

В.П. Манойлов д.т.н., проф.

В.В. Павлюк, ад'юнкт

Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

СТАЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ Н- ТА П-ПОДІБНОГО ХВИЛЕВОДУ

Запропоновано підхід до розрахунку власних чисел та сталих розповсюдження хвильоводів Н- та П-подібної форми поперечного перетину. На основі розв'язку хвильового рівняння для складної області поперечного перетину отримано вирази, котрі функціонально пов'язують власні числа та геометричні розміри області. Наведено кінцеві вирази для проведення чисельних розрахунків та порівняльні результати.

Вступ. Мікрохвильова техніка є однією з найважливіших складових сучасних радіотехнічних систем (РТС) різного призначення. Зі зростанням вимог до РТС, пов'язаних з необхідністю функціонування у широкій смузі частот, виникає необхідність удосконалення елементів антенно-фідерного тракту (АФТ) [1–3].

Як широкопasmові лінії передачі надвисокочастотного діапазону широко застосовуються хвильоводи зі складною формою поперечного перетину (ХСП), зокрема Н- та П-подібні [1–3].

Актуальність задачі, що розв'язується. Розробка широкопasmових елементів АФТ, котрі базуються на ХСП, вимагає знання їх характеристик у залежності від геометрії форми поперечного перетину та робочої частоти [4]. Основними параметрами, що характеризує ХСП, є сталі розповсюдження електромагнітних хвиль у хвильоводі [4–5]. У зв'язку з цим та зважаючи на подальше розширення смуги робочих частот елементів АФТ, розробка підходів до визначення сталих розповсюдження ХСП є актуальною науковою задачею.

Метою статті є розрахунок сталих розповсюдження Н- та П-подібних хвильоводів. Мета досягається шляхом розробки відповідної методики, котра повинна забезпечувати отримання функціональних зв'язків між сталими розповсюдження та розмірами хвильоводу.

Класичні підходи до розв'язання даної задачі мають суттєві недоліки.

Так, методи, що базуються на теорії кіл [6, 7], поряд зі своєю простотою, забезпечують гарні результати лише для хвилі основного типу та конфігурації контуру поперечного перетину, котра дозволяє розглядати даний контур як резонатор на довгих лініях. Врахування взаємного впливу хвиль різних типів, що можуть виникати, не може бути здійснено.

Клас методів, що базується на теорії часткових областей та розглядається в [8], потребує оперування з нерівномірно збіжними рядами, розв'язання систем алгебраїчних рівнянь високої розмірності у декількох ітераціях. Дані обставини, з метою забезпечення високої обчислювальної точності, неприпустимо збільшують обчислювальну складність та зменшують практичну значимість результатів.

Загальними недоліками підходів, розглянутих у літературі, є їх загальність та відсутність кінцевих виразів. Крім того, у літературі не наводяться результати розрахунків для хвильоводів з відносною смугою пропускання, що більша за 10.

Постановка задачі. Хвильоводи, контур поперечного перетину котрих наведено на рис. 1, називаються Н- та П-подібними. За своїми характеристиками вони відрізняються від прямокутних хвильоводів, що мають такі ж зовнішні розміри. Основною перевагою Н- та П-подібних хвильоводів є більший діапазон частот одномодового режиму, що досягається за рахунок зменшення критичної частоти хвилі основного типу [8].

Крім того, Н- та П-подібні хвильоводи мають менший хвильовий опір, що покращує узгодження з коаксіальними лініями передачі.

Для усталених хвиль, що поширюються у хвильоводі без втрат вздовж осі z хвильоводу та при синусоїдальному законі збудження, залежність всіх складових поля від часу та координати z описується множителем $\exp j\{\omega t - k_z z\}$, котрий надалі опускаємо. Тут ω – колова частота, k_z – стала розповсюдження хвилі у хвильоводі.

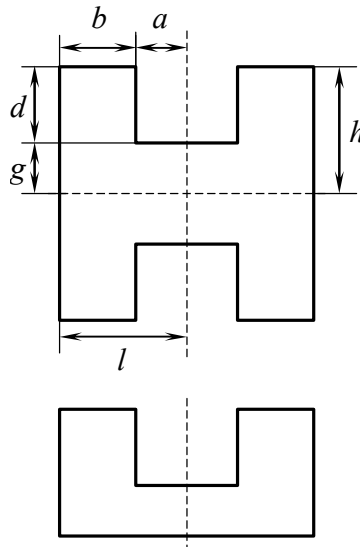


Рис. 1

Оскільки основна хвиля Н- та П-подібних хвильоводів є хвилею магнітного типу, надалі обмежимося розглядом лише даного типу хвиль.

