

## ПРИЛАДИ. РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 619.785:519.95

В.Л. Баранов, д.т.н., проф.

Р.В. Гришук, ад'юнкт

Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

## МЕТОДИКА АПРОКСИМАЦІЇ ЗАКОНУ ПЛАНКА НА ОСНОВІ ЗМІЩЕНИХ НЕТЕЙЛОРІВСЬКИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Запропоновано застосування математичного апарату зміщених диференціальних нетейлорівських перетворень для покращення точності оцінки даних дистанційного зондування Землі за результатами гіперспектрального спостереження. Для знаходження невідомих коефіцієнтів апроксимуючої функції запропоновано застосувати метод балансу диференціальних спектрів.

**Аналіз проблемної ситуації та її зв'язок із важливими практичними завданнями.** Важливу прикладну роль в задачах дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) відіграють гіперспектральні оптико-електронні системи. Інформація про об'єкти космічного моніторингу в таких системах міститься в значеннях спектрального коефіцієнта теплового випромінювання та термодинамічній температурі [1].

Сучасні гіперспектральні системи приймають випромінювання відносно вузького спектрального складу. Їх вхідний сигнал пропорційний інтегралу від спектральної щільності енергетичної світності [2]:

$$R(T)_i = \int_{\nu_{i1}}^{\nu_{i2}} 2 \pi h c^{-2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \varepsilon(\nu) d\nu, \quad (1)$$

де  $R(T)_i$  – спектральна щільність енергетичної світності  $i$ -го каналу спостереження, Вт·м<sup>-3</sup>;  $h$  – стала Планка,  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Вт·с<sup>2</sup>;  $c$  – швидкість розповсюдження світла у вакуумі,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с;  $\varepsilon(\nu)$  – спектральний коефіцієнт теплового випромінювання, безрозмірна величина;  $\nu$  – частота хвилі випромінювання,  $\nu \in [\nu_{i1}, \nu_{i2}]$ , Гц;  $k$  – стала Больцмана,  $k = 1,3505 \cdot 10^{-23}$  Вт·с·К<sup>-1</sup>;  $T$  – термодинамічна температура фізичного тіла або фону, К.

Зворотна задача (визначення за значеннями спектральної щільності енергетичної світності фізичного тіла  $R(T)_i$ , що спостерігається, значень інформативних параметрів  $\varepsilon(\nu)$  та  $T$ ) набуває вигляду інтегрального рівняння Фредгольма 1-го роду та є некоректною [3].

Дана додатково задача ускладнюється тим, що ядро інтегрального рівняння

$$r(\nu, T) = 2 \pi h c^{-2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} - \text{закон Макса Планка,} - \text{не зводиться до множини функцій з визначеною}$$

первісною. Тому першим етапом на шляху визначення значень інформативних параметрів об'єктів космічного моніторингу можна вважати пошук вигляду ядра інтегрального рівняння (1).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Знайти вигляд ядра інтегрального рівняння (1) можна одним із методів апроксимації, які широко застосовують в технічних науках для оцінки параметрів складних функціональних залежностей за експериментальними даними [4–7]. Вибір того чи іншого виду апроксимуючої функції обумовлюється рядом факторів, до яких можна віднести: точність вхідних експериментальних даних; обчислювальні затрати та точність апроксимації при методі апроксимації, що розглядається; відтворення похідних та ступінь гладкості апроксимуючих функцій. Так для чисельного моделювання у роботі [7] показана доцільність застосування методів кусково-лінійної та гармонічної апроксимацій. Для задач аналітичного моделювання доцільно застосовувати як точні методи наближення заданих функцій поліномами за допомогою розкладання в ряд Тейлора та інтерполяції методом Лагранжа, так і методи наближеної апроксимації на основі поліномів Чебишева, рядів Фур'є та Безь'є тощо [8].

