ІНФОРМАТИКА, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

УДК 681.3:519.15

О.В. Бандирська, к.т.н., доц.
ЛьвФ ДП УкрНДНЦ
О.П. Лазука
ДП НДІ «Система», м. Львів

ЗАСТОСУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ НА ОСНОВІ ПРИНЦИПУ ОПТИМАЛЬНИХ СТРУКТУРНИХ ПРОПОРЦІЙ В КОМП'ЮТЕРНІЙ ІНЖЕНЕРІЇ

Розглядається метод структурної оптимізації систем, елементами яких є числа або вектори. Показана можливість застосування нового класу числових конструкцій – ідеальних кільцевих в'язанок як зручних комбінаторних моделей для створення компактно структуризованих одно- та багатовимірних числових систем в комп'ютерній інженерії, зокрема для проектування спеціалізованих мікропроцесорів з нестандартною арифметикою. Метод може знайти застосування для опрацювання масивів даних на основі впровадження спрощеної системи оперування векторними даними та створення векторних комп'ютерних технологій.

Постановка проблеми. У багатьох задачах проектування технічних пристроїв та систем інформаційно-вимірювальної техніки виникає необхідність пошуку оптимального взаємного розміщення елементів та зв'язків. Тому важливого значення набувають дослідження математичних моделей і методів оптимізації, які базуються на комбінаторних структурах.

Аналіз останніх джерел і публікацій показав, що великий клас таких структур пов'язаний загальним поняттям "система інцидентності"; при їх розгляді має місце встановлення взаємозв'язків не лише між елементами системи, але й між групами елементів, які утворюють всю систему [1]. До класичних систем інцидентності належать, наприклад, зрівноважені неповні блок-схеми (balanced incomplete block-designs) або, скорочено, ВІВ-схеми [2]. Такі конфігурації застосовують для наукових досліджень і для практичних потреб, зокрема для оптимальних планів багатофакторного експерименту, в задачах дегустації, при синтезі завадостійких кодів [2]. Однак класична теорія комбінаторних конфігурацій не завжди дає змогу досить просто описати досліджувану систему за допомогою відповідної моделі. Певним кроком у напрямку до спрощення ситуації є відображення систем за допомогою впровадження комбінаторних моделей, названих "ідеальними кільцевими в'язанками" (ІКВ) [3]. Це дало змогу виробити новий підхід до проектування високоефективних систем і пристроїв, в основі якого лежить метод оптимальних структурних пропорцій (ОСП), а створена на його основі комп'ютерна арифметика відкриває нові можливості для практичних застосувань комбінаторних моделей та методів оптимізації в комп'ютерних технологіях і задачах інформаційної техніки [3, 4].

Мета статті. Запропонувати підхід до проектування високоефективних систем і пристроїв на основі методу оптимальних структурних пропорцій (ОСП) для задач інформаційної техніки [3, 4].

Основний матеріал. Серед класичних комбінаторних конфігурацій, що охоплюють поняття систем інцидентності, найбільшого поширення набули блок-схеми.

Під блок-схемою розуміють розміщення елементів множини $\{b_i\}$, $i = 1,\ldots \nu$ в a підмножинах B_j, $j = 1,\ldots a$ або блоках з однаковою кількістю елементів $k_j = k$, $A_j = 1,\ldots a$ в кожному блоці, причому елемент b_i належить до r_i різних блоків, а кожна p-та пара різних елементів (b_i, b_j), $i \neq j$, $p = 1, 2,\ldots \nu(\nu$-1)/2 зустрічається в λ блоках. Частковим випадком блок-схеми є ВІВ-схема, що утворена на основі множини ν різних елементів $(i \neq j)$ з кількістю елементів k у кожному блоці.