Всі складові поля хвилі магнітного типу у хвильоводі виражаються через скалярну функцію поперечних координат хвильоводу $H(x, y)$ [4, 5], котра еквівалентна поздовжній складовій магнітного поля $H(x, y) = H_z(x, y)$ та є розв'язком хвильового двовимірного рівняння у площині поперечного перетину (рівняння Гельмгольца):

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_s^2 H = 0, \tag{1}$$

де k_s – власні числа, котрі мають зміст поперечного хвильового числа. Граничними умовами даного рівняння є рівність нулю нормальної похідної власної функції на контурі поперечного перетину:

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0. \tag{2}$$

У зв'язку із дзеркальною симетрією поля хвилі типу H_{10} у Н-подібному хвильоводі відносно горизонтальної осі та виконанням на даній осі умови (2), Н-подібний контур поперечного перетину (рис. 1, а) можна розділити на два симетричні П-подібні контури (рис. 1, б) без порушення конфігурації поля та, відповідно, без зміни критичної частоти. Крім того, для хвиль типів H_{n0} при непарному n функція $H(x, y)$ є непарною відносно вертикальної осі. Таким чином, для подальших викладок можна обмежитись розгляданням Г-подібної області, котра представляє праву частину П-подібного контуру. Вказана область поперечного перетину та прийнята система координат наведені на рис. 2.

При цьому з'являється додаткова умова на лінії $OG(x = 0)$:

$$H|_{OG} = 0. \tag{3}$$

Критична частота f_k та критична довжина хвилі λ_k отримуються за умови рівності нулю сталої розповсюдження у хвильоводі ($k_z = 0$), тобто припинення поширення енергії вздовж хвильоводу.

Критична частота та критична довжина хвилі пов'язані з власними числами k_s хвильового рівняння наступними співвідношеннями:

$$f_k = \frac{2\pi}{c} k, \quad \lambda_k = \frac{2\pi}{k}. \tag{4}$$

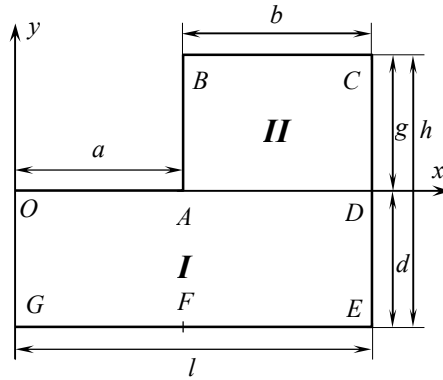


Рис. 2

Розв’язання характеристичного рівняння. Поле у складній області не виражається через скінчену кількість відомих функцій, котрі задовольняють хвильовому рівнянню (1) з граничними умовами (2) та (3). У зв’язку з цим складну область поперечного перетину розбивають на часткові прості області, котрі в загальному випадку можуть перетинатись [8, 9].

Розіб’ємо лінією AD складну Г-подібну область на дві прості прямокутні області I та II, в кожній змінні двовимірного хвильового рівняння (1) розділяються, а часткові розв’язки є добутком розв’язків для окремих вимірів.

Загальний розв’язок для відповідних часткових областей позначимо як H_I та H_{II} . Оскільки граничні умови на лінії AD не задані, то в загальний розв’язок увійдуть невідомі коефіцієнти та хвильове число k_s . Для того, щоб H_I та H_{II} представляли поле у всій Г-подібній області, необхідно провести «зшивання» полів на лінії AD. Зазвичай це передбачає рівність значень функцій, а також їх похідних на лінії «зшивання». Для практики звичайно обмежуються першою похідною. Дана умова на лінії AD матиме наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H^I}{\partial y} &= \frac{\partial H^{II}}{\partial y} \\ H^I &= H^{II} \end{aligned} \right|_{AD} \quad (5)$$

Позначимо перше рівняння (5) наступним чином:

$$\frac{\partial H^I}{\partial y} = \frac{\partial H^{II}}{\partial y} = \varphi(x). \quad (6)$$

Розглянемо розв’язки хвильового рівняння (1) для кожної з часткових областей.

Область I.

