approx r_0 + h$, одержимо вираз для питомої сили у формі:

$$f_z = g_z + \left\{ \frac{V^2}{r} + 2e \frac{V^2}{r} \left[1 - 2 \cos^2 \varphi \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \right] - 2\omega_3 V \sin k \cos \varphi + 2\dot{h} \frac{e}{r} V \cos k \sin 2\varphi - 2 \frac{\gamma_0 h}{r} - \omega_3^2 \cos^2 \varphi h + \ddot{h} \right\}. \quad (3.15)$$

Надалі для зручності запису індекси z будемо опускати в f_z і g_z .

У фігурні дужки рівності (3.15) вкладені вирази прискорень, дія яких призводить до відхилення осі чутливості акселерометра від заданого напрямку. Фізичним джерелом цього небажаного явища є рух об'єкта щодо Землі.

Якщо система не рухається щодо Землі, то $f = g$. При руху відхилення напрямку \vec{f} від напрямку \vec{g} може бути настільки великим (тобто кут β , що визначається виразом (2.1), може бути настільки великий), що необхідний виконувати перетворення і компенсацію вихідного сигналу акселерометра.

Тому відповідні доданки виразу (3.15), що вкладені у фігурні дужки (позначимо весь вираз у фігурних дужках через D), і називаються доданками компенсації прискорень [1]. Звичайно, і при введенні компенсації кут β дещо відрізняється від нуля через неідеальності самого процесу компенсації, що має деяку залишкову помилку.

Проаналізуємо різноманітні засоби компенсації. Компенсація вихідного сигналу може бути виконана на основі двох різноманітних принципів: фільтрації сигналу й корекції сигналу за допомогою додавання до нього визначеного зовнішнього сигналу.

В залежності від характеру руху основи і вимог до точності компенсації ці засоби можуть застосовуватися роздільно або спільно. Фільтрація сигналу має безсумнівну перевагу, тому що може бути виконана автономними засобами і не потребує застосування додаткових датчиків. Область застосування фільтрації обмежена у зв'язку з тим, що можливість поділу сигналу на корисну складову і перешкоду заснована тільки на розходженні їх у частоті.

Введення зовнішніх коригувальних сигналів потребує застосування додаткових пристроїв і дозволяє виконувати точний поділ сигналів близьких частот, тому що засновано на амплітудному принципі. При цьому для зниження рівня шумів у вихідних сигналах акселерометрів також може застосовуватися фільтрація.

У кожному конкретному випадку, виходячи безпосередньо з виразів (2.1) і (3.15), можна сформулювати вимоги до точності компенсації. Ці вимоги пов'язані з такими характеристиками, як бажана точність виставки, швидкість і конструкція об'єкта, можливі маневри об'єкта. Тому навести загальну кількісну оцінку необхідної точності компенсації вихідних сигналів акселерометрів тут не представляється можливим. Викладемо коротко лише метод визначення впливу руху об'єкта на точність виставки акселерометрів.

Отримані аналітичні вирази для D , D_1 , D_2 дозволяють визначити вимоги до необхідної точності визначення параметрів руху об'єкта.

Пояснимо сказане докладніше на прикладі виразу для D . Зв'язок між абсолютним значенням сумарної похибки ΔD і абсолютними значеннями похибки ΔV , Δk , $\Delta \varphi$, Δh , $\Delta \dot{h}$, $\Delta \ddot{h}$ можна представити у вигляді повного диференціала функції D :

$$\Delta D \approx \left(\frac{\partial D}{\partial V} \right) \Delta V + \left(\frac{\partial D}{\partial k} \right) \Delta k + \left(\frac{\partial D}{\partial \varphi} \right) \Delta \varphi + \left(\frac{\partial D}{\partial h} \right) \Delta h + \left(\frac{\partial D}{\partial \dot{h}} \right) \Delta \dot{h} + \left(\frac{\partial D}{\partial \ddot{h}} \right) \Delta \ddot{h},$$

де $\frac{\partial D}{\partial V}$, $\frac{\partial D}{\partial k}$, $\frac{\partial D}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial D}{\partial h}$, $\frac{\partial D}{\partial \dot{h}}$, $\frac{\partial D}{\partial \ddot{h}}$ – коефіцієнти чутливості похибки ΔD до похибок вимірювань відповідних параметрів.

Можна знайти аналітичні вирази $\frac{\partial D}{\partial V}$, $\frac{\partial D}{\partial k}$ тощо.

Потім, знаючи припустиме значення абсолютної похибки ΔD , можна визначити припустимі значення похибок визначення параметрів V , k , φ і т.д. Змінюючи значення параметрів руху об'єкта, можна визначити їхній вплив на точність виставки акселерометрів.