**Метою статті** є розробка методики апроксимації ядра інтегрального рівняння (1).

**Постановка завдання:** нев'язка між оригіналом  $r(\nu, T)$  і функцією апроксимації  $\tilde{r}(\nu, T)$  повинна бути найменшою. У формалізованому вигляді даний критерій можна записати як

$$[r(\nu, T) - \tilde{r}(\nu, T)]^2 \rightarrow \min \varepsilon^2(\nu, T). \quad (2)$$

**Викладення основного матеріалу.** Розглянемо графік функції закону Планка (рис. 1), що підлягає апроксимації, у діапазоні  $\nu \in (0, \infty)$ , Гц. Його аналіз дозволяє зробити висновок, що в області малих частот його хід достатньо стрімкий, а в області великих частот є більш пологим і визначається

гіперболою четвертого порядку.

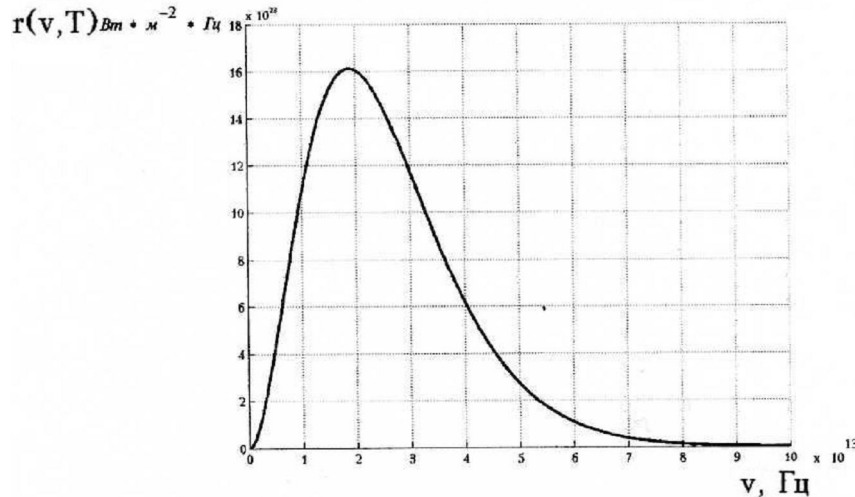


Рис. 1. Спектральна щільність енергетичної світності об'єкта моніторингу ( $T = 323\text{ K}$ ,  $\varepsilon(v) = 1$ )

Як показав аналіз останніх досліджень [6], сучасні аналітичні методи математичної статистики, факторного та регресійного аналізів дозволяють реалізувати лише числові моделі, які не піддаються аналітичному дослідженню й не завжди призводять до правильних результатів. Апроксимація ядра інтегрального рівняння на заданому діапазоні  $\nu \in (0, \infty)$ , Гц, вимагає максимально точної апроксимації (2), тому постає потреба у використанні більш складного математичного апарату.

Таким оберемо сучасний математичний апарат диференціально-тейлорівських перетворень (ДТ-перетворень), розроблений академіком НАН України Г.С. Пуховим.

Диференціально-тейлорівські перетворення – новий операційний метод, який, на відміну від відомих інтегральних перетворень Лапласа і Фур'є, заснований на переведенні оригіналів у область зображень за допомогою операції диференціювання [9]. Перевагами ДТ-перетворень є можливості заміни операцій інтегрування й диференціювання еквівалентними алгебраїчними операціями як у чисельному, так і в аналітичному виглядах та виключення часового аргументу. Заміна операцій інтегрування та диференціювання еквівалентними алгебраїчними операціями дозволяє значно спростити отримання результату. При математичному моделюванні фізичних процесів, що описуються інтегральними рівняннями зі складними підінтегральними виразами, доцільно використовувати модифікацію диференціально-тейлорівських перетворень – нетейлорівські перетворення. При вдалому виборі апроксимуючих функцій нетейлорівські перетворення дають змогу більш точно відновлювати оригінал при однаковій кількості дискрет, що враховуються в диференціальному спектрі, що є їх перевагою [4, 6].