Частковий розв’язок рівняння (1) для області I записується з розділенням змінних у наступному вигляді:

$$H_n^I = X_n^I Y_n^I, \quad (7)$$

$$X_n^I = A_n^{I+} \exp(js_n x) + A_n^{I-} \exp(-js_n x), \quad (8)$$

$$Y_n^I = B_n^{I+} \exp(jp_n y) + B_n^{I-} \exp(-jp_n y), \quad (9)$$

де A^I та B^I – амплітудні, а s та p – фазові довільні сталі. Останні задовольняють додатковій умові:

$$s_n^2 + p_n^2 = k_s^2. \quad (10)$$

Після застосування граничних умов загальний розв’язок хвильового рівняння (1) у області I отримаємо як суперпозицію часткових розв’язків у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} H^I &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n^I \sin(s_n x) \operatorname{ch}(s_n'(y+g)), \\ s_n &= \frac{\pi}{2l}(1+2n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \\ s_n' &= jp_n = j\sqrt{s_n^2 - k_n^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Область II.

Аналогічно до області I загальний розв’язок хвильового рівняння (1) у області II отримаємо як суперпозицію часткових розв’язків у наступному вигляді:

$$H^{II} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{II} \cos(r_n(x-a)) \operatorname{ch}(r_n'(y-d)), \quad (12)$$

$$r_n = \frac{\pi}{b} n, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$r_n' = jr_n.$$

Оскільки $r_0 = 0$ та $r_0' = jk_s$, то (12) можна записати у дещо іншому вигляді:

$$H^{II} = C_0^{II} \cos(k_s(y-d)) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{II} \cos(r_n(x-a)) \operatorname{ch}(r_n'(y-d)),$$

$$r_n = \frac{\pi}{b} n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \tag{13}$$

$$r_n' = jr_n.$$

Невідомі амплітудні коефіцієнти C_n^I та C_n^{II} визначають структуру електромагнітного поля у кожній з часткових областей. Знайдемо дані коефіцієнти з умови неперервності поля на лінії AD , котра передбачає рівність значення власних функцій часткових областей та її перших похідних на лінії AD .

Умова (6) буде виконуватись якщо ототожнювати (11) та (33) як розклад у ряди Фур'є функції $\varphi(x)$ по $\sin(s_n x)$ та $\cos(r_n(x-a))$.

Знайдемо з (11) явний вираз для C_n^I . Запишемо (6) з урахуванням (11). Маємо:

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^I s_n' \sin(s_n x) \operatorname{ch}(s_n' g). \tag{14}$$

Домножимо ліву та праву частини (14) на $\sin(s_m x)$, $m = 0, 1, 2, \dots$ та проінтегруємо у межах від 0 до l . Застосовуючи властивість ортогональності тригонометричних, отримуємо вираз для C_m^I у наступному вигляді (враховуючи рівність нулю функції $\varphi(x)$ у проміжку $(0, a)$ інтегрування проводиться в межах від a до l):

$$C_m^I = \frac{2}{l s_m' \operatorname{sh}(s_m' g)} \int_a^l \varphi(x) \sin(s_m x) dx. \tag{15}$$

Аналогічним чином знаходимо вирази для C_0^I та C_n^{II} :

$$C_0^{II} = \frac{1}{b k_s \sin(k_s d)} \int_a^l \varphi(x) dx, \tag{16}$$

$$C_m^{II} = \frac{2}{b r_m' \operatorname{sh}(r_m' d)} \int_a^l \varphi(x) \cos(r_m(x-a)) dx. \tag{17}$$

Таким чином, амплітудні коефіцієнти власних функцій полів у кожній з часткових областей повністю визначаються геометрією області та функцією $\varphi(x)$, котра, як буде показано далі, також залежить від геометрії складної області.

Для визначення $\varphi(x)$ необхідно підставити (15–17) до (11) та (13) та застосувати другу частину граничних умов на лінії AD (5). Зробивши вказані дії та перенісши доданки у ліву частину відносно знака рівності, маємо:

$$\int_a^l \varphi(\xi) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \operatorname{cth}(s_n' g)}{s_n' l} \sin(s_n x) \sin(s_n \xi) - \frac{\operatorname{ctg}(k_s d)}{k_s b} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \operatorname{cth}(r_n' d)}{r_n' b} \cos(r_n(\xi - a)) \cos(r_n(x - a)) \right\} d\xi = 0. \tag{18}$$

Вираз (18) є інтегральним рівнянням відносно невідомої функції $\varphi(x)$ з симетричним ядром відносно змінних x та ξ .

Позначивши

$$P(\xi, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \operatorname{cth}(s_n' g)}{s_n' l} \sin(s_n x) \sin(s_n \xi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \operatorname{cth}(r_n' d)}{r_n' b} \cos(r_n(\xi - a)) \cos(r_n(x - a)),$$

$$P_0 = \frac{\operatorname{ctg}(k_s d)}{k_s b}, \tag{19}$$

$$P_0 = \frac{\operatorname{ctg}(k_s d)}{k_s b}, \tag{20}$$

запишемо (18) у наступному вигляді:

$$\int_a^l \varphi(\xi) \{P(\xi, x) - P_0\} d\xi = 0. \tag{21}$$

Ядро даного рівняння $\{P(x, \xi) - P_0\}$ містить функціональний зв'язок між геометрією складної області поперечного перетину та власним числом k_s .