Висновки:

1. Встановлено, що помилки виставки трьох ортогональних акселерометрів обумовлені, в основному, двома причинами:

– нестабільністю параметрів самих приладів (зсувами нуля акселерометрів, відхиленнями коефіцієнта передачі акселерометра від одиниці, помилкою кутового положення осі чутливості, тобто кутом між рихом та віссю чутливості);

– рухом об'єкта, на якому встановлена система акселерометрів, в результаті чого наявні прискорення будуть призводити до відхилення осей чутливості приладів від напрямку вертикалі.

2. Отримано вираз для визначення помилки виставки від нестабільності параметрів акселерометрів:

$$\bar{\alpha} = \left[\frac{3}{2} \alpha_{sa}^{-2} + 2 \left(\frac{\sigma_{a_0}}{g} \right)^2 + \sigma_{\Delta a_1}^2 \left(1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i \right) \right]^{0.5},$$

де α_{sa} – помилка кутового положення осі чутливості кожного приладу; σ_{a_0} – середньоквадратичне відхилення зсуву нуля акселерометра; $\sigma_{\Delta a_1}$ – середньоквадратичне відхилення коефіцієнта передачі акселерометра від одиниці; ψ_i – кут між віссю кінцевого повороту і відповідною віссю координат.

3. Отримані вирази складових питомої сили, що вимірюються трьома ортогональними акселерометрами. Ці вирази у спрощеному вигляді можна представити матрицею:

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} \theta g + D_1 \\ -\vartheta g + D_2 \\ g + D \end{pmatrix},$$

де θ, ϑ – кути між нормаллями до еліпсоїда та геоїда в меридіональному перетині і в площині перетину, перпендикулярного площині меридіану;

$$D_1 = -(\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \cos \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \sin \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi;$$

$$D_2 = 2r\dot{\varphi}_c \omega_3 \sin \varphi_c + 2r\dot{\varphi}_c \dot{\lambda} \sin \varphi_c - 2r\omega_3 \cos \varphi_c - 2r\dot{\lambda} \cos \varphi_c - r\ddot{\lambda} \cos \varphi_c;$$

$$D = (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \cos \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi -$$

вирази прискорень питомої сили у проєкціях f_x, f_y, f_z відповідно, вплив яких потрібно компенсувати при виставці акселерометрів.

Встановлено, що при точній виставці акселерометрів повинні виконуватися рівності $f_x \approx \theta g; f_y \approx -\vartheta g; f_z \approx g$ або $D_1 = 0; D_2 = 0; D = 0$.

4. Показано, що задача виставки осей чутливості трьох акселерометрів у взаємо-перпендикулярних напрямках зводиться до того, що необхідно з потрібним ступенем точності виміряти параметри руху об'єкта, що входять у вирази D, D_1, D_2 (швидкість, широта, довгота та ін.), потім обчислити (наприклад, у БЦОМ) аналітичні вирази D, D_1, D_2 і подати їх з оберненими знаками на вихід акселерометрів. В такий спосіб виконується компенсація перешкод-прискорень, що викликали відхилення осей чутливостей акселерометрів від заданих напрямків.

5. Показано, що якщо помилка у вихідному сигналі вертикального акселерометра повинна складати не більш 10^{-5} м/с^2 , і якщо відхилення осі чутливості вертикального акселерометра не більш 1 кутової хвилини, то впливом горизонтальних складових питомої сили (що вимірюються горизонтальними акселерометрами) можна знехтувати.

6. Встановлено, що в цьому випадку кут між дійсною та уявною вертикалями (між напрямками вектора прискорення сили ваги g і напрямком вектора повної питомої сили f) можна визначити за формулою (2.1).

7. Обґрунтовано, що здійснення аналітичної компенсації помилок виставки дозволяє не робити попередню точну виставку акселерометрів, в чому і полягає основна перевага даного методу.

Перспективи подальших досліджень. Наведений вище новий метод підвищення точності виставки акселерометрів ІСН дозволить на практиці визначати потрібну точність вимірювань параметрів рухомого об'єкта, на якому встановлено ІСН з трьома акселерометрами, і забезпечить необхідну точність виставки вимірювальних осей акселерометрів в кожному конкретному випадку.

Отримані результати можуть використовуватися в ІСН аерокосмічних апаратів та в приладобудуванні.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Липтон А. Виставка инерциальных систем на подвижном основании. – М.: Наука, 1971. – 167 с.
2. Ривкин С.С. Теория гироскопических устройств. – Л.: Судпромгиз, 1962. – Т. 1. – 507 с.
3. Селезнев В.Н. Навигационные устройства. – М.: Машиностроение, 1974. – 599 с.

БЕЗВЕСІЛЬНА Олена Миколаївна – Заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, професор кафедри приладобудування Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:

- гравіметричні системи;
- інерціальні навігаційні системи та прилади.

Подано 14.06.2007