Між параметрами ν, a, k, r, λ ВІВ-схеми існують такі залежності:

$$a \cdot k = \nu \cdot r,$$
$$r \cdot (k - 1) = \lambda \cdot (\nu - 1). \tag{1}$$

ВІВ-схема називається симетричною, якщо $\nu = a$, і циклічною, коли для неї існує циклічний автоморфізм, який полягає в тому, що зміна індексів $j \rightarrow j + 1(mod \nu)$ при всіх k елементах j-го блоку ВІВ-схеми призводить до утворення множини елементів $(j + 1(mod\ \nu))$-го блоку цієї схеми, і, отже, елементи будь-якого блоку повністю визначають всю ВІВ-схему [2].

Актуальною проблемою є синтез комбінаторних конфігурацій з широким спектром заданих параметрів. Один з підходів полягає у використанні для цього ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ) [3]. Ідеальна кільцева в'язанка – це послідовність $C_n = \{K_1, K_2,\ldots K_n\}$ цілих додатних чисел, які разом з усіма можливими сумами поруч розміщених чисел вичерпують значення чисел натурального ряду від 1 до $n(n$-

1)/R точно R разів, причому елементи k_1 і k_n вважаються суміжними. ІКВ визначається параметрами n і R [3].

Можна показати, що ІКВ з параметрами n і R відповідає циклічна блок-схема на множині елементів $\{b_i\} = \{j\}$, j =1,…$n(n$-1) [3]. Отже, циклічну блок-схему з параметрами v, k, λ можна завжди навести у вигляді відповідної ІКВ з параметрами $n = k$, $R = \lambda$. Моделювання дещо ускладнюється тим, що в загальному випадку порядок розміщення елементів у кожному окремому блоці ВІВ-схеми, як і самих її блоків, не регламентується. Однак таке ускладнення легко усувається, коли всі $k = n$ елементи будь-якого з блоків цієї схеми замінити числовими значеннями 1, 2,… v їх порядкових номерів на множині $\{b_i\}$, (i = 1,… v).

Розглянемо приклад, що ілюструє можливість побудови циклічної ВІВ-схеми з параметрами v = 13, k = 4, λ = 1 за допомогою ідеальної кільцевої в'язанки з параметрами $n = k = 4$, $R = \lambda = 1$. Для моделювання доцільно використати алгоритм вибіркових переміщень, який полягає в обчисленні кільцевих сум на впорядкованих послідовностях натуральних чисел та взаємному переміщенні цих чисел [3]. За вхідними даними n = 4, R = 1 та елементами ІКВ ($K_1 = 1$, $K_2 = 2$, $K_3 = 6$, $K_4 = 4$) легко побудувати перший блок (B_1) циклічної блок-схеми:

$$b_1 = K_1 = 1,\ b_2 = b_1 + K_2 = 3,\ b_3 = b_2 + K_3 = 9,\ b_4 = b_3 + K_4 = 13. \qquad (2)$$

Решта блоків знаходяться циклічним зсувом довжиною v = 13 знайдених вище елементів першого блоку цієї блок-схеми. В результаті побудови отримаємо:

$$\begin{aligned}&B_1: (1, 3, 9, 13);\ B_2: (2, 4, 10, 1);\ B_3: (3, 5, 11, 2);\ B_4: (4, 6, 12, 3);\\ &B_5: (5, 7, 13, 4);\ B_6: (6, 8, 1, 5);\ B_7: (7, 9, 2, 6);\ B_8: (8, 10, 3, 7);\\ &B_9: (9, 11, 4, 8);\ B_{10}: (10, 12, 5, 9);\ B_{11}: (11, 13, 6, 10);\ B_{12}: (12, 1, 7, 11);\\ &B_{13}: (13, 2, 8, 12).\end{aligned} \qquad (3)$$

В даному випадку моделювання дозволило не лише побудувати циклічну ВІВ-схему з множиною елементів $\{b_i\}$ = {1, 2,…13} і параметрами v = 11, $k = n$ =5, $\lambda = R$ = 2, але й виявити особливості її структурної організації, в якій ключову роль відіграє впорядкована числова послідовність (1, 2, 6, 4).

Відповідність параметрів ІКВ та циклічних ВІВ-схем дозволяє виявляти глибинні взаємозв'язки між різними типами ВІВ-схем, генерувати множини комбінаторних конфігурацій з циклічною структурою, досліджувати їх властивості, перевіряти умови існування різних типів циклічних ВІВ-схем та знаходити для них нові практичні застосування.