Для розв'язання інтегрального рівняння (21) застосуємо відомий метод Галеркіна [10].

Сутність даного методу полягає у наступному.

Нехай відомо деякий функціональний зв'язок наступного вигляду:

$$E\{x, \varphi(x)\} = 0, \tag{22}$$

де $E\{x, \varphi(x)\}$ – в загальному випадку деякий інтегродиференціальний оператор від функції $\varphi(x)$, визначений на деякому інтервалі (x_1, x_2) , на кінцях котрого задані граничні умови $\varphi(x_1)$ та $\varphi(x_2)$. Згідно з методом Галеркіна наближений розв'язок (22) представляється у вигляді:

$$\varphi_M(x) = \sum_{i=1}^M \alpha_i \varphi_i(x), \tag{23}$$

де $\varphi_i(x)$ – деякі задані функції, котрі утворюють повну систему при $i = 1, 2, \dots$ та задовольняють граничним умовам на кінцях інтервалу; α_i – постійні коефіцієнти, котрі знаходяться із системи рівнянь:

$$\int_{x_1}^{x_2} \varphi_j(x) E\{x, \varphi_M(x)\} dx = 0; \quad j = 1, 2, \dots, M, \tag{24}$$

де $\varphi_M(x)$ визначається за (23).

Якщо число членів M в (23) необмежено зростає, то в більшості фізичних задач $\varphi_M(x)$ прямує до точного розв'язку рівняння (22). Практично гарне наближення отримується вже при невеликих M . Крім того, покращити збіжність ряду (23) можна правильним підбором апроксимуючих функцій $\varphi_i(x)$.

Стосовно інтегрального рівняння (21) запишемо систему (24) у наступному вигляді:

$$\int_a^l \left\{ \int_a^l \left\{ \sum_{i=1}^M \alpha_i \varphi_i(\xi) [P(\xi, x) - P_0] \right\} d\xi \right\} \varphi_j(x) dx = 0; \quad j = 1, 2, \dots, M. \tag{25}$$

Виносячи в (25) знак суми за знак інтегралів, приходимо до системи лінійних однорідних рівнянь відносно α_i у наступному вигляді:

$$\sum_{i=1}^M (M_{ij} - P_0 N_{ij}) \alpha_i = 0; \quad j = 1, 2, \dots, M, \tag{26}$$

де $M_{ij} = \int_a^l \left\{ \int_a^l \left\{ \sum_{i=1}^M \varphi_i(\xi) \varphi_j(x) P(\xi, x) \right\} d\xi \right\} dx;$ (27)

$$N_{ij} = \int_a^l \left\{ \int_a^l \left\{ \sum_{i=1}^M \varphi_i(\xi) \varphi_j(x) \right\} d\xi \right\} dx. \tag{28}$$

Матриці M_{ij} та N_{ij} квадратні розміром $(M \times M)$ та симетричні.

Умовою існування нетривіального розв'язку (26) є рівність нулю її визначника:

$$|M_{ij} - P_0 N_{ij}| = 0. \tag{29}$$

Рівняння (29) містить власне число k_s та розміри області. Таким чином, дане рівняння є характеристичним рівнянням для визначення k_s . Найменший корінь (29) є власним числом основної (H_{10}) хвилі.

Розв'язок характеристичного рівняння. При виводі характеристичного рівняння (29) не було зроблено ніяких обмежень на геометрію складної області поперечного перетину. Точність отриманого розв'язку залежить від кількості членів у розкладі ядра (19) та достатню кількість M відповідних апроксимуючих функцій (23).

Визначимо вимоги до апроксимуючих функцій $\varphi_i(x)$. Як апроксимуючі можуть виступати будь-які функції, що задовольняють граничним умовам на кінцях інтервалу (a, l) та утворюють повну систему при $i = 1, 2, 3, \dots$ Однак, для спрощення аналітичної частини обчислень в заміну незначного погіршення збіжності, слід керуватись наступними міркуваннями:

- а) апроксимуючі функції повинні мати властивості, близькі до властивостей шуканої функції $\varphi(x)$;
- б) інтеграли (27) та (28) повинні легко обчислюватись аналітично.