Нетейлорівські диференціальні перетворення визначаються як перетворення, в яких оригінал  $x(\nu)$  апроксимується деякою функцією  $\varphi(\nu, C)$  з вільними параметрами  $C = (C_0, C_1, \dots, C_n)$ , що виражені відповідним чином через дискрети диференціального спектра  $X(q)$ . Такі перетворення називаються залежно від обраної апроксимуючої функції  $\varphi(\nu, C)$  та записуються у вигляді

$$X(q) = \frac{H^q}{q!} \left[ \frac{d^q x(\nu)}{d\nu^q} \right]_{\nu=0} \quad \underline{\underline{=}} \quad x(\nu) = \varphi(\nu, C), \tag{3}$$

де  $x(\nu)$  – оригінал, що є неперервною функцією дійсного аргументу  $\nu$ , яка диференціюється нескінченну кількість разів і обмежена разом зі всіма своїми похідними;  $X(q)$  – диференціальне зображення оригіналу, що представляє дискретну (гратчасту) функцію цілочисельного аргументу  $q = 1, 2, \dots$ ;  $H$  – масштабна постійна, яка має розмірність аргументу  $\nu$  і часто дорівнює відріzk  $0 \leq \nu \leq H$ , на якому розглядається функція  $x(\nu)$ ;  $\underline{\underline{=}}$  – символ відповідності між оригіналом  $x(\nu)$  та його диференціальним зображенням  $X(q)$ .

Диференціальні зображення  $X(q)$  називаються диференціальними  $T$ -спектрами, а значення  $T$ -функції при конкретних значеннях аргументу  $q$ -дискретами.

Виходячи із аналізу рис. 1, проведеного вище, найбільш прийнятним у даному випадку для апроксимації є використання зміщених нетейлорівських диференціальних перетворень, тому, що ряди Тейлора неможливо застосувати для опису функцій, які швидко зростають, а потім повільно спадають

[4]. Загальний вигляд цих перетворень такий:

$$X(q, v_p) = X_v(q) = \frac{H^q}{q!} \left[ \frac{d^q x(v)}{d v^q} \right]_{v=v_p} \quad \underline{\underline{}} \quad x(v) = \varphi(v, C_v), \quad (4)$$

де коефіцієнти  $C_v$  – вектор невідомих коефіцієнтів.

Для визначення вектора невідомих коефіцієнтів  $C_v$  застосуємо метод балансу диференціальних спектрів [10], що ґрунтується на точному операційному перетворенні математичної моделі фізичного процесу. Застосування методу надасть можливість отримання точного аналітичного опису фізичного процесу на основі запропонованої апроксимуючої моделі. Метод балансу диференціальних спектрів умовно поділяється на чотири етапи [10].

На першому етапі обирається аналітичний опис фізичних процесів.

Ядро інтегрального рівняння, виходячи з (1), має вигляд

$$r(v, T) = 2 \pi h c^{-2} \frac{v^3}{e^{h v / k T} - 1}. \quad (5)$$

Нехай  $x(v) = r(v, T)$ ,  $z(v) = v^3$ , тоді ядро (5) представимо як

$$x(v) = 2 \pi h c^{-2} \frac{z(v)}{e^{h v / k T} - 1} \quad (6)$$

або

$$2 \pi h c^{-2} z(v) = x(v) e^{h v / k T} - x(v). \quad (7)$$

Апроксимуючу функцію представимо у вигляді, що відрізняється від відомого [6] наявністю третього доданку

$$\tau(v, T) = A v^3 (e^{b_1 v} + e^{b_2 v} + e^{b_3 v}), \quad (8)$$

де коефіцієнти  $A$  і показники експонент  $b_1$ ,  $b_2$  та  $b_3$  підлягають визначенню згідно з критерієм (2).

Нехай  $\chi(v) = \tau(v, T)$ ,  $z(v) = v^3$ , тоді апроксимуюча функція матиме вигляд

$$\chi(v) = A z(v) (e^{b_1 v} + e^{b_2 v} + e^{b_3 v}). \quad (9)$$

На другому етапі диференціальними перетвореннями (4) переведемо аналітичний опис ядра (7) в область зображень.

У загальному випадку зміщений диференціальний спектр ядра (7) в області зображень має вигляд

$$2 \pi h c^{-2} Z_v(q) = X_v(q) * E_{c_v}(q) - X_v(q), \quad (10)$$

де  $Z_v(q)$ ,  $X_v(q)$ ,  $E_{c_v}(q)$  – зміщені диференціальні зображення відповідних оригіналів  $z(v)$ ,  $x(v)$  та  $e^{h v / k T}$ ; \* – символ операції  $T$ -множення.