Вдосконалення комп'ютерних технологій пов'язано з пошуком оптимальних структурних співвідношень між величинами, що характеризують якісні показники цих технологій. До таких показників належать, наприклад, спрощення алгоритму виявлення помилок під час обчислювального процесу, підвищення швидкості кодування та декодування інформації. Одним із підходів, що дозволяє успішно розв'язувати згадані вище проблеми, є метод оптимальних структурних пропорцій (ОСП), а зручними моделями для реалізації цього методу постають ІКВ [3]. Прикладом ІКВ четвертого (n = 4) порядку може служити числова конструкція з чотирьох елементів $K_1 = 1$, $K_2 = 2$, $K_3 = 6$, $K_4 = 4$, що утворюють замкнену структуру (рис. 1).

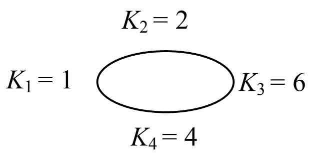

Рис.1. ІКВ четвертого (n = 4) порядку

Для зручності опису властивостей ІКВ як моделі для віддзеркалення методу оптимальних структурних пропорцій доцільно ввести поняття кільцевої суми.

Нехай ІКВ містить послідовно впорядковані елементи K_1, K_2…K_n, де елемент K_n знаходиться поруч з елементом K_1, так що всі елементи утворюють замкнену (кільцеву) схему. Тоді під кільцевою сумою розуміють числову суму будь-якої кількості поруч розміщених елементів кільцевої схеми.

Для зручності обчислення, обліку та аналізу кільцевих сум їх зручно записувати у вигляді таблиці, в першому рядку якої записані елементи ІКВ – по одному числу в кожній клітинці; в другому рядку таблиці знаходяться усі кільцеві суми з двох поруч розташованих елементів ІКВ – по одній сумі з двох чисел у кожній клітинці; в кожній клітинці третього рядка – з трьох елементів тощо. В останньому (n-1)-му рядку знаходяться усі кільцеві суми з (n-1) елементів (табл. 1).

Таблиця 1

Кільцеві суми на ІКВ (K_1, K_2…K_n)

№ рядка	**Кільцеві суми**

1	K_1	K_2	…	K_n
2	$K_1 + K_2$	$K_2 + K_3$	…	$K_n + \mathrm{K}_1$
3	$K_1 + K_2 + K_3$	$K_2 + K_3 + K_4$	…	$K_n + K_1 + K_2$
…	…	…	…	…
n-1	$K_1 + K_2 + \ldots + K_{n-1}$	$K_2 + K_3 + \ldots + K_n$	…	$K_n + K_1 + K_2 + \ldots + K_{n-2}$

За табл. 1 легко побудувати таблицю кільцевих сум для ІКВ будь-якого порядку. Наприклад, для ІКВ (1, 2, 6, 4) таблиця набуває такого вигляду (табл. 2).

Таблиця 2

Кільцеві суми на ІКВ (1, 2, 6, 4)

№ рядка	**Кільцеві суми**			
1	1	2	6	4
2	3	8	10	5
3	9	12	11	7

З табл. 2 випливає, що кільцеві суми на ІКВ (1, 2, 6, 4) утворюють множину чисел натурального ряду від 1 до S = 12, де S чисельно дорівнює кількості усіх можливих способів заповнення клітинок цієї таблиці кільцевими сумами:

$$S = n(n-1). \qquad (4)$$

Легко побачити, що елементи ІКВ породжують циклічну пропорцію частин цілого, яка дозволяє утворити систему n-розрядних комбінацій позиційного двійкового коду, де кожна кодова комбінація складається не більш як з двох блоків різнойменних символів (блок “нулів” і блок “одиниць”). Ця особливість ІКВ була покладена в основу розгортання досліджень, пов’язаних з теоретичними та прикладними аспектами нових комп’ютерних технологій, які базуються на використанні монолітного коду [4], оскільки було показано, що будь-яке натуральне число від 1 до S можна представити у вигляді відповідної кодової пропорції з двох блоків символів як частин цілого. Формула (4) встановлює залежність між потужністю P монолітного коду і числом n розрядів дозволених кодових комбінацій цього коду:

$$P = S + 2 = n(n-1) + 2. \qquad (5)$$

Слід зазначити, що поруч з одновимірними ІКВ можуть використовуватися більш складні комбінаторні конструкції, що утворені з елементів, кожен з яких є також впорядкованим набором чисел. В останньому випадку з’являється можливість конструювання та дослідження на основі методу оптимальних структурних пропорцій (ОСП) багатовимірних ІКВ.

На рис. 2 наведено приклад двовимірної ІКВ ((1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 3)), яка утворює двовимірну (t = 2) систему координат цілих додатних чисел на решітці з розмірами $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

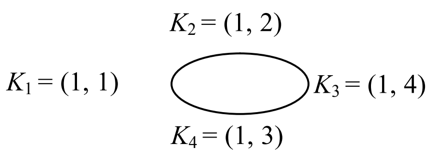

Рис. 2. Двовимірна ІКВ четвертого (n = 4) порядку

Нижче наведена таблиця кільцевих вектор-сум, що побудована за двовимірною ІКВ четвертого порядку ((1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 3)), $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

Таблиця 3

Кільцеві вектор-суми на ІКВ ((1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 3)), $x_1 = 3$, $x_2 = 4$

№ рядка	**Кільцеві вектор-суми**			
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 3)
2	(2, 3)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 4)
3	(3, 2)	(3, 4)	(3, 3)	(3, 1)

Легко побачити, що кільцеві вектор-суми, що наведені в табл. 3, утворюють систему координат двовимірної решітки. За аналогією до двовимірних можна побудувати багатовимірні ІКВ таблиці кільцевих вектор-сум для багатовимірних ІКВ. Конструювання здійснюється за впорядкованими послідовностями числових кортежів, всі кільцеві вектор-суми яких вичерпують цілочислові координати точок у деякій локальній області t-вимірного простору. Під кільцевою вектор-сумою слід розуміти суму поруч записаних векторів t-вимірної ІКВ, що беруться з урахуванням відповідних значень модулів l_1, $l_2, \ldots l_t$ [4].

Висновки. Викладено суть методу оптимальних структурних пропорцій, який лежить в основі розгортання досліджень, пов'язаних з теоретичними та прикладними аспектами впровадження нових комп'ютерних технологій, які базуються на використанні монолітного коду. Наведені результати дослідження властивостей ідеальних кільцевих в'язанок як наочних моделей для створення компактно структуризованих систем векторних даних. Показана можливість застосування результатів дослідження для проектування спеціалізованих мікропроцесорів з нестандартною арифметикою.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Тараканов В.Е.* Комбинаторные задачи и (0,1)-матрицы. – М.: Наука, 1985. – 192 с.
2. *Холл М.* Блок-схемы // Прикладная комбинаторная математика. – М.: Мир, 1968. – 362 с.
3. *Різник В.В.* Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с.
4. *Різник В., Бандирська О., Велика О.* Використання арифметики ідеальних кільцевих в'язанок в комп'ютерних технологіях // Комп'ютерні технології друкарства. – Львів: УАД. – 2000. – С. 158–165.

БАНДИРСЬКА Ореста Володимирівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри метрології, стандартизації та сертифікації Національного університету «Львівська політехніка», директор Львівської філії ДП «Український науково-дослідний та навчальний центр проблем стандартизації, сертифікації та якості» при Держспоживстандарті України.

Наукові інтереси:

– математичне моделювання систем;

– зменшення надмірності шляхом застосування нового принципу ОСП.

ЛАЗУКА Олена Петрівна — начальник науково-дослідного відділу методології оцінки відповідності продукції ДП НДІ «Система».

Наукові інтереси:

– стандартизація та оцінка відповідності продукції;

– математичне моделювання систем.

Подано 25.10.2006