Визначимо властивості шуканої функції $\varphi(x)$. Враховуючи, що

$$\varphi(x) = \frac{\partial H}{\partial y} = p E_x, \tag{30}$$

де p – коефіцієнт пропорційності, вкажемо наступне:

- а) $\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} = 0$ в точці $x = l$ у відповідності до граничної умови для E_y на CE і рівності $dive = 0$;
- в) $\varphi(x)$ повинна бути парною відносно точки $x = l$;
- г) у точці $x = a$ функція $\varphi(x)$ має особливість виду $(x-a)^{1/3}$ у відповідності до поведінки E_x в околиці прямого кута;
- д) зважаючи на просту конфігурацію поля хвилі типу H_{10} , функція $\varphi(x)$ однозначна та монотонна на інтервалі (a, l) .

Зважаючи на вказані особливості в якості апроксимуючих функцій обрано сімейство парабол парних степенів. Перші три апроксимуючі функції матимуть наступний вигляд:

$$\varphi_1(x) = 1, \tag{31}$$

$$\varphi_2(x) = (l-x)^2 - \frac{b^2}{3}, \tag{32}$$

$$\varphi_3(x) = (l-x)^4 - \frac{b^4}{5}. \tag{33}$$

Члени $\frac{b^2}{3}$ та $\frac{b^4}{5}$ взяті з умов:

$$\left. \begin{aligned} \int_a^l \varphi_2(x) dx &= 0, \\ \int_a^l \varphi_3(x) dx &= 0. \end{aligned} \right\} \tag{34}$$

В такому випадку всі N_{ij} крім N_{11} будуть рівні нулю і обчислення (29) значно спрощується. Знайдемо вирази, що визначають функціональний зв'язок між k_s та геометричними розмірами області поперечного перетину Н-подібного хвилеводу. В залежності від кількості апроксимуючих функцій визначається номер наближення. Вважається, що зі зростанням даної кількості зростають як складність та громіздкість обчислень, так і точність кінцевого результату.

Перше наближення. За апроксимуючу функцію береться (31). Визначник (29) матиме наступний вигляд:

$$M - P_0 N_{11} = 0, \tag{35}$$

де $M = M_{11}$,

$$M_{11} = \int_a^l \int_a^l P(\xi, x) d\xi dx, \tag{36}$$

$$N_{11} = \int_a^l \int_a^l d\xi dx, \tag{37}$$

а P_0 визначається за (20). Подібні позначення в (35) викликані тим, що даний вираз є загальним і, як буде показано далі, справедливий для вищих наближень.

Підставивши (19) до (36), знайдемо вираз для M_{11} , котрий матиме наступний вигляд:

$$M_{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g)}{s_n'l} \frac{1}{s_n^2} \cos^2(s_n a). \tag{38}$$

Враховуючи, що $l = a + b$, а $\cos^2(s_n a) = \sin^2(s_n b)$, отримаємо інший вираз для M_{11} :

$$M_{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g)}{s_n'l} \frac{1}{s_n^2} \sin^2(s_n b). \tag{39}$$

Вираз для N_{11} матиме наступний вигляд:

$$N_{11} = b^2. \tag{40}$$

Остаточню (35) для першого наближення з врахуванням (20), (39) та (40) матиме наступний вигляд:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g)}{s_n'l} \frac{1}{s_n^2} \sin^2(s_n b) - \frac{ctg(k_s d)b}{k_s} = 0. \tag{41}$$

З даного виразу легко знайти явний вираз для визначення розміру d за заданими іншими розмірами та власним числом k_s , котрий матиме наступний вигляд:

$$d = \frac{1}{k_s} \operatorname{arccctg} \left(\frac{4k_s M}{\pi b} \right), \tag{42}$$

де $M = M_{11}$ згідно з (39) та обраховується із заданою точністю. Вираз (42) також є загальним, чим викликані подібні позначення.

Визначення k_s (пряма задача) з виразу (42) у явному вигляді неможливе. Найкращі рішення у даному випадку – застосування сучасних математичних пакетів із вбудованими функціями чисельного розв'язання трансцендентних рівнянь подібного вигляду, або створення подібних власних процедур на мовах програмування високого рівня на основі, для прикладу, методу послідовних наближень.

Друге наближення. За апроксимуючі функції беруться $\varphi_1(x)$ та $\varphi_2(x)$ відповідно до виразів (32) та (33). Визначник (29) матиме наступний вигляд:

$$(M_{11} - P_0 N_{11}) M_{22} - M_{12}^2 = 0, \tag{43}$$

$$\text{або } M_{11} - P_0 N_{11} - \frac{M_{12}^2}{M_{22}} = 0. \quad (44)$$

Позначивши

$$M_{11} - \frac{M_{12}^2}{M_{22}} = M, \quad (45)$$

надалі можна використовувати загальний вираз (35).