В області зміщених зображень

$$Z_v(q) = \sum_{l=0}^{l=m} \binom{m}{l} v_p^{m-l} H^l \chi(q-l), \quad (11)$$

де  $m = 3$  – показник ступеня, натуральне число;  $\chi(q-l)$  – теда (при  $q=l$   $\chi(q-l) = 1$ , при  $q \neq l$

$\chi(q-l) = 0$ );  $\binom{m}{l} = \frac{m!}{l!(m-l)!}$  – біноміальний коефіцієнт ( $m \geq l$ ).

Скориставшись властивістю операції  $T$ -множення [11]

$$X_v(q) * E_{c_v}(q) = \sum_{l=0}^{l=q} X_v(q-l) E_{c_v}(l), \quad (12)$$

де  $E_{c_v}(l)$ , згідно з рекурентною формулою [11],

$$E_{c_v}(l) = \frac{1}{l!} \left( \frac{h}{k T} H \right)^l e^{\frac{h v_p}{k T}}. \quad (13)$$

З урахуванням (11), (12) та (13) зміщений диференціальний спектр ядра (10) підінтегрального виразу (1) набуває вигляду:

$$2\pi h c^{-2} \sum_{l=0}^{l=m} \frac{m!}{l!(m-l)!} v_p^{m-l} H^l \chi(q-l) = \sum_{l=0}^{l=q} X_v(q-l) \frac{1}{l!} \left( \frac{h}{kT} H \right)^l e^{\frac{h v_p}{kT}} - X_v(q). \quad (14)$$

Відповідно дискрети матимуть вигляд:

$$X_v(0) = [x(v)]_{v=v_p} = 2\pi h c^{-2} \frac{v_p^3}{e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1},$$

$$X_v(1) = \frac{2\pi h c^{-2} v_p^2 H \left( 3 \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right) - h k^{-1} T^{-1} v_p e^{\frac{h v_p}{kT}} \right)}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^2},$$

$$X_v(2) = \frac{6\pi h c^{-2} v_p H^2}{e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1} - \frac{\pi h^3 c^{-2} v_p^3 H^2 k^{-2} T^{-2} e^{\frac{h v_p}{kT}}}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^2} -$$

$$\frac{2\pi h^2 c^{-2} v_p^2 H^2 k^{-1} T^{-1} e^{\frac{h v_p}{kT}} \left( 3 \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right) - h k^{-1} T^{-1} v_p e^{\frac{h v_p}{kT}} \right)}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^3},$$

$$X_v(3) = \frac{2\pi h c^{-2} H^3}{e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1} - \frac{6\pi h^2 c^{-2} k^{-1} T^{-1} v_p H^3 e^{\frac{h v_p}{kT}}}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^2} - \frac{\pi h^4 c^{-2} v_p^3 H^3 k^{-3} T^{-3} \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} \right)^2}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^3} -$$

$$\frac{2\pi h^3 c^{-2} v_p^2 H^3 k^{-2} T^{-2} \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} \right)^2 \left( 3 \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right) - h k^{-1} T^{-1} v_p e^{\frac{h v_p}{kT}} \right)}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^4} -$$

$$\frac{\pi h^3 c^{-2} v_p^2 H^3 k^{-2} T^{-2} e^{\frac{h v_p}{kT}} \left( 3 \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right) - h k^{-1} T^{-1} v_p e^{\frac{h v_p}{kT}} \right)}{\left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^3} -$$

$$\frac{\pi h^4 c^{-2} v_p^3 H^3 k^{-3} T^{-3} e^{\frac{h v_p}{kT}}}{3 \left( e^{\frac{h v_p}{kT}} - 1 \right)^2},$$

$$X_v(q \geq 4) = 0.$$

На третьому етапі в область зображень переведемо апроксимуючу функцію виду (9) з урахуванням (4) та [11]:

$$\tilde{X}_v(q) = A \tilde{Z}_v(q) * (\tilde{E}_{c,1}(q) + \tilde{E}_{c,2}(q) + \tilde{E}_{c,3}(q)) = A \tilde{Z}_v(q) * \tilde{E}_{c,1}(q) +$$

$$+ A \tilde{Z}_v(q) * \tilde{E}_{c,2}(q) + A \tilde{Z}_v(q) * \tilde{E}_{c,3}(q), \quad (16)$$

де  $X_v(q)$ ,  $Z_v(q)$ ,  $E_{c,1}(q)$ ,  $E_{c,2}(q)$  та  $E_{c,3}(q)$  — зміщені диференціальні зображення відповідних оригіналів  $x(v)$ ,  $z(v)$ ,  $e^{b_1 v}$ ,  $e^{b_2 v}$  та  $e^{b_3 v}$ .