Також з урахуванням (45) вираз (42) справедливий для визначення розміру d другого наближення. Вираз для M_{12} матиме наступний вигляд:

$$M_{12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g) \sin(s_n b)}{s_n' l} \frac{1}{s_n^4} \left[\left(\frac{(s_n b)^2}{3} - 1 \right) \sin(s_n b) + s_n b \cos(s_n b) \right]. \quad (46)$$

Вираз для M_{22} матиме наступний вигляд:

$$M_{22} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g) \frac{1}{s_n^6} \left[\left(\frac{(s_n b)^2}{3} - 1 \right) \sin(s_n b) + s_n b \cos(s_n b) \right]^2}{s_n' l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2cth(r_n'd)}{r_n' b} \left[\frac{\pi n}{r_n^3} \right]^2. \quad (47)$$

Третє наближення. За апроксимуючі функції беруться $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ та $\varphi_3(x)$ відповідно до виразів (32–34). Знайшовши вираз для визначника (29) та позначивши

$$M_{11} - \frac{M_{22} M_{13}^2 + M_{23} M_{12}^2 - 2 M_{12} M_{13} M_{23}}{M_{22} M_{33} - M_{23}^2} = M, \quad (48)$$

надалі можна використовувати загальний вираз (35).

Також з урахуванням (48) вираз (42) справедливий для визначення розміру d другого наближення. Вираз для M_{13} матиме наступний вигляд:

$$M_{13} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g) \sin(s_n b)}{s_n' l} \times \frac{1}{s_n^6} \left[\left(\frac{(s_n b)^4}{5} - 3(s_n b)^2 + 6 \right) \sin(s_n b) + \left((s_n b)^2 - 6(s_n b) \cos(s_n b) \right) \right]. \quad (49)$$

Вираз для M_{23} матиме наступний вигляд:

$$M_{23} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g) \frac{1}{s_n^3} \left[\left(\frac{(s_n b)^2}{3} - 1 \right) \sin(s_n b) + s_n b \cos(s_n b) \right] \times \frac{1}{s_n^5} \left[\left(\frac{(s_n b)^4}{5} - 3(s_n b)^2 + 6 \right) \sin(s_n b) + \left((s_n b)^2 - 6(s_n b) \cos(s_n b) \right) \right]}{s_n' l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2cth(r_n'd) \pi n \left((\pi n)^3 - 6\pi n \right)}{r_n' b r_n^8}. \quad (50)$$

Вираз для M_{33} матиме наступний вигляд:

$$M_{33} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2cth(s_n'g)}{s_n' l} \times \frac{1}{s_n^{10}} \left[\left(\frac{(s_n b)^4}{5} - 3(s_n b)^2 + 6 \right) \sin(s_n b) + \left((s_n b)^2 - 6(s_n b) \cos(s_n b) \right) \right]^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2cth(r_n'd) \left[\left((\pi n)^3 - 6\pi n \right) \right]^3}{r_n' b r_n^5}. \quad (51)$$

Таким чином, отримано вирази, що описують функціональну залежність між геометричними розмірами та власним числом Н-подібного хвилеводу для першого, другого та третього наближень. У другому та третьому наближеннях не вдається знайти явних виразів ні для одного параметра, що розглядається. Деяким спрощенням для даних наближень може, в такому випадку, бути використання значення розміру d , що було отримане у першому наближенні.

Дослідження збіжності рядів ядра інтегрального рівняння. Ядро інтегрального рівняння (21), а саме вираз для $P(\zeta, x)$, (19) містить безкінечні ряди, котрі описують поле в часткових областях I та II .

Збіжність (19) визначається знаменниками, зокрема s_n' та r_n' , котрі визначаються виразами (11) та (13) відповідно. Таким чином, для великих n ряди в (19) будуть збігатись не швидше, ніж $1/n$. Робити загальні висновки безпосередньо на основі збіжності рядів (19) некоректно, оскільки даний вираз входить до виразів для M_{ij} та для різних індексів i та j збіжність буде різною [11].

За результатами порівняльних чисельних розрахунків у табл. 1 наведена рекомендована кількість членів у рядах M_{ij} , для забезпечення обчислювальної точності у другому знакові після коми (1 %).

Таблиця 1

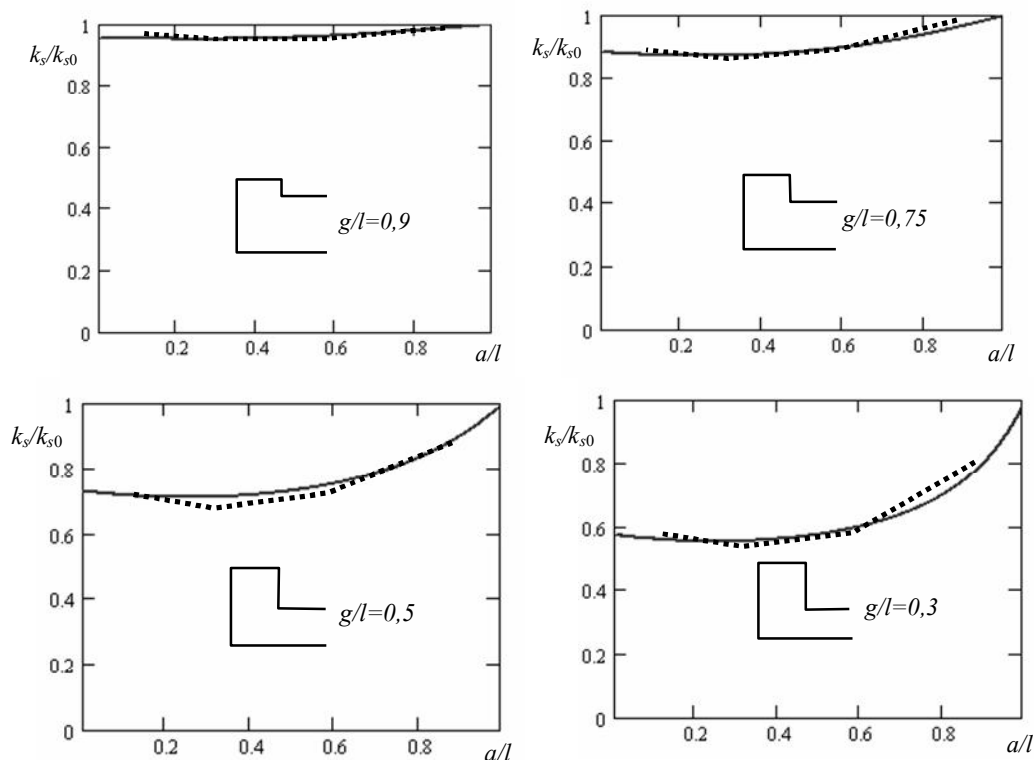
Кількість членів у рядах M_{ij} , при яких забезпечується обчислювальна точність 1 %

Індекс j	Індекс i		
	1	2	3
1	1	1	2
2	2	2	3
3	3	3	3

Слід відмітити, що збіжність рядів означає відсутність (або малість, котрою можна знехтувати) змін у деякому знаку після коми та не обов'язково свідчить про відповідну точність отримуваних результатів.

Результати чисельних розрахунків та порівняльна оцінка. Відповідно до рекомендованої кількості членів у рядах M_{ij} , для декількох дискретних значень розмірів Н-подібного хвилеводу здійснено розрахунки власного числа k_s основної хвилі. Розрахунки k_s були здійснені з трансцендентного відносно k_s рівняння (42), де M для першого, другого та третього наближень описуються виразами (38), (46–47) та (49–52) відповідно. Розв'язання трансцендентного рівняння здійснювалось методом послідовних наближень з гарантованою точністю у третьому знакові після коми. Для порівняльної оцінки взято значення власного числа k_s основної хвилі, обчислені методом часткових областей з урахуванням особливості на ребрі [8] для відповідних розмірів Н-подібного хвилеводу.

На рис. 3 наведені залежності значення k_s/k_{s0} власного числа хвилі основного типу Н-подібного хвилеводу, нормованого до поперечного хвильового числа хвилі H_{10} прямокутного хвилеводу від відносного розміру a/l для різних значень відносного розміру g/l . Для всіх наведених графіків $h = l$. Суцільною лінією наведені розраховані графіки. Пунктирна лінія відповідає табличним значенням, наведеним [8] для відповідних розмірів. Для зручності на рисунках наведено схематичне зображення половини відповідного П-подібного хвилеводу, котрий має вказане співвідношення розмірів.