В області змішених диференціальних зображень [11]

$$Z_v(q) * E_{c,j}(q) = \sum_{l=0}^{l=q} \binom{m}{l} v_p^{m-l} H^l E_{c,j}(q-l), \quad (17)$$

де

$$\tilde{E}_{c,j}(q-l) = \frac{(b_j H)^{q-l}}{(q-l)!} e^{b_j v_p} \quad (18)$$

при  $j = 1 \dots 3$ .

Врахувавши (17) та (18), формула (16) запишеться як

$$\begin{aligned} \tilde{X}_v(q) = & A \sum_{l=0}^{l=q} \frac{m!}{l! (m-l)!} v_p^{m-l} H^l \frac{(b_1 H)^{q-l}}{(q-l)!} e^{b_1 v_p} + \\ & + A \sum_{l=0}^{l=q} \frac{m!}{l! (m-l)!} v_p^{m-l} H^l \frac{(b_2 H)^{q-l}}{(q-l)!} e^{b_2 v_p} + \\ & + A \sum_{l=0}^{l=q} \frac{m!}{l! (m-l)!} v_p^{m-l} H^l \frac{(b_3 H)^{q-l}}{(q-l)!} e^{b_3 v_p}. \end{aligned} \quad (19)$$

Дискрети зміщеного диференціального спектра (19):

$$\begin{aligned} X_v(0) = & [x(v)]_{v=v_p} = A v_p^3 (e^{b_1 v_p} + e^{b_2 v_p} + e^{b_3 v_p}); \\ X_v(1) = & A v_p^2 H (e^{b_1 v_p} (b_1 v_p + 3) + e^{b_2 v_p} (b_2 v_p + 3) + e^{b_3 v_p} (b_3 v_p + 3)); \\ \tilde{X}_v(2) = & A v_p H^2 e^{b_1 v_p} \left( \frac{b_1^2}{2} v_p^2 + 3 b_1 v_p + 3 \right) + A v_p H^2 e^{b_2 v_p} \left( \frac{b_2^2}{2} v_p^2 + 3 b_2 v_p + 3 \right) + \\ & + A v_p H^2 e^{b_3 v_p} \left( \frac{b_3^2}{2} v_p^2 + 3 b_3 v_p + 3 \right); \\ X_v(3) = & A H^3 e^{b_1 v_p} \left( \frac{b_1^3}{6} v_p^3 + \frac{3}{2} b_1^2 v_p^2 + 3 b_1 v_p + 1 \right) + \\ & + A H^3 e^{b_2 v_p} \left( \frac{b_2^3}{6} v_p^3 + \frac{3}{2} b_2^2 v_p^2 + 3 b_2 v_p + 1 \right) + \\ & + A H^3 e^{b_3 v_p} \left( \frac{b_3^3}{6} v_p^3 + \frac{3}{2} b_3^2 v_p^2 + 3 b_3 v_p + 1 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Заключний етап реалізується складанням балансу рівнянь однойменних дискрет диференціальних спектрів зображень ядра (15) та апроксимуючої функції (20), тобто

$$\begin{cases} X_v(0) = \tilde{X}_v(0); \\ X_v(1) = \tilde{X}_v(1); \\ X_v(2) = \tilde{X}_v(2); \\ X_v(3) = \tilde{X}_v(3). \end{cases} \quad (21)$$

Кількість рівнянь у системі (21) відповідає кількості невідомих коефіцієнтів апроксимуючої функції (19).

Розв'язання трансцендентної системи (21) методом простої ітерації [12] дає змогу визначити вигляд шуканих коефіцієнтів:

$$A = 2 \pi h c^{-2}; \quad b_1 = -\frac{h}{k T}; \quad b_2 = -2 \frac{h}{k T}; \quad b_3 = -3 \frac{h}{k T}. \quad (22)$$

Таким чином, баланс диференціальних спектрів (21) дозволяє уточнити наближений опис (8) ядра (5) у вигляді апроксимуючої функції виду:

$$\tau(v, T) = 2 \pi h c^{-2} v^3 \left( e^{-\frac{h}{k T} v} + e^{-2 \frac{h}{k T} v} + e^{-3 \frac{h}{k T} v} \right). \quad (23)$$

Результати дослідження уточненої апроксимації (23) на точність та величину її похибок наведено на рис. 2.

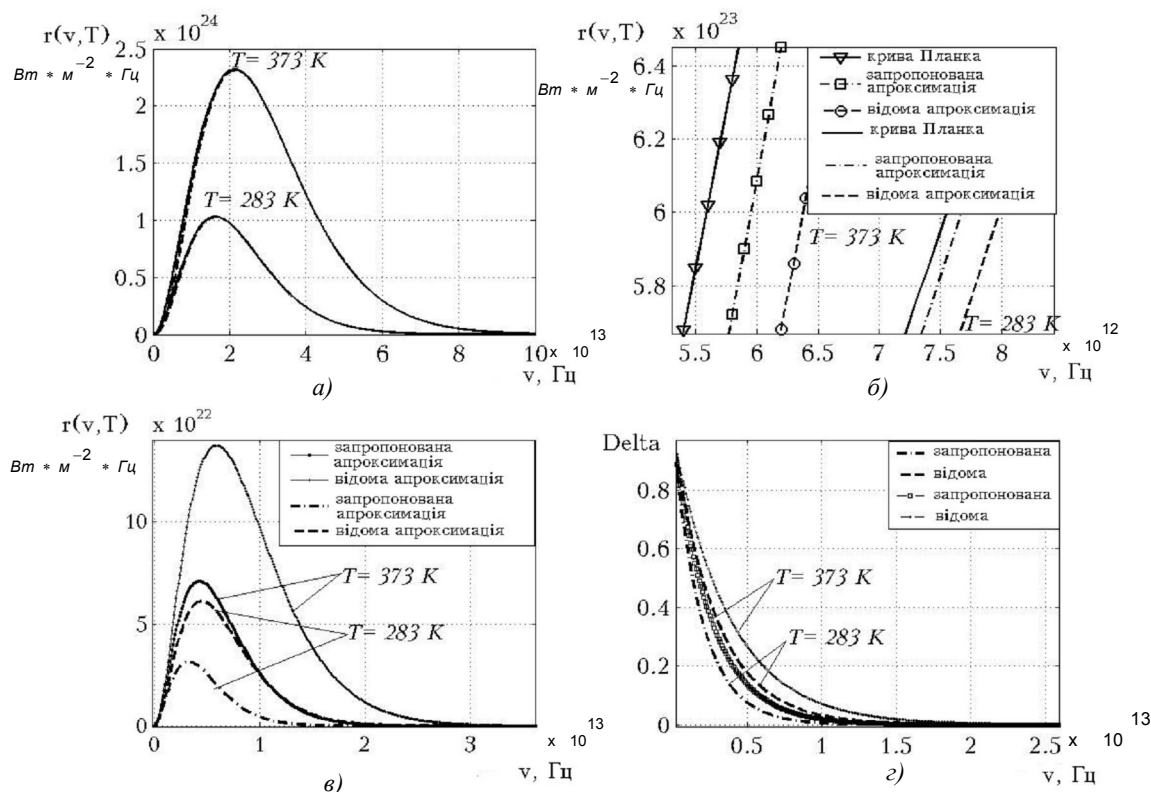


Рис. 2. Дослідження точності апроксимації ( $\varepsilon(\nu) = 1$ ):  
 а) спектральна щільність енергетичної світності об'єкту моніторингу,  
 б) попередній графік, збільшений у 10 разів,  
 в) абсолютна похибка,  
 г) відносна похибка

Таким чином, методика апроксимації функції Планка (5) на основі зміщених нетейлорівських диференціальних перетворень має вигляд:

1. Обрати вид апроксимуючої функції ядра інтегрального рівняння (1).
2. Знайти в області зображень диференціальний спектр ядра (5) інтегрального рівняння та його дискрети.
3. Перевести в область зображень апроксимуючу функцію (6) (або (7)). На основі отриманого диференціального спектра розрахувати відповідні дискрети.
4. Скласти на основі балансу однойменних дискрет ядра інтегрального рівняння (5) і апроксимуючої функції (6) систему рівнянь виду (21), в якій невідомими є коефіцієнти  $A_s$  і показники експонент  $b_s$ . Кількість невідомих  $A_s$  і  $b_s$  залежить від виду апроксимуючої функції (6).
5. Розв'язати отриману систему рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів  $A_s$  і  $b_s$ . Знайдені коефіцієнти  $A_s$  і показники експонент  $b_s$  визначають апроксимуючу функцію (8).

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** В результаті застосування зміщених нетейлорівських диференціальних перетворень та методу балансу диференціальних спектрів вдалося отримати методику апроксимації закону Планка. На основі розробленої методики вдалося знайти аналітичний вигляд апроксимуючої функції.

Запропонована апроксимація, у порівнянні з відомою [6], є більш точною (рис. 2, б). Як наслідок, для температур від 283 К до 373 К, зменшено похибки апроксимації: абсолютну – в 1,9 рази (рис. 2, в) у діапазоні частот від  $3 \cdot 10^{11}$  до  $3,75 \cdot 10^{13}$  ГГц; відносну – в 1,3–1,5 рази у діапазоні частот від  $0,25 \cdot 10^{13}$  до  $2 \cdot 10^{13}$  ГГц (рис. 2, г). Відносна похибка апроксимації для вказаного діапазону частот і температур складає  $0,33 \cdot 10^{-4}$ – $0,39 \cdot 10^{-4}$ .

Таким чином, отримані результати звужують область впливу похибок на точність апроксимації, що є суттєвим чинником при рішенні некоректних задач.

Розроблену методику можна застосовувати для апроксимації функцій з менш структурно-складними ядрами.

Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку алгоритмів оцінки даних дистанційного зондування Землі на основі запропонованої апроксимації.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Грищук Р.В. Підвищення оперативності тематичного дешифрування шляхом рішення некоректної задачі на основі вибору додаткових інформативних параметрів // Збірник тез доповідей ЖДТУ. – 2006. – Технічні науки. – С. 51.
2. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. – М.: Сов. радио, 1978. – 400 с.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
4. Пясковский Д.В., Водоп'ян С.В. Полиномиальное представление дифференциальных спектров // Электронное моделирование. – 2001. – 23. – № 5. – С. 3–13.
5. Засядько А.А. Дифференциально-тейлоровская модель задачи восстановления в спектроскопии // Электронное моделирование. – 2002. – 24. – № 6. – С. 97–105.
6. Баранов В.Л., Баранов Г.Л., П'ясковський Д.В., Водоп'ян С.В. Програмне та математичне забезпечення ЕОМ: Диференціальні моделі військово-прикладних задач. Частина 2. Комп'ютерне моделювання в задачах аналітичного дослідження складних інформаційних систем: Навчальний посібник. – Житомир: ЖВІРЕ, 2006. – 44 с.
7. Красовський А.А. Аппроксимация функций многих аргументов в системах цифрового моделирования // Техническая кибернетика. – 1989. – № 3. – С. 3–11.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1978. – 831 с.
9. Пухов Г.Э. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. – К.: Наук. думка, 1986. – 157 с.
10. Баранов В.Л., Водоп'ян С.В., Костюченко Р.М. Метод балансу диференціальних спектрів для моделювання фізичних процесів // Проблеми інформатизації та управління. – 2005. – 4. – № 15. – С. 22–27.
11. Пухов Г.Э. Дифференциальные спектры и их модели. – К.: Наук. думка, 1990. – 184 с.
12. Турчак Л.И. Основы численных методов: Учеб. пособие. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 320 с.

БАРАНОВ Володимир Леонідович – Заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник наукового підрозділу Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– некоректні задачі.

ГРИЩУК Руслан Валентинович – ад'юнкт очної ад'юнктури Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– методи обробки даних дистанційного зондування Землі.

Подано 04.05.2006