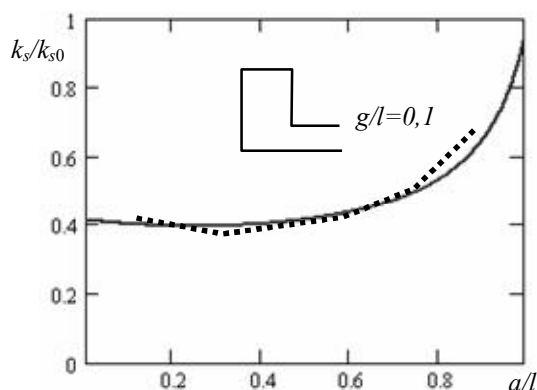


Рис. 3

Згідно з графіками рис. 3 та числовими даними, максимальне відхилення розрахованих значень k_s не перевищує 2 %, що свідчить про достовірність та достатню точність отриманих результатів. Розширення смуги робочих частот Н-подібного хвильоводу досягається подальшим зменшенням g/l . За допомогою розробленої методики здійснено розрахунки для $g/l = 0,05$. Відповідний графік наведений на рис. 4, суцільною чорною лінією наведено відповідний розрахунковий графік. На графіках рис. 5 наведені залежності значення k_s/k_{s0} від відносного розміру g/l для значень відносного розміру a/l , менших за 0,9.

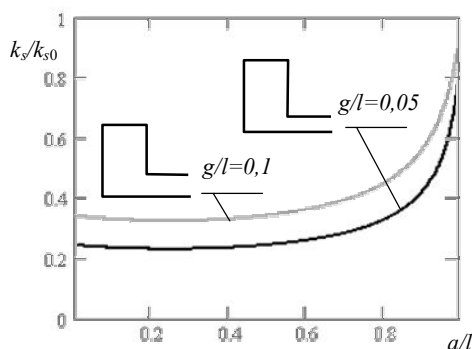


Рис. 4

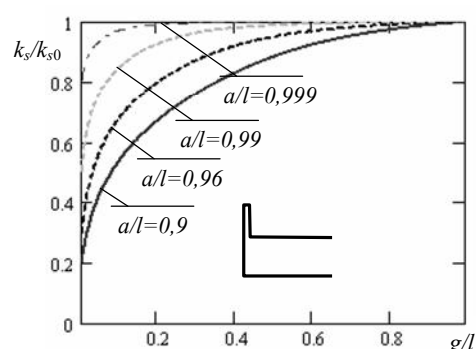


Рис. 5

Висновки.

1. Розроблена методика розрахунку k_s Н- та П-подібних хвильоводів забезпечує орієнтовну точність 2 %, свідчить про її працездатність та придатність для більшості практичних задач та інженерних розрахунків.
2. Для більшості практичних задач достатньо застосовувати результати першого наближення. У задачах, що вимагають більшої точності, необхідні результати другого та третього наближень.
3. Результати першого та третього наближень завищені відносно результатів МЧО. Результати другого наближення – дещо занижені.
4. Згідно із запропонованою методикою розраховано залежності власного числа хвилі основного типу від геометричних розмірів для випадків $g/l = 0,05$ та a/l , менших за 0,9.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Глебович Г.В., Ковалев И.П. Широкополосные линии передачи импульсных сигналов. – М.: Сов. радио, 1973.
2. Воинов Б.С. Широкодиапазонные колебательные системы СВЧ. – М.: Советское радио, 1979.
3. Рамзей В.Х. Частотнезависимые антенны: Пер с англ. В.П. Сахаров. – М.: Мир, 1968. – 176 с.
4. Левин Л. Теория волноводов: методы решения волноводных задач: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Вольфмана. – М.: Радио и связь, 1981. – 311 с.
5. Фрадин А.З. Антенно-фидерные устройства. – М.: Советское радио, 1977. – 440 с.
6. David M. Pozar. Microwave engineering. 2-nd edition. University of Massachusetts. – 1998.
7. Cohn B., Properties of ridge waveguide, PIRE, 1947, 35. – № 8.
8. Заргано Г.Ф., Ляпин В.П., Михалевский В.С. и др. Волноводы сложных сечений. – М.: Радио и связь, 1986. – 124 с.
9. Дерюгин Л.Н. Расчет критической частоты П- и Н-волноводов. // Радиотехника. – 1948. – № 6. – С. 50–61.

10. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977. – 456 с.
11. Автоматическое проектирование устройств СВЧ / Под ред. В.В. Никольского. – М.: Радио и связь, 1982. – 272 с.

МАНОЙЛОВ В'ячеслав Пилипович – доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник науково-дослідного центру Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- електродинаміка та техніка НВЧ;
- розробка широкосмугових антен та антенних систем.

ПАВЛЮК Володимир Володимирович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси

- вдосконалення складних функціональних блоків та алгоритмів радіотехнічних систем;
- розробка широкосмугових антен та антенних систем.

Подано 25.06.2007